

# Curso: HORMIGÓN ESTRUCTURAL 1

## MÓDULO 6: ANCLAJE DE ARMADURAS

Agustin Spalvier (aspalvier@fing.edu.uy)

1<sup>er</sup> Semestre – 2024

Universidad de la República - Uruguay



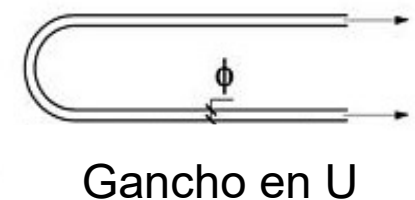
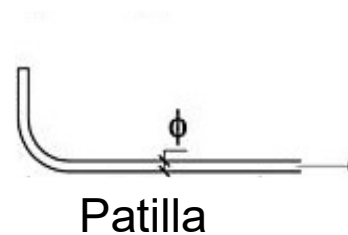
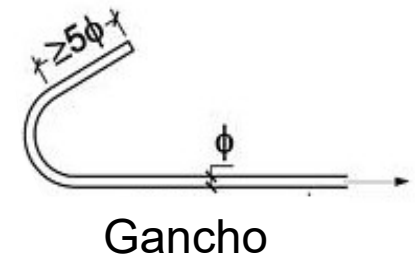
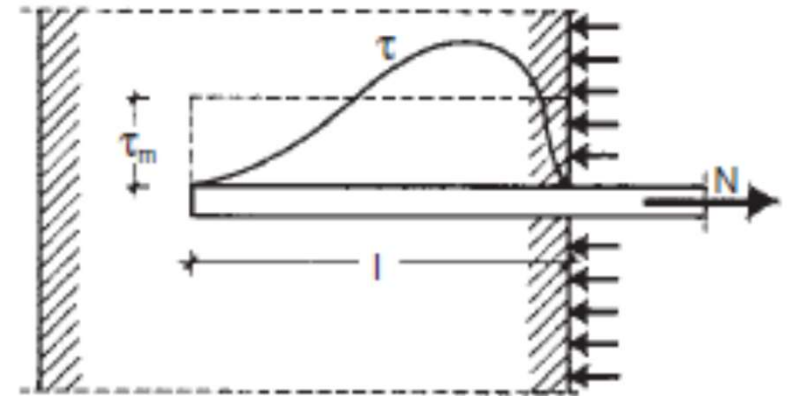
- **Generalidades**
- **Adherencia**
- **Interpretación**
- **Cálculo teórico**
- **Definiciones y conceptos importantes**
- **Procedimiento general de diseño**
- **Dispositivos de terminación**
- **¿Dónde comienza la longitud de anclaje?**
- **Fallo de anclaje y otros comentarios**
- **Ejemplo**

**ACLARACIÓN:** Estas transparencias se preparan únicamente como una guía para las clases, las cuales cumplen la función de ser una presentación de los temas que el estudiante debe aprender para aprobar el curso, indicados en la bibliografía.

**Bibliografía:** Cap. 9 del Jiménez Montoya – 15<sup>a</sup> Ed., Art. 69.5 de la EHE 2008 y Art 8.4 de An.19 del CE 2021.

# Anclaje - Generalidades

- Los anclajes extremos de las barras deben asegurar la transmisión mutua de esfuerzos entre el hormigón y el acero, con el fin de garantizar la movilización de toda la capacidad mecánica de la pieza.
- Un anclaje adecuado es fundamental para el buen comportamiento frente a rotura de los elementos de hormigón armado. Por ello el anclaje se considera un ELU.
- El anclaje de las barras de hormigón armado se consigue mediante el mecanismo de la adherencia, utilizando varios tipos de dispositivos de terminación de anclaje:



# Adherencia hormigón - acero

- **Es el fenómeno básico del funcionamiento del hormigón armado**
- **La adherencia permite que las armaduras trabajen al transferirse las tensiones del hormigón hacia el acero**
  
- **FUNCIONES PRINCIPALES:**
  - Transmitir la tensiones tangenciales periféricas que aparecen en las armaduras como consecuencia de variaciones de tensión longitudinal.
  - Asegurar el ANCLAJE de las barras.
  
- **Origen**
  - De naturaleza físico-química: adhesión a través de fuerzas capilares y moleculares en la interfaz
  - De naturaleza mecánica (más importantes que las físico-químicas):
    - Rozamiento: principal causa en barras lisas
    - Acuñaamiento: principal causa en barras corrugadas

# Adherencia hormigón – acero (cont.)

- Adhesión se anula cuando la barra comienza a desplazarse
- Rozamiento y acuñaamiento actúan acopladas, no siendo posible separar sus efectos.

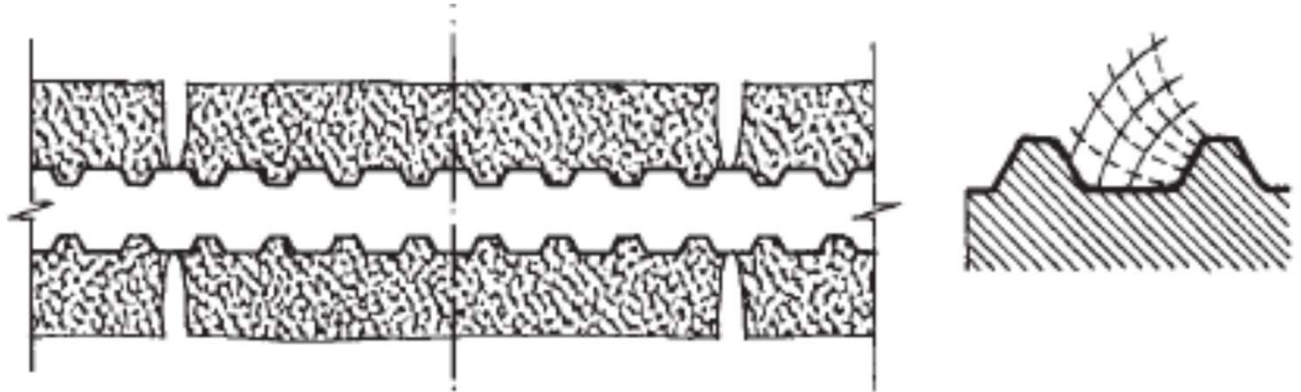


Figura 9.1 Efecto de acuñaamiento del hormigón entre corrugas

- Ensayo de arrancamiento para la determinación de la tensión media de adherencia:  $\tau_m$

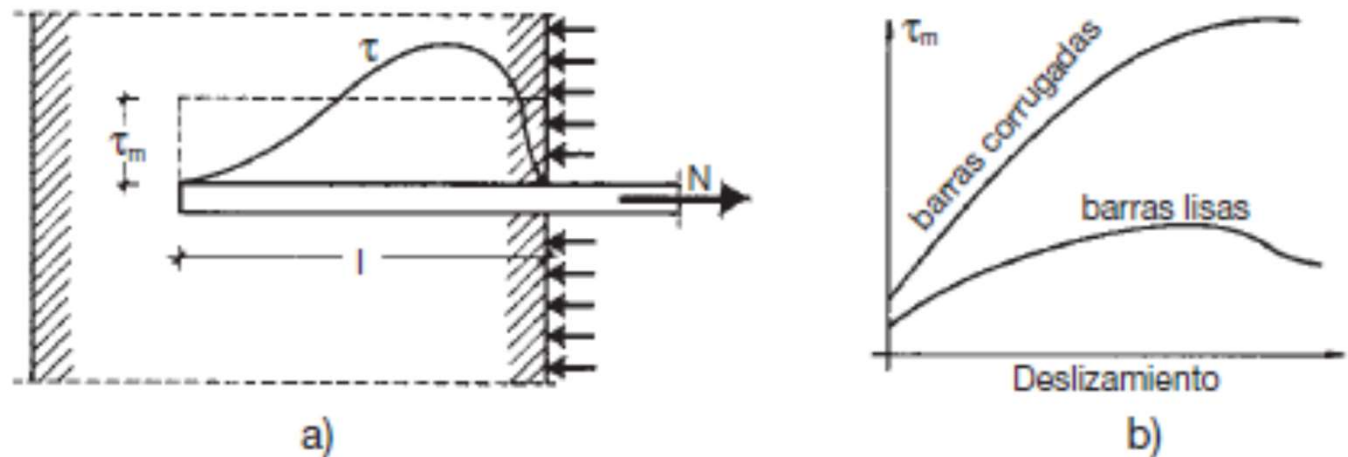
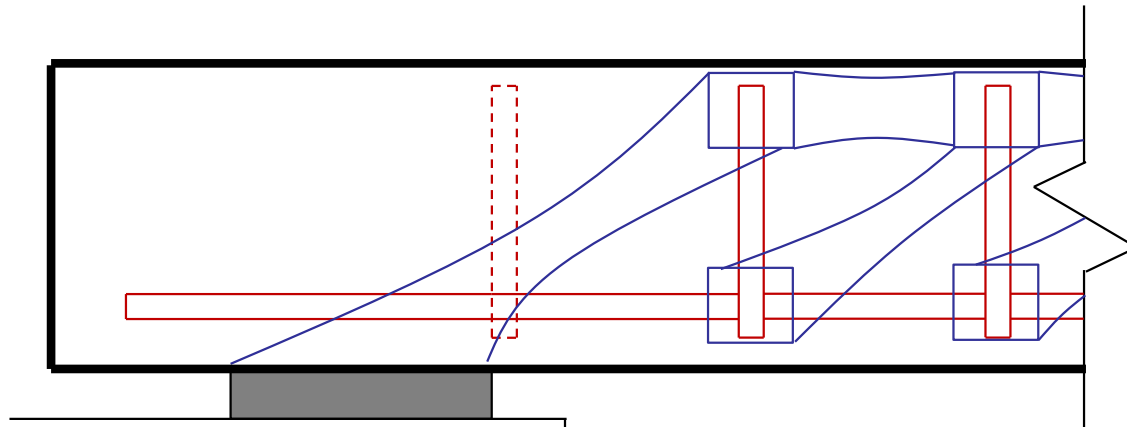


Figura 9.2 Ensayo de arrancamiento (*pull out test*)



## • ¿Por qué necesitamos [longitudes de] anclaje?



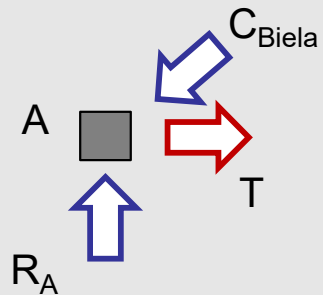
— Armadura estructural (tirantes traccionados)

— Bielas comprimidas

Apoyo A

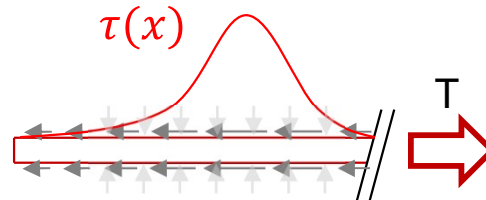


Equilibrio de nodo A



Fuerzas internas  $C_{Biela}$  y  $T$ , en equilibrio con  $R_A$ , pero las tensiones deben pasar del apoyo a la biela y de la biela al tirante (armadura) ...

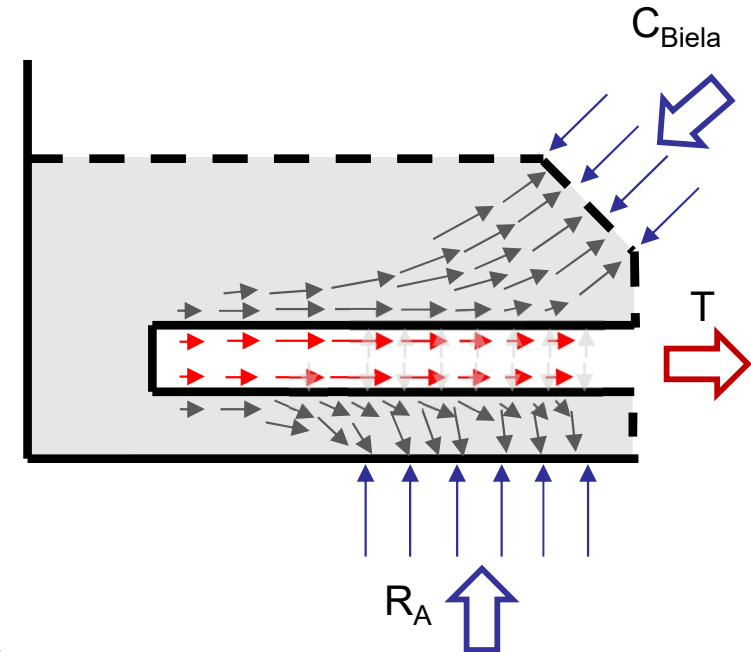
Diagrama de cuerpo libre de armadura



$$T = \tau_{med} \phi \pi l_{anc.}$$

Necesito que se desarrolle una ley de tensiones  $\tau(x)$  capaz de transmitir  $T$  del acero al hormigón circundante, es decir, necesito una longitud  $l_{anc.}$ .

Diagrama de cuerpo libre de hormigón circundante

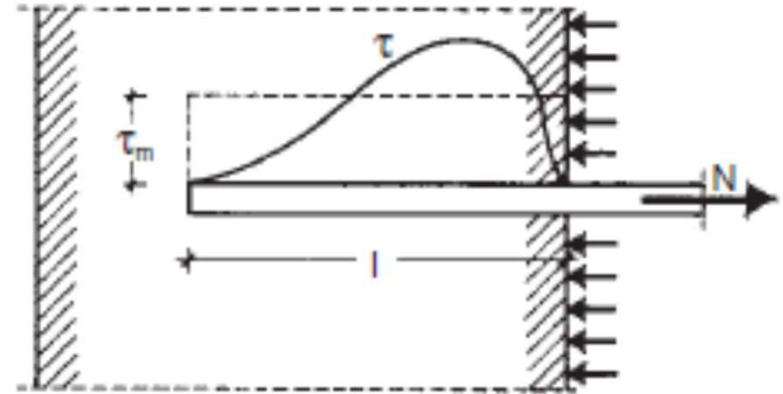


# Cálculo teórico de longitud básica

Podemos calcular la longitud de anclaje en prolongación recta necesaria para anclar la fuerza en la barra ( $A_s \sigma_s$ ).

Consideramos una resistencia de adherencia  $f_{bd}$ :

$$\begin{aligned} R \geq S &\Rightarrow f_{bd} A_{adh} \geq A_s \sigma_s \Rightarrow \\ f_{bd} \phi \pi l &\geq \frac{\phi^2}{4} \pi f_{yd} \Rightarrow \\ l &\geq \frac{\phi \sigma_s}{4 f_{bd}} = l_{b,rqd} \end{aligned}$$



Obs:  $\sigma_{sd}$  como máximo puede valer  $f_{yd}$

Pensar por qué!

Observemos que:

- $l_{b,rqd}$  es directamente proporcional a  $\phi$  y a  $\sigma_{sd}$  (o  $f_{yd}$ ).
- $l_{b,rqd}$  es inversamente proporcional a  $f_{bd}$ , siendo  $f_{bd} = C \cdot f_{ck}^{2/3}$ .

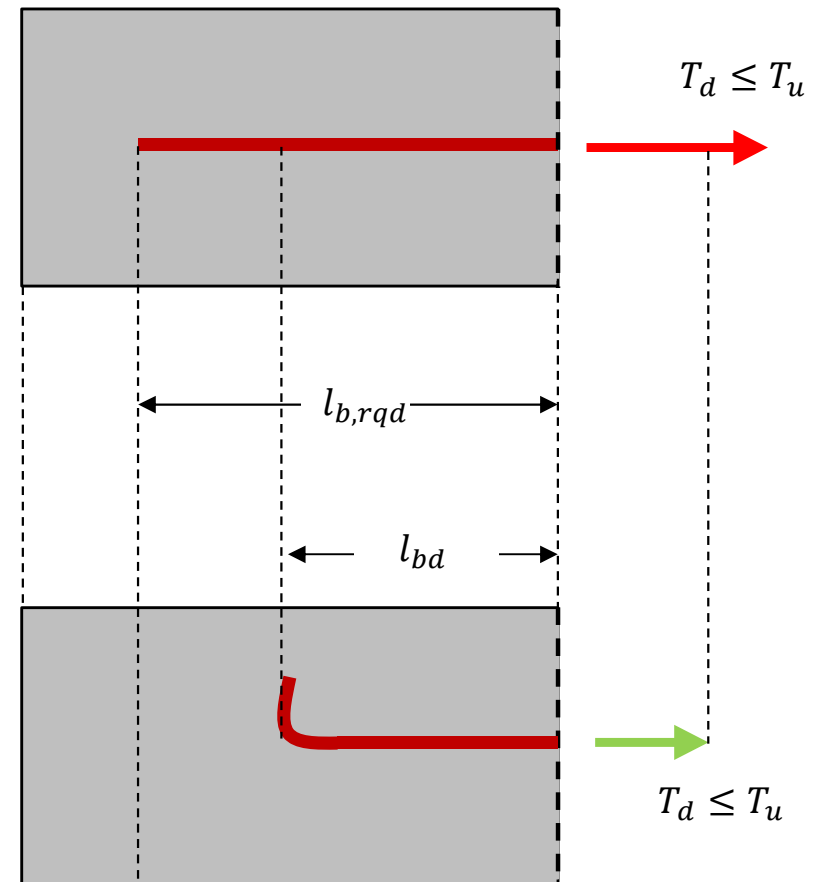
# Definiciones importantes

- “Anclar” una barra de acero es transferir la fuerza que ella soporta a el hormigón circundante.
- **Longitud básica de anclaje ( $l_{b,rqd}$ ):**

*La longitud básica de anclaje es la longitud necesaria para anclar una barra aislada de acero por prolongación recta trabajando a una fuerza (tracción o compresión) de diseño  $A_s\sigma_{sd}$ , que como máximo será  $A_s f_{yd}$ .*

- **Longitud neta de anclaje ( $l_{bd}$ ):**

*La longitud neta de anclaje es la longitud necesaria para anclar una barra trabajando a una fuerza de diseño y teniendo en cuenta los efectos positivos provocados por: el dispositivo final de anclaje, el confinamiento que produce la armadura transversal, y las compresiones transversales a la barra a lo largo del anclaje*





# Conceptos importantes

- La **capacidad resistente de anclaje** es proporcional a la **longitud de anclaje**. Por ello calcularemos las longitudes de anclaje mínimas para garantizar la resistencia de anclaje.
- La longitud de anclaje depende de:
  - Características geométricas de adherencia
  - Resistencia del hormigón
  - Posición de la barra respecto a dirección de hormigonado
  - Esfuerzo en la armadura
  - Forma del dispositivo de anclaje
  - Armadura transversal
- Calcular la longitud de anclaje se vuelve complicado, por lo que se utilizan fórmulas sencillas contrastadas empíricamente, en lugar de un desarrollo semiprobabilista como correspondería para un ELU.
- Norma general: disponer los anclajes en zonas en las que el hormigón esté sometido a compresiones transversales al anclaje y, en todo caso, deben evitarse las zonas de fuertes tracciones.



- Dadas las complicaciones para desarrollar un análisis semi-probabilístico que contemple todos los factores, utilizamos fórmulas cotejadas empíricamente.
- El procedimiento se basa en:

1: Calcular **long. básica de anclaje**  $l_{b,rqd}$

- Posición de barra en elemento
- Diámetro
- $f_{ck}, \sigma_{sd} (\leq f_{yd})$
- Barra aislada o en grupo

2: Calcular **longitud neta de anclaje**  $l_{bd}$  aplicándole factores de reducción a  $l_{b,rqd}$ .

3: Ubicar punto de anclaje y verificar la correcta disposición geométrica en el elemento (recordar el decalaje de la envolvente del diagrama de momentos)

4: Es posible aumentar la longitud de anclaje por facilidad constructiva.

## Longitud básica de anclaje (An.19-8.4.3)

Cálculo de la longitud básica de anclaje  $l_{b,rqd}$  :

(1) El cálculo de la longitud de anclaje deberá considerar el tipo de acero y las propiedades adherentes de las barras.

(1) Suponiendo una tensión última de adherencia constante igual a  $f_{bd}$ , la longitud básica de anclaje es

$$l_{b,rqd} = (\phi/4)(\sigma_{sd}/f_{bd})$$

que corresponde a la necesaria para anclar una fuerza  $A_s\sigma_{sd}$ , en una barra recta, donde  $\sigma_{sd}$  es la tensión de cálculo de la barra en la sección desde la que se mide el anclaje.

**CUIDADO:** Notar que según el método del CE 2021, la longitud básica de anclaje ya refiere a la tensión real actuante en la sección, mientras que para la EHE-08, la tensión real se incorporaba en la longitud neta de anclaje.

Para los casos donde se deba anclar la capacidad máxima de la barra,  $\sigma_{sd} = f_{yd}$  pero si se debe anclar fuerzas menores, entonces habrá que calcular  $\sigma_{sd} (< f_{yd})$  en la sección correspondiente.

La resistencia de adherencia  $f_{bd}$  es proporcional a la resistencia de cálculo del hormigón a tracción  $f_{ctd}$ :

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd}$$

## Cálculo de $\sigma_{sd}$ :

Longitud básica de anclaje de una barra vale  $l_{b,rqd} = \frac{\phi \sigma_{sd}}{4 f_{bd}}$  siendo  $A_s \sigma_{sd}$  la fuerza a anclar, y  $A_s$  el área real de la armadura.

Por otro lado, pensar la longitud básica de anclaje de una barra a su máxima capacidad, es decir a  $A_s f_{yd}$  (notar que esta fuerza es la fuerza con la cual calculamos  $A_s$ , en la sección de máximo M),

Para anclar la armadura  $A_s$  a su máxima capacidad precisaríamos:  $\sigma_{sd} = f_{yd}$

$$l_{b,rqd}^* = \frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}}$$

$A_{s,nec}$  es el área necesaria para satisfacer ELU de solicitaciones normales en la sección de cálculo del anclaje. Se utiliza el diagrama de momento decalado y no se consideran armaduras mínimas

Entonces:

$$\frac{l_{b,rqd}}{l_{b,rqd}^*} = \frac{\frac{\phi \sigma_{sd}}{4 f_{bd}}}{\frac{\phi f_{yd}}{4 f_{bd}}} = \frac{\sigma_{sd}}{f_{yd}} = \frac{A_s \sigma_{sd}}{A_s f_{yd}} \cong \frac{A_{s,nec} f_{yd}}{A_s f_{yd}} = \frac{A_{s,nec}}{A_s}$$

$$l_{b,rqd} = \frac{A_{s,nec}}{A_s} l_{b,rqd}^* \Rightarrow l_{b,rqd} = \frac{A_{s,nec} \phi f_{yd}}{A_s 4 f_{bd}}$$

Cálculo de la resistencia de adherencia  $f_{bd}$  :

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} \quad (8.2)$$

donde:

$f_{ctd}$  es el valor de cálculo de la resistencia a tracción del hormigón de acuerdo con 3.1.6(2). Debido al aumento de la fragilidad del hormigón conforme aumenta su resistencia,  $f_{ctk,0,05}$  deberá limitarse al valor correspondiente a un hormigón de  $f_{ck} = 60 \text{ N/mm}^2$ , a menos que se pueda comprobar que la resistencia de adherencia media aumenta por encima de este límite

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} f_{ctk,0,05} / \gamma_c \Rightarrow \text{para hormigones convencionales} \Rightarrow f_{ctd} = \frac{0,7 \times 0,3}{1,5} (f_{ck})^{2/3} \quad (\text{en } \frac{\text{N}}{\text{mm}^2})$$

0,14

Coef. de cansancio, = 1

$= 0,7 f_{ctm}$

$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)} \leq f_{ck} \text{ 50 N/mm}^2$   
 $f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln(1 + (f_{cm}/10)) > f_{ck} \text{ 50 N/mm}^2$

Cálculo de la resistencia de adherencia  $f_{bd}$  :

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd}$$

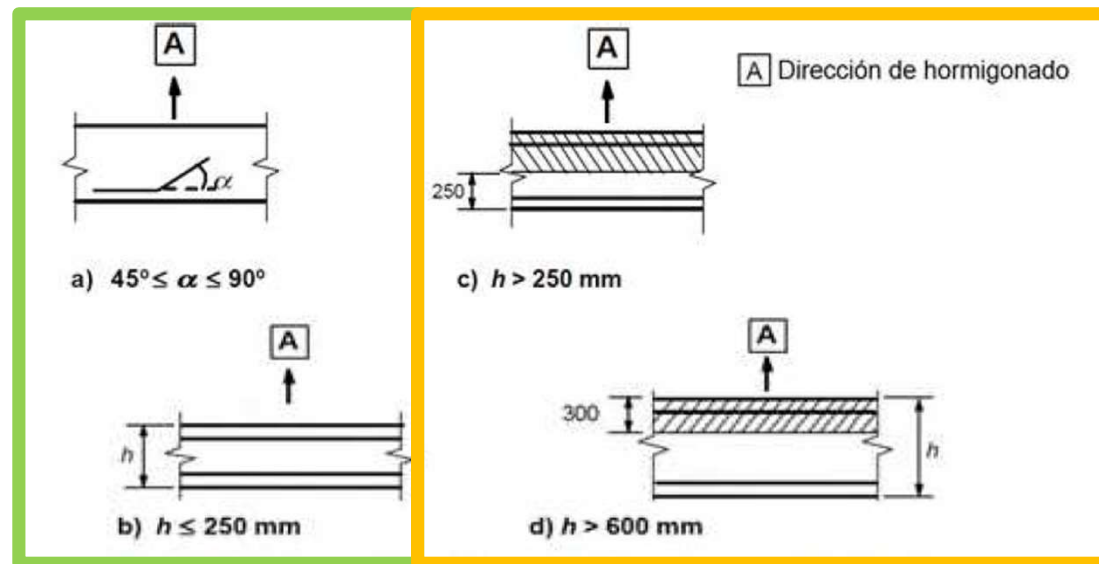
$\eta_1$

es un coeficiente relacionado con las condiciones de adherencia y la posición de la barra durante el hormigonado (véase la figura A19.8.2):

$\eta_1 = 1,0$  cuando se tiene condiciones de adherencia “buenas”

$\eta_1 = 0,7$  para el resto de casos y para las barras de los elementos estructurales ejecutados mediante encofrados deslizantes, a menos que se pueda demostrar que existen condiciones de adherencia “buenas”

Adherencia  
“buena”



Adherencia  
“no buena”

Leve cambio respecto a la EHE-08 que fijaba 30 cm en lugar de 25 cm



a) y b) Condiciones de adherencia “buena” para todas las barras

c) y d) Zona no sombreada - Condiciones de adherencia “buena”

Zona sombreada - Condiciones de adherencia “mala”

Figura A19.8.2 Descripción de las condiciones de adherencia



Cálculo de la resistencia de adherencia  $f_{bd}$  :

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd}$$

$\eta_2$  es un coeficiente relacionado con el diámetro de la barra:

$$\eta_2 = 1,0 \quad \text{para } \phi \leq 32 \text{ mm}$$

En HE1

$$\eta_2 = (132 - \phi)/100 \quad \text{para } \phi > 32 \text{ mm.}$$

Resumen (para hormigones convencionales):

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} \left\{ \begin{array}{l} 2,25 \times 1 \times 1 \times 0,14 (f_{ck})^{2/3} = \mathbf{0,315} (f_{ck})^{2/3} \\ 2,25 \times 0,7 \times 1 \times 0,14 (f_{ck})^{2/3} = \mathbf{0,221} (f_{ck})^{2/3} \end{array} \right.$$

Condiciones de adherencia  
“buenas”

Condiciones de adherencia  
“NO buenas”

## Longitud de anclaje de cálculo (An.19-8.4.4)

Cálculo de la longitud neta de anclaje  $l_{bd}$  :

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min}$$

donde  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  y  $\alpha_5$  son coeficientes indicados en la tabla A19.8.2:

$l_{b,rqd}$  se toma a partir de la expresión (8.3) ( $l_{b,rqd} = (\phi/4)(\sigma_{sd}/f_{bd})$ )

$l_{b,min}$  es la longitud mínima de anclaje si no se aplica ninguna limitación:

- Para anclajes en tracción,  $l_{b,min} \geq \max\{0,3l_{b,rqd}; 10\phi; 100 \text{ mm}\}$
- Para anclajes en compresión,  $l_{b,min} \geq \max\{0,6l_{b,rqd}; 10\phi; 100 \text{ mm}\}$ .

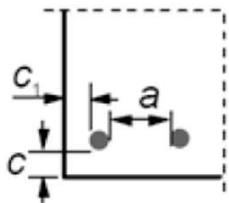
$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min}$$

$\alpha_1$

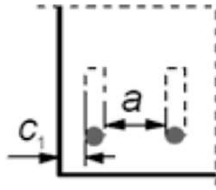
es un coeficiente que tiene en cuenta el efecto de la forma de las barras suponiendo un recubrimiento adecuado (véase la figura A19.8.1)

Tabla A19.8.2 Valores de los coeficientes  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  y  $\alpha_5$

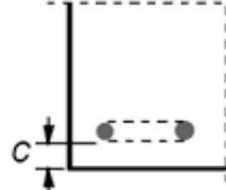
Factor de influencia	Tipo de anclaje	Barra de armadura	
		Traccionada	Comprimida
Forma de las barras	Prolongación recta	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	Otras distintas de la prolongación recta (véase la figura 49.5.1.1(b), (c) y (d) de este Código Estructural)	$\alpha_1 = 0,7$ si $c_d > 3\phi$ , de lo contrario, $\alpha_1 = 1,0$ (véase figura A19.8.3 para valores de $c_d$ )	$\alpha_1 = 1,0$



a) Barras rectas  
 $c_d = \min(a/2, c_1, c)$



b) Patillas o ganchos  
 $c_d = \min(a/2, c_1)$



c) Ganchos en U  
 $c_d = c$

### En resumen :

- Para barras traccionadas:  
 $\alpha = 1$ , en prolongación recta  
 $\alpha = 0,7$  en gancho o patilla (si  $c_d > 3\phi$ )
- Para barras comprimidas:  
 $\alpha = 1$

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min}$$

- $\alpha_2$  es un coeficiente que tiene en cuenta el efecto del recubrimiento mínimo de hormigón (véase la figura A19.8.3)
- $\alpha_3$  es un coeficiente que tiene en cuenta el efecto del confinamiento debido a la armadura transversal
- $\alpha_4$  es un coeficiente que tiene en cuenta la influencia de una o más barras transversales soldadas ( $\phi_t > 0,6\phi$ ) a lo largo de la longitud neta de anclaje  $l_{bd}$  (véase también el apartado 8.6)
- $\alpha_5$  es un coeficiente que tiene en cuenta el efecto de la presión perpendicular al plano de rotura, a lo largo de la longitud neta de anclaje

$$\text{El producto } \alpha_2 \alpha_3 \alpha_5 \geq 0,7$$

(8.5)

**En resumen :**

En HE1 y a menos que se especifique lo contrario, para los ejercicios podemos tomar  $\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 1$

La tabla A19.8.2 muestra las fórmulas para calcular todos los factores  $\alpha_i$ , si se quisiera afinar el cálculo de la longitud neta de anclaje (siguiente diapo)



$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min}$$

El producto  $\alpha_2 \alpha_3 \alpha_5 \geq 0,7$

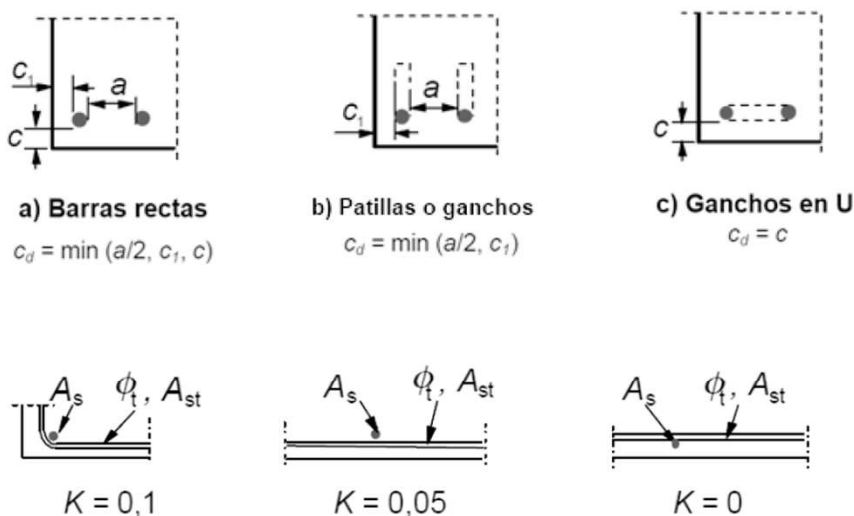


Figura A19.8.4 Valores de K para vigas y losas

Tabla A19.8.2 Valores de los coeficientes  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  y  $\alpha_5$

Factor de influencia	Tipo de anclaje	Barra de armadura	
		Traccionada	Comprimida
Forma de las barras	Prolongación recta	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	Otras distintas de la prolongación recta (véase la figura 49.5.1.1(b), (c) y (d) de este Código Estructural)	$\alpha_1 = 0,7$ si $c_d > 3\phi$ , de lo contrario, $\alpha_1 = 1,0$ (véase figura A19.8.3 para valores de $c_d$ )	$\alpha_1 = 1,0$
Recubrimiento de hormigón	Prolongación recta	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - \phi) / \phi$ $0,7 \leq \alpha_2 \leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
	Otras distintas de la prolongación recta (véase la figura 49.5.1.1(b), (c) y (d) de este Código Estructural)	$\alpha_2 = 1 - 0,15 (c_d - 3\phi) / \phi$ $0,7 \leq \alpha_2 \leq 1,0$ (véase figura A19.8.3 para valores de $c_d$ )	$\alpha_2 = 1,0$
Confinamiento debido a armadura transversal no soldada a la armadura principal	Todos los tipos	$\alpha_3 = 1 - K\lambda$ $0,7 \leq \alpha_3 \leq 1,0$	$\alpha_3 = 1,0$
Confinamiento debido a armadura transversal soldada*	Todos los tipos, la posición y el tamaño se especifican en la figura 49.5.1.1(e) de este Código Estructural	$\alpha_4 = 0,7$	$\alpha_4 = 0,7$
Confinamiento debido a la presión transversal	Todos los tipos	$\alpha_5 = 1 - 0,04p$ $0,7 \leq \alpha_5 \leq 1,0$	-

donde:

$$\lambda = \left( \sum A_{st} - \sum A_{st,min} \right) / A_s$$

$\sum A_{st}$  área de la sección de armadura transversal a lo largo de la longitud básica de anclaje  $l_{bd}$ .

$\sum A_{st,min}$  área de la armadura transversal mínima. Para vigas y losas será igual a  $0,25A_s$ .

$A_s$  área de una barra individual anclada de diámetro máximo.

$K$  valores mostrados en la figura A19.8.4.

$p$  presión transversal [ $N/mm^2$ ] para el Estado Límite Último a lo largo de  $l_{bd}$ .

\* Véase también 8.6: Para apoyos directos  $l_{bd}$  puede tomar valores menores que  $l_{b,min}$  en el caso de que exista al menos un alambre transversal soldado en el interior del apoyo. Dicho alambre deberá ubicarse al menos a 15 mm desde la cara del apoyo.

# Dispositivos de terminación de anclaje

Cualquier anclaje con pequeño radio de curvatura conlleva problemas. Como norma general, si es posible, resulta preferible para barras corrugadas el anclaje por prolongación recta.

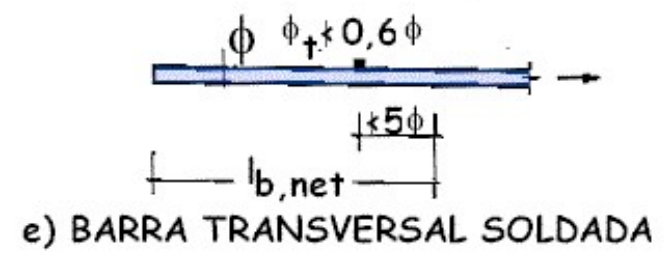
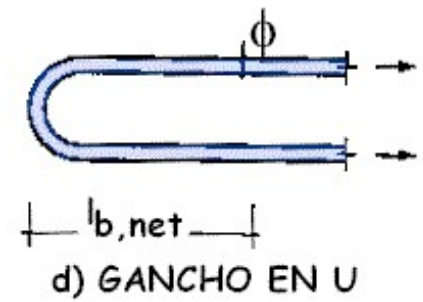
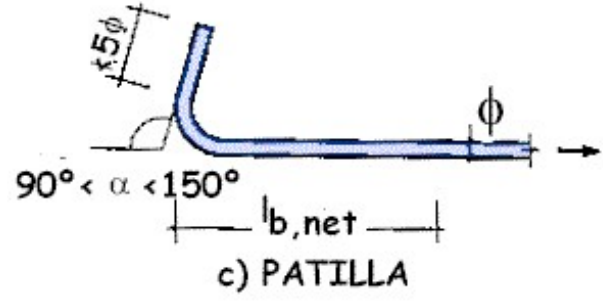
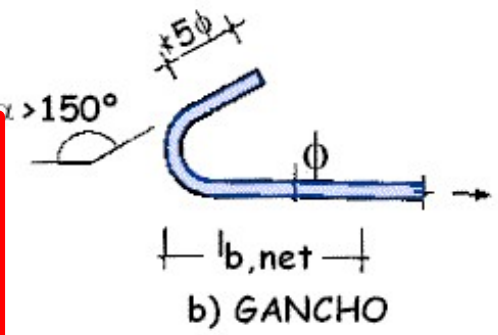
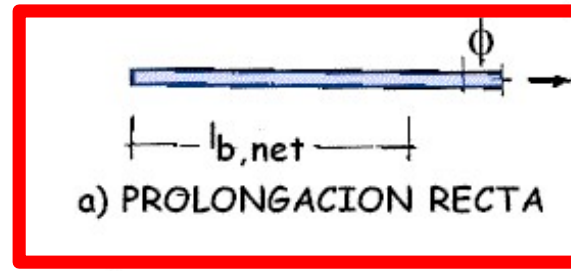


Tabla 49.3.4 Diámetro mínimo de los mandriles

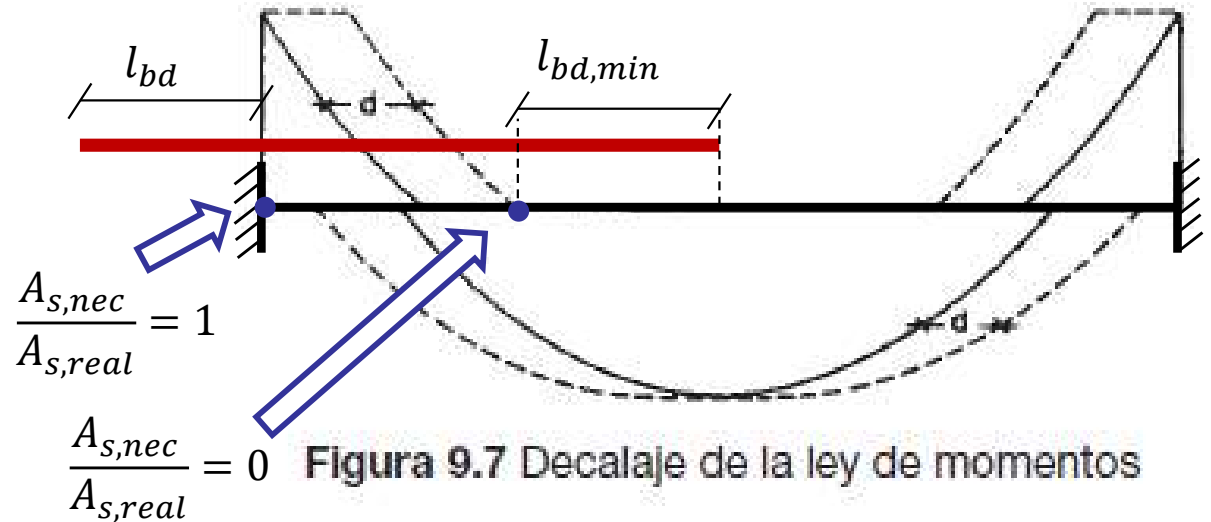
Acero	Ganchos, patillas y gancho en U (ver figura 49.5.1.1)		Barras dobladas y otras barras curvadas	
	Diámetro de la barra en mm		Diámetro de la barra en mm	
	$\phi < 20$	$\phi \geq 20$	$\phi \leq 25$	$\phi > 25$
B 400 S	4 $\phi$	7 $\phi$	10 $\phi$	12 $\phi$
B400SD				
B 500 S	4 $\phi$	7 $\phi$	12 $\phi$	14 $\phi$
B 500 SD				

Diámetros mínimos de doblado para considerar prolongación recta.

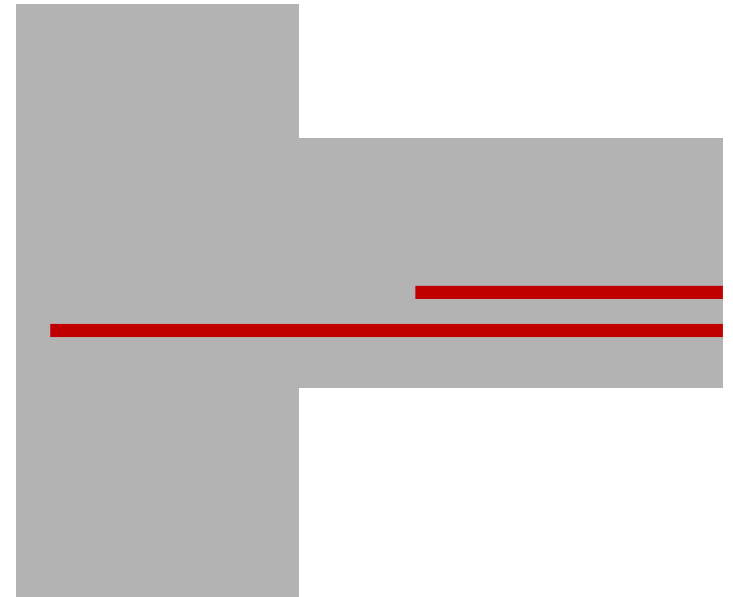


# ¿Dónde comienza la longitud de anclaje?

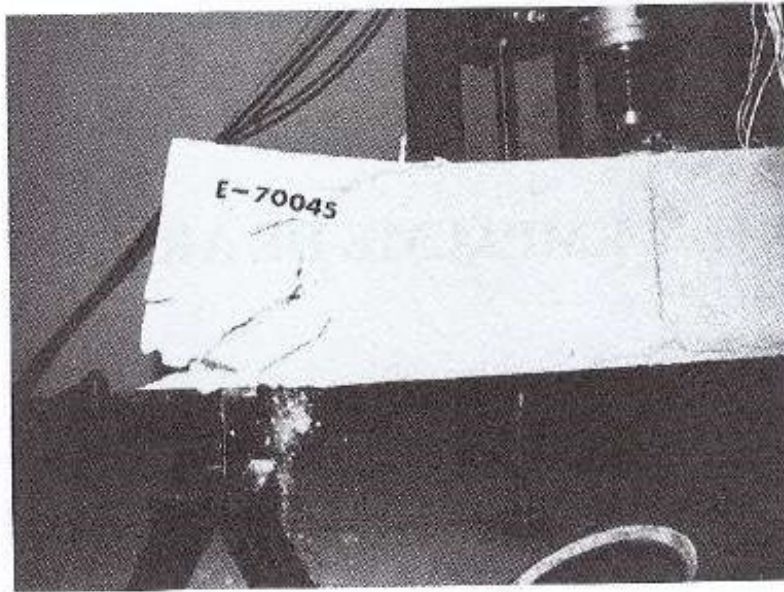
- A efectos de anclaje de barras a tracción, para tener en cuenta el efecto de la fisuración oblicua debida al esfuerzo cortante, debe suponerse la envolvente de momentos **decalado**. Esto incide en el factor  $A_{s,nec}/A_{s,real}$ .



En el caso de vigas, debe llevarse hasta los apoyos extremos al menos un tercio de la armadura necesaria para resistir el máximo momento positivo; y debe haber al menos un cuarto en los apoyos intermedios. Esta armadura mínima se prolongará a lo ancho de todo el apoyo.

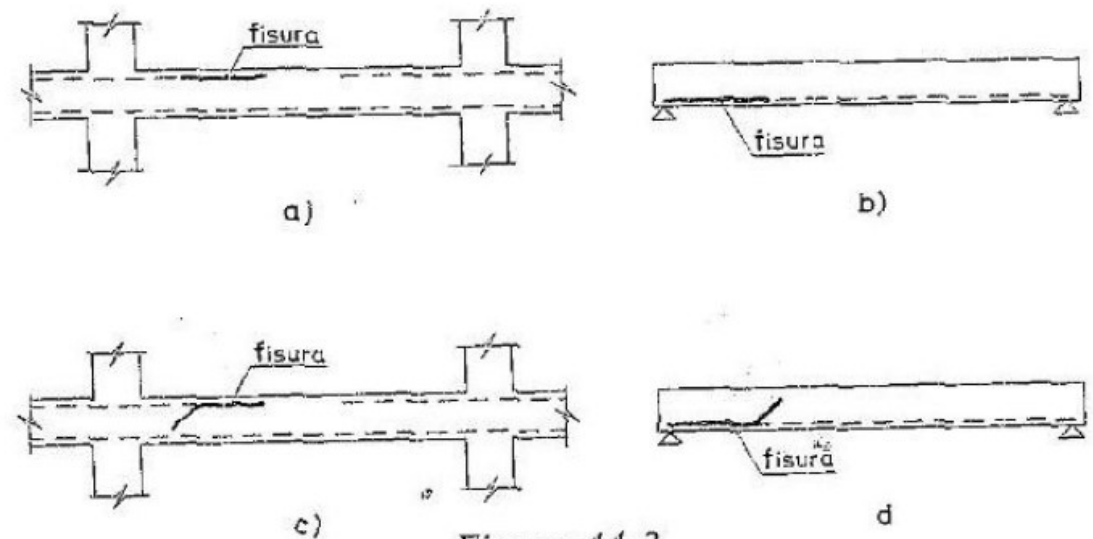


# Fallo de anclaje



Fallo repentino de un anclaje de viga, sin fisuración de aviso  
(Cortesía de INTEMAC)

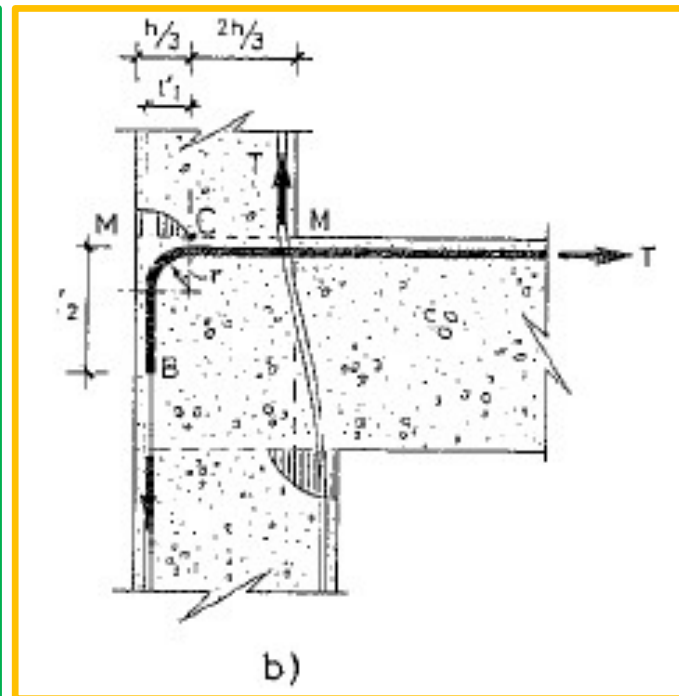
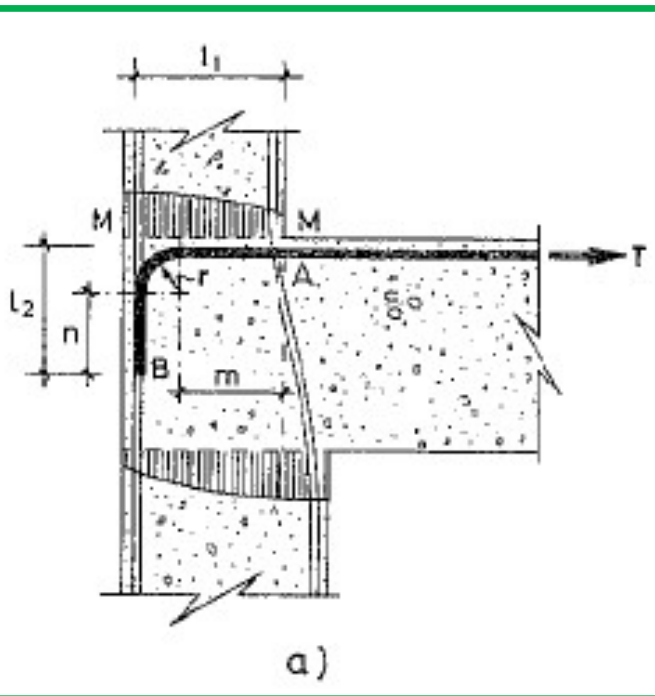
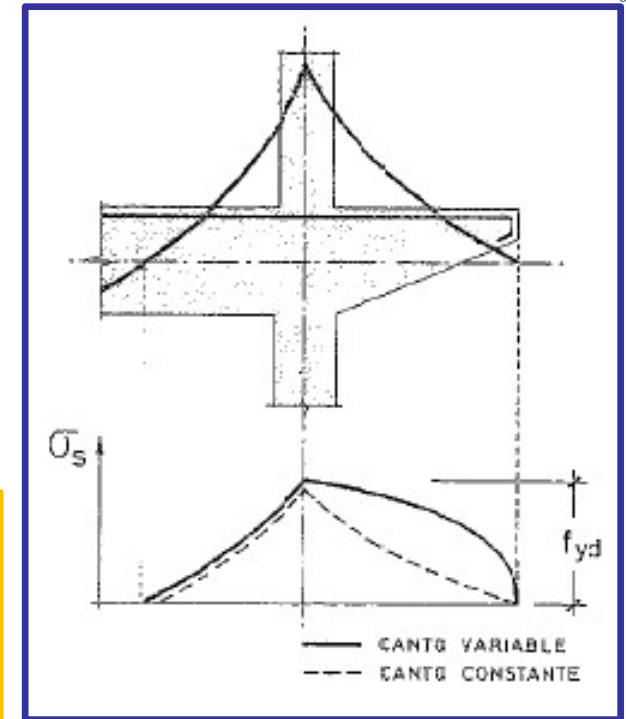
*Figura 44-2*



*Figura 44-3*

Dos fallos típicos de anclaje se indican en las figuras 44-3 a) y b), aunque más frecuentemente el fallo del anclaje se mezcla con un fallo a esfuerzo cortante (fig. 44-3 c) y d).

Debe prestarse atención especial a aquellas piezas en las cuales la tensión de la armadura no es sensiblemente proporcional al momento, como por ejemplo el caso indicado en la figura 44-18. Debido a la fuerte variación de canto, la tensión del acero es muy próxima a  $f_{yd}$  hasta casi la punta del voladizo (línea continua del gráfico de  $\sigma_s$ ), mientras que con canto constante decrecería muy rápidamente (línea de trazos del citado gráfico). En el primer caso, a poca distancia del apoyo,  $\frac{A_{s,rec}}{A_{s,real}} \cong 1$ , mientras que, en el segundo,  $\frac{A_{s,rec}}{A_{s,real}} \cong 0$  con



a) Pilar con toda su sección comprimida  $\Rightarrow$  long. de anclaje = AB.

b) Pilar no tiene toda su sección comprimida  $\Rightarrow$  long. de anclaje = CB.

# Resumen de criterios de anclaje

1<sup>er</sup> Semestre 2024 Agustin Spalvier Curso: Hormigón Estructural 1

24



Leer documento en EVA del curso:  
Material práctico -> Tablas y ejemplos -> Criterios de anclaje

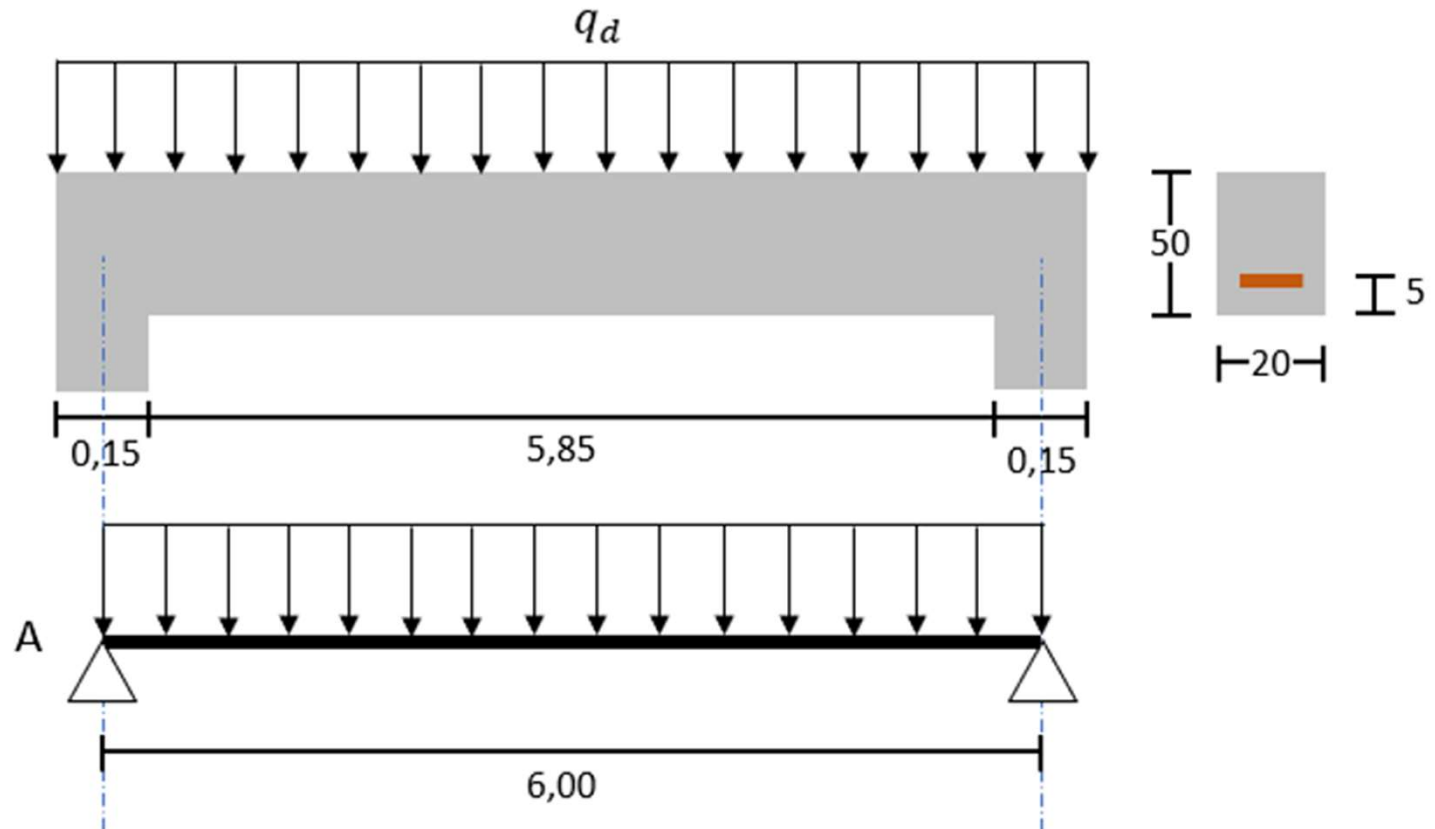
# Ejemplo

Se tiene una viga simplemente apoyada sometida a una carga uniformemente distribuida  $q_d$  como se muestra en la Figura 1. Se desea calcular el anclaje de los hierros inferiores.

$$q_d = 45 \text{ kN/m}$$

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$



Usando ELU de flexión, calculamos primero la armadura de acero a disponer en la cara inferior, a partir del momento máximo positivo en la viga, que se da en el centro de la luz.

$$M_d = \frac{q_d L^2}{8} = 203 \text{ kNm}$$

$$\mu = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} = 0,251 \Rightarrow VSA$$

$$\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu} = 0,294 > 0.045 \Rightarrow \text{OK} \Rightarrow$$

$$A_{s1} = \frac{\omega f_{cd} b d}{f_{yd}} = 12,2 \text{ cm}^2$$



Cálculo de la longitud  
básica de anclaje:

$$l_{b,rqd} = \frac{A_{s,nec} \phi f_{yd}}{A_s 4 f_{bd}} = \frac{A_{s,nec}}{12,6 \text{ cm}^2} \frac{20 \text{ mm}}{4} \frac{500 \text{ MPa}}{1,15 f_{bd}}$$

Cálculo de  $f_{bd}$ : Posición de adherencia buena, entonces

$$f_{bd} = 2,25 \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 2,25 \times 1 \times 1 \times 0,14 (f_{ck})^{2/3} = 0,315 (f_{ck})^{2/3} = 0,315 (30)^{2/3} = 3,04 \text{ MPa}$$

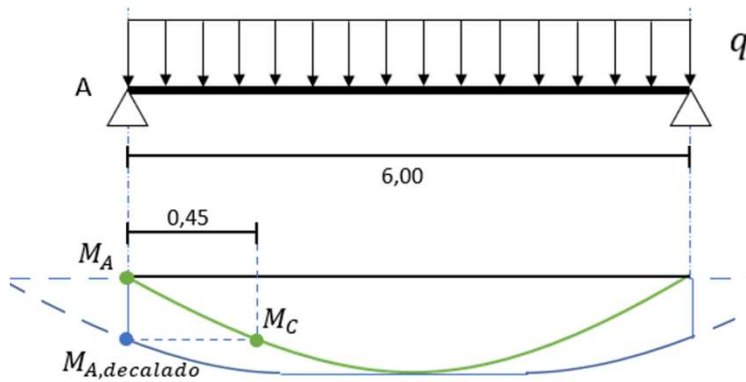
Cálculo de  $A_{s,nec}$ :

Para calcular el factor  $\frac{A_{s,nec}}{A_{s,real}}$  es necesario decalar el diagrama de momento flector y con este calcular  $A_{s,nec}$ . Los hieros inferiores se anclan a partir del eje de cálculo del apoyo, es decir, en el apoyo izquierdo, a partir del punto A y hacia la izquierda (simétrico para el apoyo derecho). Calculamos el  $A_{s,nec}$  considerando el momento flector en el punto C (que es el momento flector decalado del punto A). Calculamos entonces  $M_{A,decalado} = M_C$ :

$$M_C = M(x = 45 \text{ cm}) = \frac{(V_A + V_C) 0,45 \text{ m}}{2}$$

$$V_A = \frac{q_d L}{2} = 135 \text{ kN}$$

# Ejemplo



$$\frac{V_C}{3 - 0,45} = \frac{V_A}{3} \Rightarrow V_C = 114,75 \text{ kN} \Rightarrow$$

$$M_C = 56,2 \text{ kNm} \Rightarrow$$

$$M_{d,nec} = 56,2 \text{ kNm} \Rightarrow \mu_{nec} = 0,088 \Rightarrow \omega_{nec} = 0,092 \Rightarrow A_{s,nec} = 3,4 \text{ cm}^2 \Rightarrow$$

$$\frac{A_{s,nec}}{A_{s,real}} = \frac{3,4 \text{ cm}^2}{12,6 \text{ cm}^2} = 0,270$$

$$l_{b,rqd} = 0,270 \frac{20 \text{ mm}}{4} \frac{500 \text{ MPa}}{1,15 \times 3,04 \text{ MPa}} = 193 \text{ mm}$$

Cálculo de la longitud neta de anclaje:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min}$$

Prolongación recta  $\Rightarrow \alpha_1 = 1$

No consideramos los efectos positivos del recubrimiento, la armadura transversal, compresiones perpendiculares, ni barra soldada,  $\Rightarrow \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 1$

$$l_{bd} = 1 \times l_{b,rqd} = 193 \text{ mm} \geq l_{bd,min} = \max\{0,3l_{b,rqd}; 10\phi; 100 \text{ mm}\}$$

58 mm =  
200 mm =  
100 mm =

$$l_{bd} = 200 \text{ mm}$$

Observar que como en este caso limita la mínima, considerar cualquiera de los efectos positivos ( $\alpha_i < 1$ ) no reduce la longitud neta de anclaje.

Para poder materializar el anclaje, debemos ejecutar la prolongación recta, pero doblando las varillas con diámetro de mandril grande, es decir, entrando a la parte derecha de la tabla 49.3.4 de CE-2021. La tabla indica diámetro de mandril  $12\phi$ , que en nuestro caso da 240 mm como mínimo. Ver esquema en figura 2.

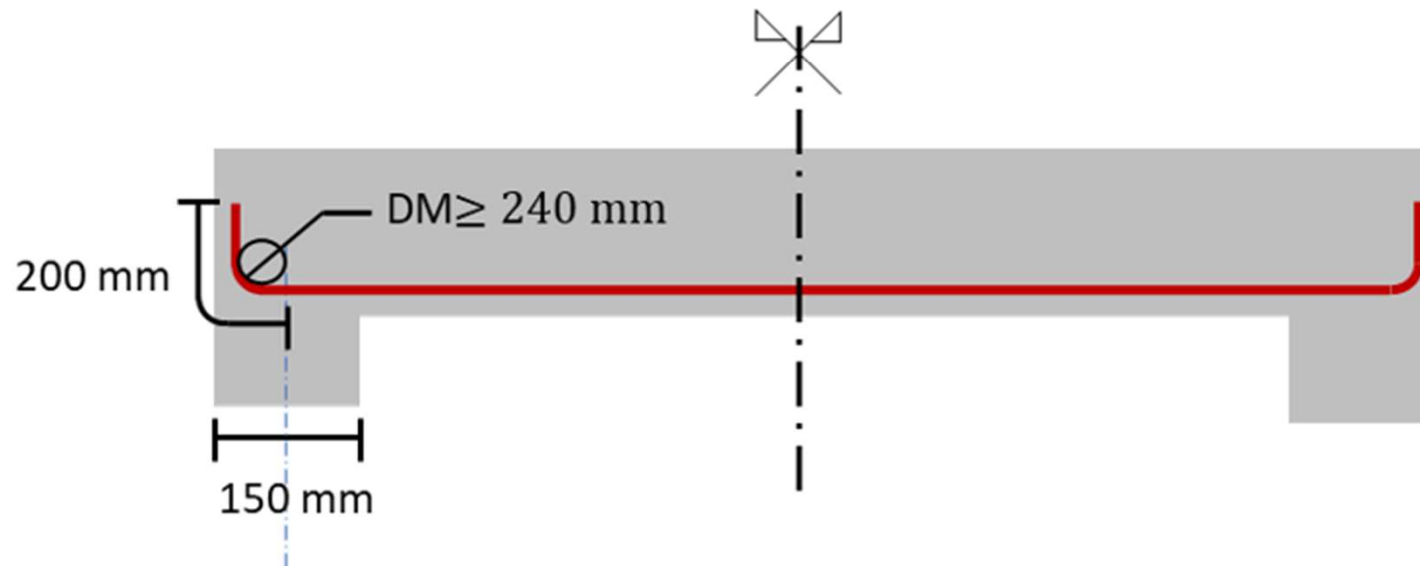
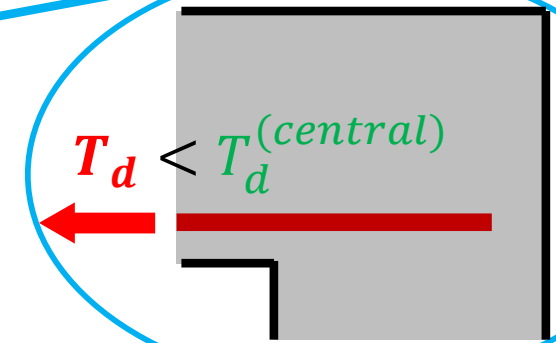
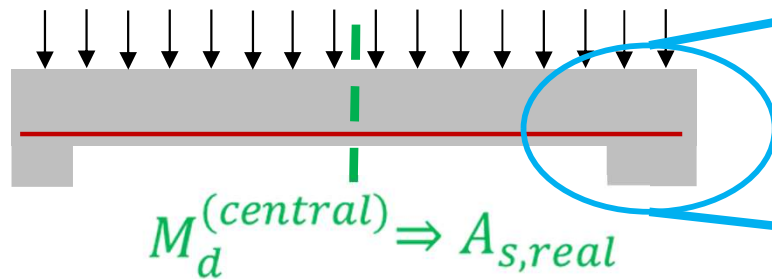


Figura 2: Detalle de anclaje de armadura estructural.

- Tenemos una viga en flexión pura y se diseña su armadura de tracción  $A_s$  que colocamos en todo el largo, le llamaremos  $A_{s,real}$ .



- Cortando en la sección en la cual queremos calcular el anclaje, tenemos que anclar la fuerza  $T_d$  (en el apoyo t.q.  $T_d < T_d^{(central)}$ ). Necesitamos satisfacer el equilibrio:

$$l_{b,neta} \phi \pi f_{bd} = T_d = \sigma_{sd} A_{s,real} \cong f_{yd} A_{s,nec} \quad (\text{"nec"} = \text{necesaria por cálculo})$$

- Por otro lado sabemos que la tracción última **que soporta la barra** se ancla debidamente usando una long. de anclaje  $l_b$ , satisfaciendo la ecuación de equilibrio:

$$l_b \phi \pi f_{bd} = T_u = f_{yd} A_{s,real} \Rightarrow \frac{l_{b,neta}}{l_b} = \frac{T_d}{T_u} \cong \frac{f_{yd} A_{s,nec}}{f_{yd} A_{s,real}} = \frac{A_{s,nec}}{A_{s,real}}$$

(esta aproximación es válida en aquellas piezas en las cuales la tensión de la armadura se mantiene aproximadamente proporcional al momento flector)