Curso: HORMIGÓN ESTRUCTURAL 1

MÓDULO 3b: FLEXIÓN PURA EN VIGA DOBLEMENTE ARMADA

Agustin Spalvier (aspalvier@fing.edu.uy)

1er Semestre – 2024

Universidad de la República - Uruguay

RESUMEN

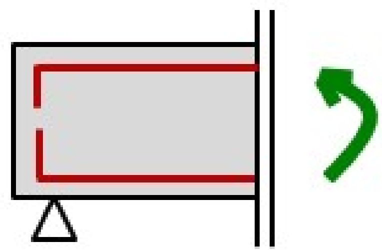
UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Diseño en flexión pura con armadura doble**
- **Resolución mediante ecuaciones adimensionales**
- **Otra forma práctica de resolución**
- **Ejemplo de viga doblemente armada**

ACLARACIÓN: Estas transparencias se preparan únicamente como una guía para las clases, las cuales cumplen la función de ser una presentación de los temas que el estudiante debe aprender para aprobar el curso, indicados en la bibliografía.

Bibliografía: Jiménez Montoya – 15ª Ed. – Cap. 14 y 15. (Estos capítulos abarcan temas de los módulos referidos a dimensionado ante solicitaciones normales)

Viga Doblemente Armada en Flexión Pura



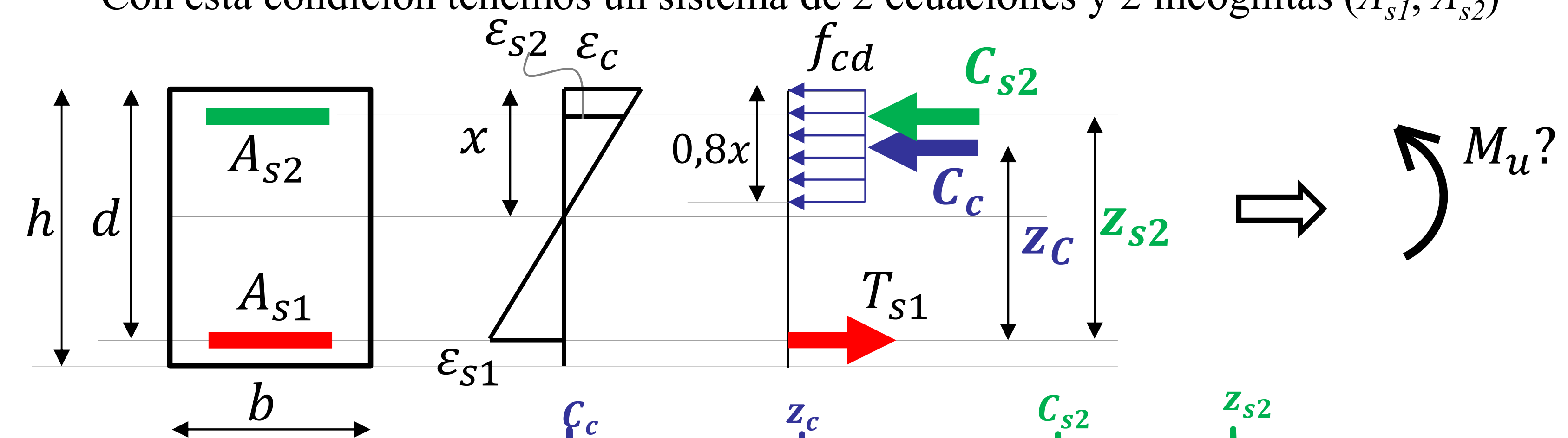
Diseño en flexión pura con armado doble

- **Ejemplo particular:** Sección rectangular (b × h)
  - Planteo las ecuaciones de equilibrio del caso.
    - En el caso general tengo ahora 3 incógnitas: (x, A_{s1}, A_{s2})
  - Forma de resolución:
    - Como vimos, con armado simple podemos cubrir sólo hasta un momento máximo ($M_{u,p}$).
    - Para diseñar una viga para que resista un momento mayor, debemos usar armadura superior.
    - Impondremos una condición para aprovechar al máximo la capacidad del hormigón. Esto es, diseñar con el valor límite que nos habíamos impuesto: $x_p=0,45.d$
    - Con esta condición tenemos un sistema de 2 ecuaciones y 2 incógnitas (A_{s1}, A_{s2})

sin modificar la sección

Nota: Para recubrimientos habituales tendremos : $\sigma_{s2} = f_{yd}$

¿De lo contrario?



$$M_u = \overbrace{0,8bxf_{cd}}^{C_c}\,\overbrace{(d-0,4x)}^{z_c} + \overbrace{f_{yd}A_{s2}}^{C_{s2}}\,\overbrace{(d-d')}^{z_{s2}}$$

$$A_{s1}f_{yd} = 0,8bxf_{cd} + f_{yd}A_{s2}$$

Resolución con ecuaciones adimensionales

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Ecuaciones adimensionales**
  - Nuevamente, podemos plantear el sistema en forma adimensional.
    - Las Ec. así planteadas son válidas para los dominios 2 y 3 (asumiendo A_{s2} fluye).
  - Al diseñar, impongo: $\boldsymbol{x_{lim}=0{,}45d}$
    - => $\boldsymbol{\xi=0{,}45}$ => $\boldsymbol{\mu_c=0{,}295}$

Momento reducido proporcionado por el hormigón: $\mu_c = 0{,}8\xi(1-0{,}4\xi)$

Cuantía mecánica de A_{s2}: $\omega_2 = \dfrac{A_{s2}.f_{yd}}{bd.f_{cd}}$

Recubrimiento relativo: $\delta_2 = \dfrac{d_2 \equiv d'}{d}$

$$\underbrace{\frac{M_u}{bd^2f_{cd}}}_{\mu} = \underbrace{\frac{0{,}8\cancel{b}x\cancel{f_{cd}}}{\cancel{b}d\cancel{f_{cd}}}}_{\xi}\frac{(\cancel{d}-0{,}4x)}{\cancel{d}}_{1\ \ \xi} + \underbrace{\frac{f_{yd}A_{s2}}{bdf_{cd}}}_{\omega_2}\frac{(\cancel{d}-d')}{\cancel{d}}_{1\ \ \delta_2} \Rightarrow$$

Recodar tabla del módulo anterior

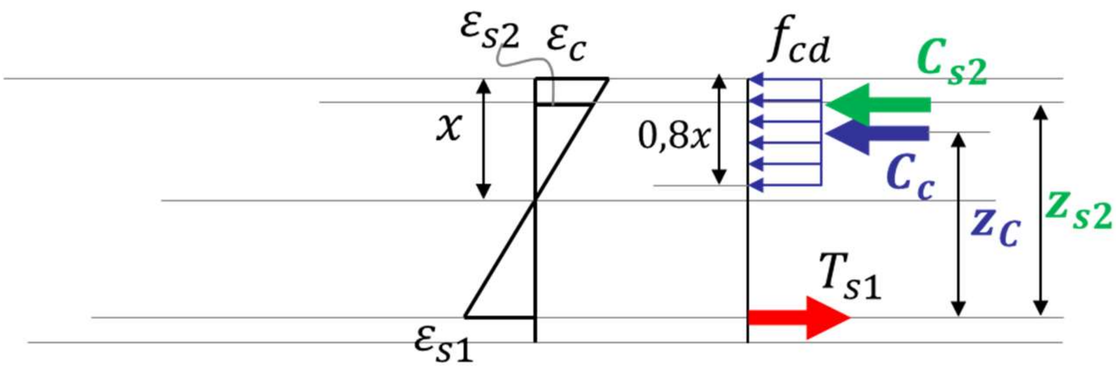
$$\mu = 0{,}8\xi(1-0{,}4\xi) + \omega_2(1-\delta_2) \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\mu = \overbrace{\mu_c}^{=0{,}295} + \omega_2(1-\delta_2)}$$

$$\frac{A_{s1}f_{yd}}{bdf_{cd}} = \frac{0{,}8bxf_{cd}}{bdf_{cd}} + \frac{f_{yd}A_{s2}}{bdf_{cd}} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\omega_1 = \overbrace{0{,}8\xi}^{0{,}360\,=} + \omega_2}$$

AL DISEÑAR:
$\xi = 0{,}45\ (x = 0{,}45d)$

Interpretación

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY



$$\frac{M_u}{bd^2 f_{cd}} = \underbrace{\frac{0{,}8bxf_{cd}}{bdf_{cd}}\frac{(d-0{,}4x)}{d}} + \underbrace{\frac{f_{yd}A_{s2}}{bdf_{cd}}\frac{(d-d')}{d}} \Rightarrow$$

Parte del M_u que “se lleva” el hormigón: el par C_c y parte de A_{s1}.

$$\boxed{\mu = \mu_c + \omega_2(1-\delta_2)}$$

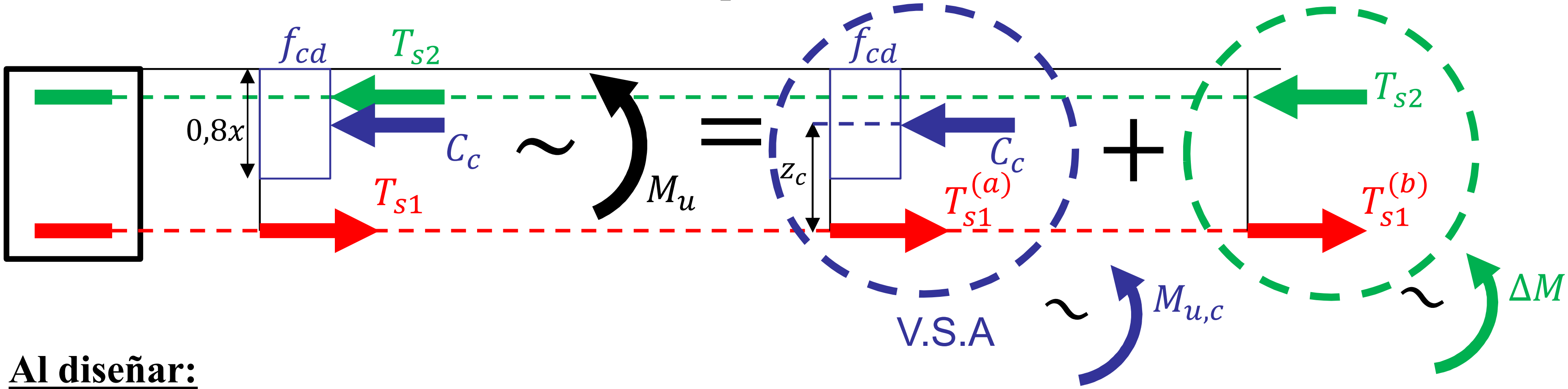
Parte del M_u que “se lleva” la arm. de compresión: el par A_{s2} y parte de A_{s1}.

$$\frac{A_{s1}f_{yd}}{bdf_{cd}} = \frac{0{,}8bxf_{cd}}{bdf_{cd}} + \frac{f_{yd}A_{s2}}{bdf_{cd}} \Rightarrow \boxed{\omega_1 = \mathbf{0{,}8\xi} + \boldsymbol{\omega_2}}$$

Parte de la fuerza del acero traccionado se equilibra con el **hormigón** y otra con el **acero comprimido**.

Otra forma práctica de resolución

- **La idea es ver el problema como la suma de dos situaciones:**
  - Por un lado tenemos una sección simplemente armada de momento último $\boldsymbol{M_{u,c}}$
  - Por otro lado tenemos las armaduras que resisten un momento último $\boldsymbol{\Delta M}$



Al diseñar:

Conocemos M_d ⇒ tomamos $M_u = M_d$. Luego calculamos μ y si $\mu > 0,295$ ⇒ no podemos usar VSA⇒ fijamos $x = x_P = 0,45d$ y usamos VDA ⇒

Dividimos el análisis en dos situaciones **(a)** y **(b)**. En donde $M_u = \boldsymbol{M_{u,c}} + \boldsymbol{\Delta M}$. Para cada situación por separado, calculamos $\boldsymbol{A_{s1}^{(a)}, A_{s2}^{(a)} = 0}$, $\boldsymbol{A_{s1}^{(b)}, A_{s2}^{(b)} = A_{s2}}$, tal que $A_{s1} = \boldsymbol{A_{s1}^{(a)}} + \boldsymbol{A_{s1}^{(b)}}$.

(a): VSA, $\xi = 0,45 \Rightarrow \omega_1^{(a)} = 0,360 \Rightarrow$ hallo $A_{s1}^{(a)}$ y $\mu^{(a)} = 0,295 \Rightarrow$ hallo $M_{u,c}$.

Ahora se M_u y $M_{u,c}$ ⇒ hallo $\Delta M = M_u - M_{u,c} \Rightarrow$ (b): $\Delta M = T_{s2}(d - d_2) \Rightarrow$ hallo T_{s2} y $T_{s1}^{(b)} = T_{s2}$

hallo $\boldsymbol{A_{s2}}$ y $A_{s1}^{(b)} = A_{s2}$

verificar que A_{s2} esté en fluencia

Conocemos A_{s1} y A_{s2} ⇒ queremos calcular M_u. Asumimos A_{s2} en fluencia.

De la situación (b) sabemos que $A_{s2} = A_{s1}^{(b)} \Rightarrow$ calculamos $\Delta M = A_{s2} f_{yd}(d - d_2)$

De la suma de situaciones (de momentos) sabemos que $A_{s1} = A_{s1}^{(a)} + A_{s1}^{(b)} \Rightarrow A_{s1}^{(a)} = A_{s1} - A_{s2}$

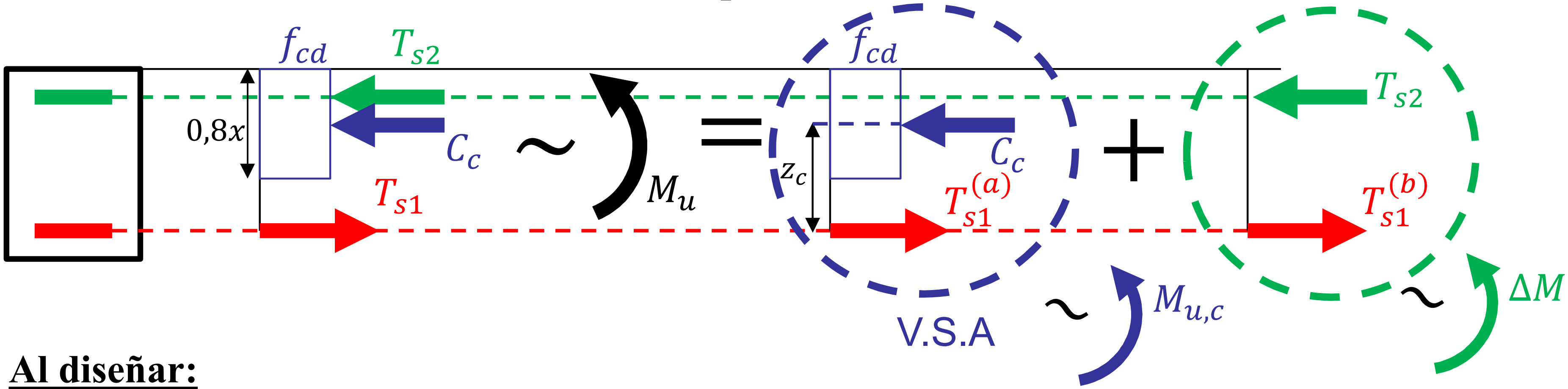
Conocido $A_{s1}^{(a)}$, basta con calcular $M_{u,c}$ como en una comprobación de una VSA (situación a).

Finalmente $M_u = M_{u,c} + \Delta M$

verificar que A_{s1} y A_{s2} estén en fluencia

Otra forma práctica de resolución

- **La idea es ver el problema como la suma de dos situaciones:**
  - Por un lado tenemos una sección simplemente armada de momento último $\boldsymbol{M_{u,c}}$
  - Por otro lado tenemos las armaduras que resisten un momento último $\boldsymbol{\Delta M}$



<u>Al diseñar:</u>

Conocemos $M_d \Rightarrow$ tomamos $M_d = M_u$. Luego calculamos μ y si da > 0,295 $\Rightarrow$ no podemos usar VSA$\Rightarrow$ fijamos $x = x_P = 0{,}45d$ y usamos VDA $\Rightarrow$

Dividimos el análisis en dos situaciones **(a)** y **(b)**. En donde $M_u = \boldsymbol{M_{c,u}} + \boldsymbol{\Delta M}$. Para cada situación por separado, calculamos $\boldsymbol{A_{s1}^{(a)}}, \boldsymbol{A_{s2}^{(a)}} = \boldsymbol{0}, \boldsymbol{A_{s1}^{(b)}}, \boldsymbol{A_{s2}^{(b)}} = \boldsymbol{A_{s2}}$, tal que $\boldsymbol{A_{s1}} = \boldsymbol{A_{s1}^{(a)}} + \boldsymbol{A_{s1}^{(b)}}$.

(a): VSA, $\xi = 0{,}45 \Rightarrow \omega_1^{(a)} = 0{,}360 \Rightarrow$ hallo $A_{s1}^{(a)}$ y $\mu^{(a)} = 0{,}295 \Rightarrow$ hallo $M_{u,c}$.

Ahora sé M_u y $M_{u,c} \Rightarrow$ hallo $\Delta M = M_u - M_{u,c} \Rightarrow$ (b): $\Delta M = T_{s2}(d - d_2) \Rightarrow$ hallo T_{s2} y $T_{s1}^{(b)} = T_{s2}$

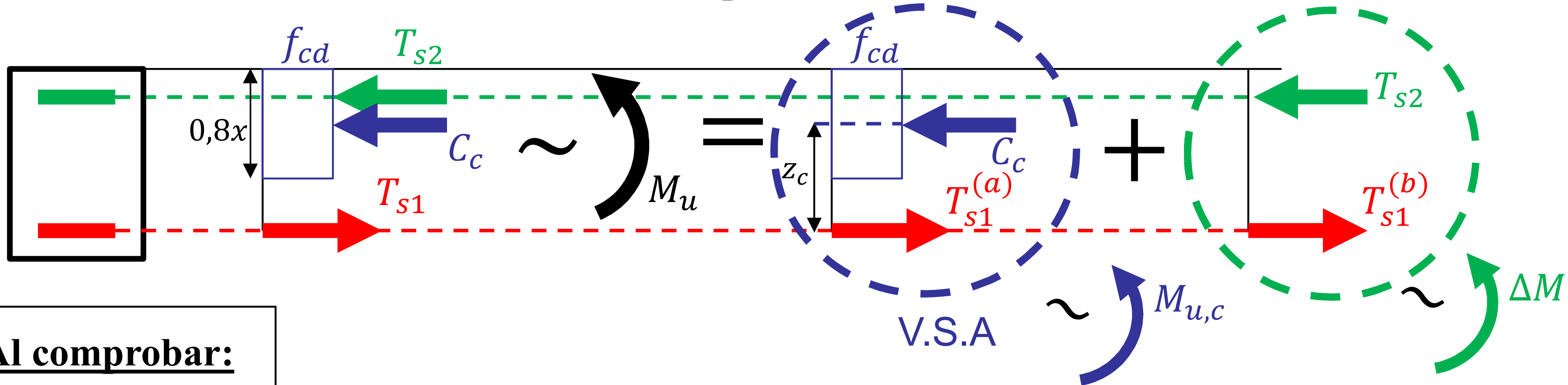
hallo $\boldsymbol{A_{s2}}$ y $A_{s1}^{(b)} = A_{s2}$

verificar que A_{s2} esté en fluencia

Otra forma práctica de resolución

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **La idea es ver el problema como la suma de dos situaciones:**
  - Por un lado tenemos una sección simplemente armada de momento último $\boldsymbol{M_{u,c}}$
  - Por otro lado tenemos las armaduras que resisten un momento último $\boldsymbol{\Delta M}$



<u>Al comprobar:</u>

Conocemos A_{s1} y A_{s2} $\Rightarrow$ queremos calcular M_u. Asumimos A_{s2} en fluencia.

De la situación (b) sabemos que $A_{s2} = A_{s1}^{(b)} \Rightarrow$ calculamos $\Delta M = A_{s2} f_{yd}(d - d_2)$

De la suma de situaciones (de momentos) sabemos que $A_{s1} = A_{s1}^{(a)} + A_{s1}^{(b)}$ $\Rightarrow A_{s1}^{(a)} = A_{s1} - A_{s2}$

Conocido $A_{s1}^{(a)}$, basta con calcular $M_{u,c}$ como en una comprobación de una VSA (situación a).

Finalmente $M_u = M_{u,c} + \Delta M$.

verificar que $A_{s1} y\ A_{s2}$ estén en fluencia

Ejemplo

– Ejemplo:
- Se considera una sección rectangular de b=0,3 m x h=0,5 m, con hormigón y acero de resistencias características de 25 MPa y 500 MPa, respectivamente, y recubrimiento mecánico de 5 cm.
- Determinar armado y posición de la línea neutra para un momento de diseño de 400 kNm.

(lo resolveremos en clase)