# Curso: HORMIGÓN ESTRUCTURAL 1

## MÓDULO 3: FLEXIÓN PURA EN VIGA SIMPLEMENTE ARMADA

Agustin Spalvier (aspalvier@fing.edu.uy)

1er Semestre - 2024

Universidad de la República - Uruguay

UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

# RESUMEN



UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- Nociones de diseño estructural
- Problemas de cálculo (dimensionado / comprobación)
- Consideraciones adicionales de cálculo en flexión pura
- Viga simplemente armada sometida a flexión pura
- Formas prácticas de cálculo
- Ejemplo

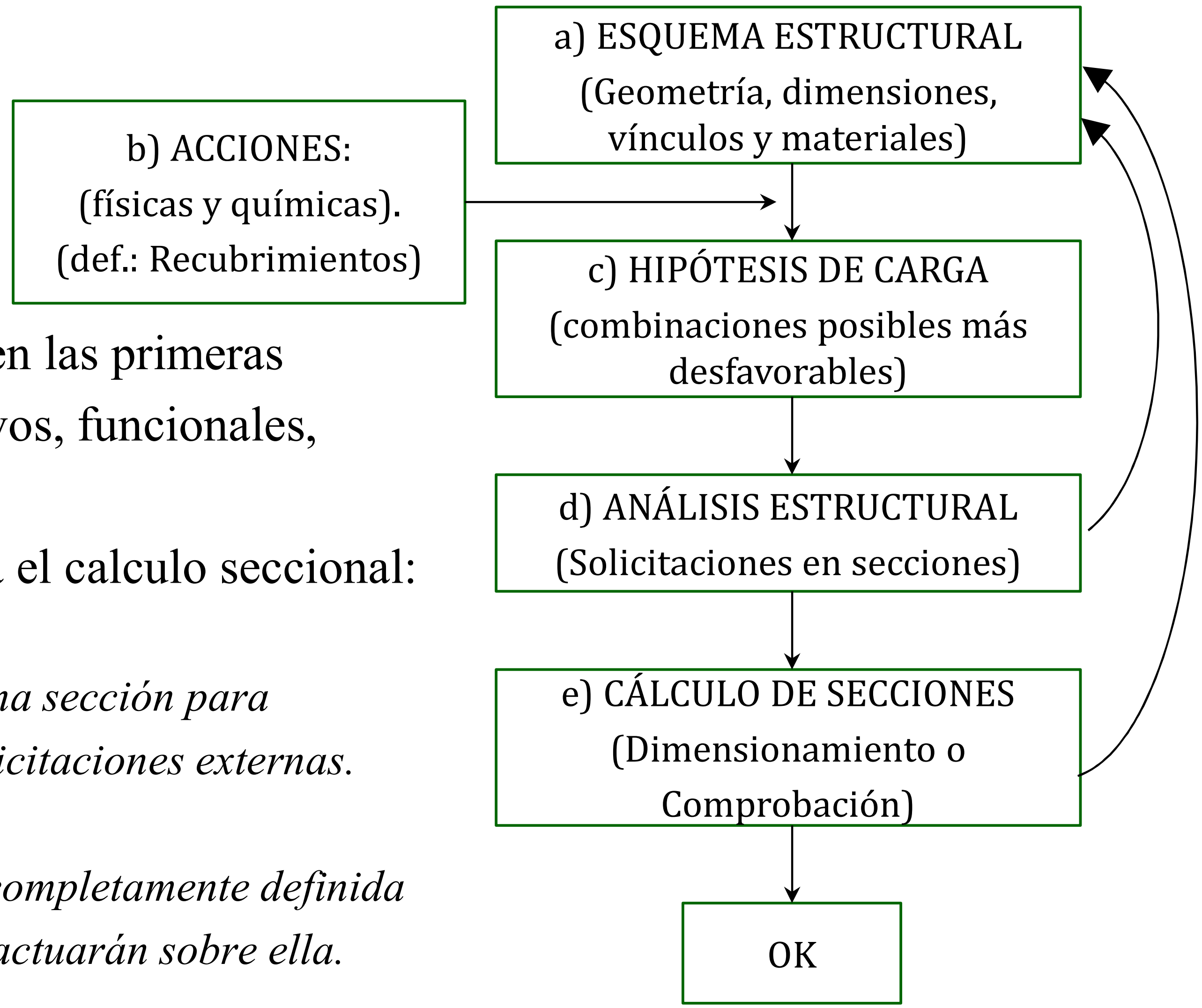
**ACLARACIÓN**: Estas transparencias se preparan únicamente como una guía para las clases, las cuales cumplen la función de ser una presentación de los temas que el estudiante debe aprender para aprobar el curso, indicados en la bibliografía.

**Bibliografía:** Jiménez Montoya – 15ª Ed. – Cap. 14 y 15. (Estos capítulos abarcan temas de los módulos referidos a dimensionado ante solicitaciones normales)

# Nociones de Diseño estructural



- En sentido estricto el **cálculo estructural** consiste en comprobar que **se satisfacen** las condiciones de **equilibrio** de esfuerzos **y compatibilidad de deformaciones.**
- **En sentido amplio**: el cálculo también incluye la fase previa de **establecimiento del tipo estructural (diseño).**
- El **diseño de proyectos** en hormigón armado, como en cualquier material, es un **proceso iterativo**.
- Varios parámetros se definen en las primeras etapas por aspectos constructivos, funcionales, estéticos, etc.
- Recién en la etapa e) se realiza el calculo seccional:
  - **Dimensionamiento**
    - *Determinar completamente una sección para comprobar que resiste las solicitaciones externas.*
  - **Comprobación**
    - *Comprobar que una sección completamente definida resiste las solicitaciones que actuarán sobre ella.*




a) ESQUEMA ESTRUCTURAL
(Geometría, dimensiones, vínculos y materiales)

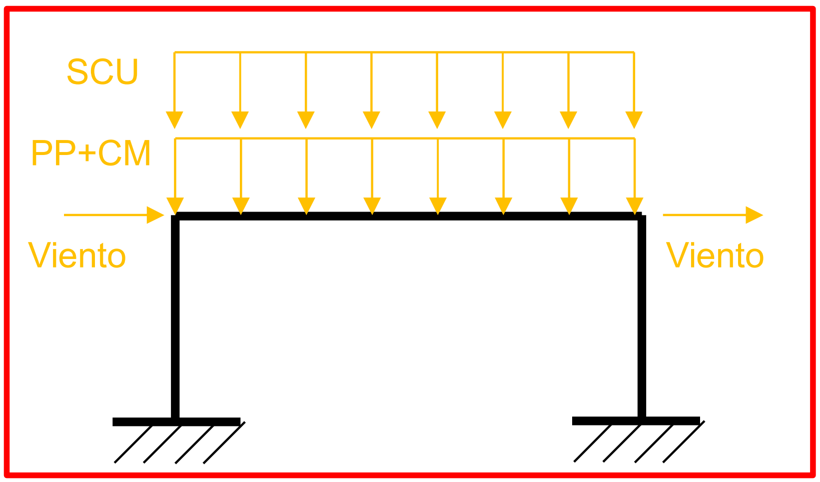
b) ACCIONES:
(físicas y químicas).
(def.: Recubrimientos)

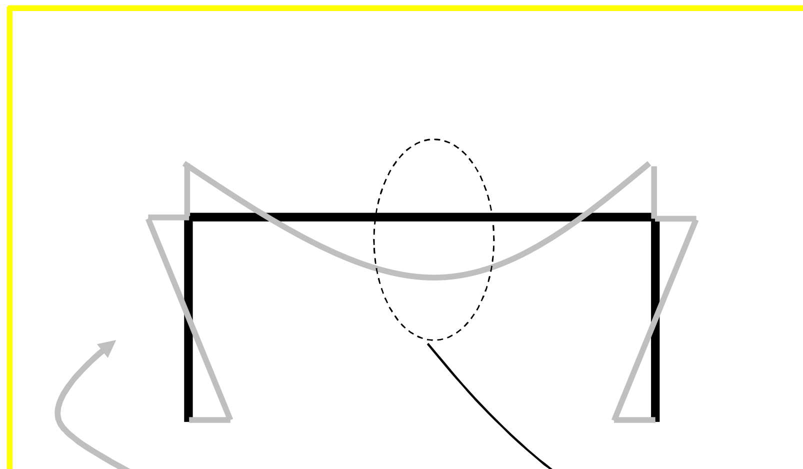
c) HIPÓTESIS DE CARGA
(combinaciones posibles más desfavorables)

d) ANÁLISIS ESTRUCTURAL
(Solicitaciones en secciones)

e) CÁLCULO DE SECCIONES
(Dimensionamiento o Comprobación)

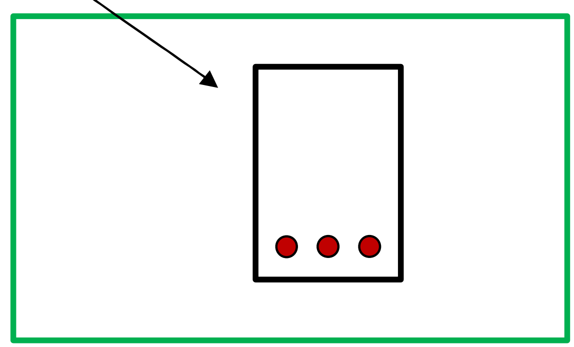
OK



- PP
- CM
- SCU
- Viento
- (otras)

**1: 1,35 (PP+CM) + 1,5 SCU**
2: 1,35 (PP+CM) + 1,5 Viento
3: 1,35 (PP+CM) + 1,5 (SCU + 0,6 Viento)
4: 1,35 (PP+CM) + 1,5 (0,7 SCU + Viento)
(otras)



# Problemas habituales



- **Normalmente, muchas de las variables de diseño de elementos de H.A. quedan determinados en las etapas iniciales de proyecto:**
  - Geometrías ($h$, $b$) y resistencias de materiales ($f_{yk}$, $f_{yd}$) se definen con el esquema estructural. Altura útil ($d$) y recubrimientos ($d'$) se definen al considerar las "acciones químicas".
- **Dimensionado:**
  - Por lo general, en el dimensionado, conocemos las solicitaciones actuantes ($M_d$, $N_d$) y determinamos el armado de la sección ($A_{s1}$, $A_{s2}$) para que resista esas acciones, y la posición de la línea neutra ($x$) correspondiente (y con ella, las deformaciones últimas).
- **Comprobación:**
  - En las comprobaciones, conocemos completamente la sección ($A_{s1}$, $A_{s2}$), y comprobamos que es capaz de soportar las solicitaciones actuantes $(M_u, N_u) \geq (M_d, N_d)$.
    - Es el caso, por ejemplo, cuando en una estructura existente se cambian las condiciones de uso.
- **Problema indeterminado**
  - Tenemos, generalmente, 5 incógnitas ($x$, $A_{s1}$, $\cancel{A_{s2}}$, $M_d$, $\cancel{N_d}$), y 2 ecuaciones de equilibrio (ΣM, ΣF), por lo que tendremos que realizar algunas consideraciones adicionales para poder dimensionar las secciones.

VSA en flexion pura

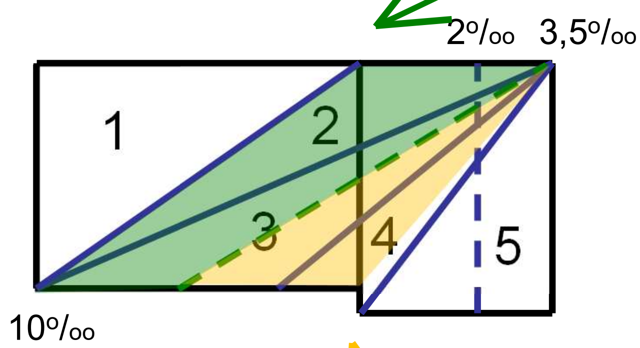
Sé $M_d \Rightarrow [A_{s1} \,;\, x\,]$   Sé $A_{s1} \Rightarrow [M_u \,;\, x\,]$

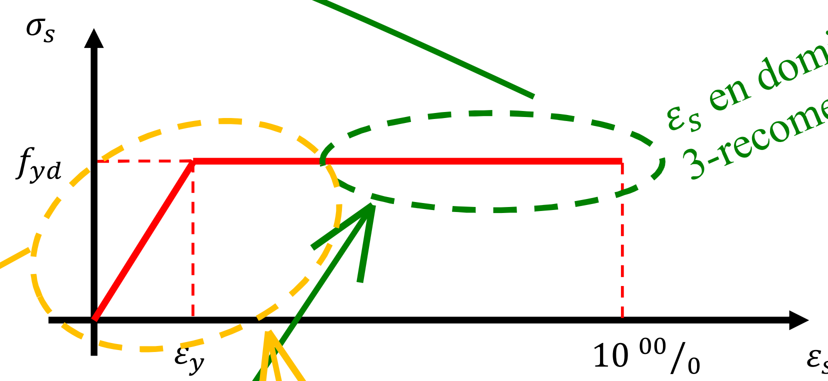
# Consideraciones adicionales en flexión pura



UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

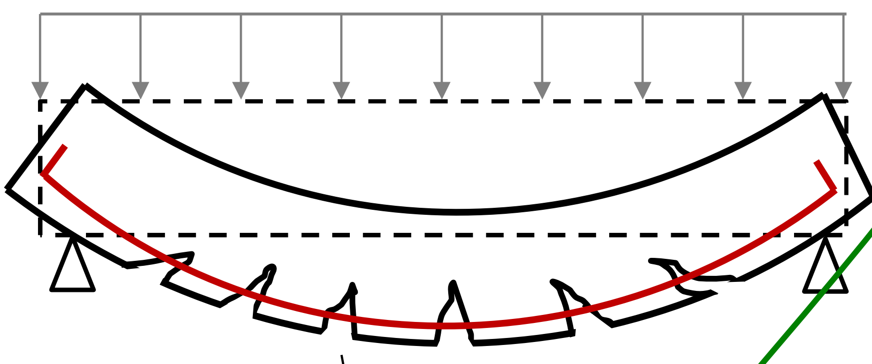
- **Trataremos de utilizar cada material como mejor trabaja.**
  - **En la zona de compresión**, es **más eficiente el uso del hormigón** en vez del acero.



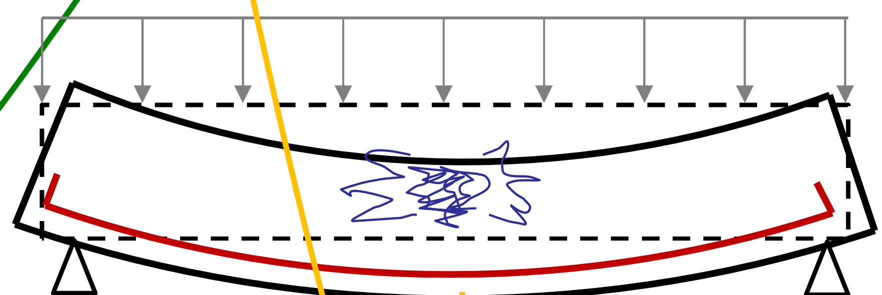

$\varepsilon_s$ en dominio 2 y 3-recomendado

**Con cuantías normales de acero la falla se da en Dom. 2 o 3 recomendado:**



deformaciones grandes en el acero ($\varepsilon_s$)

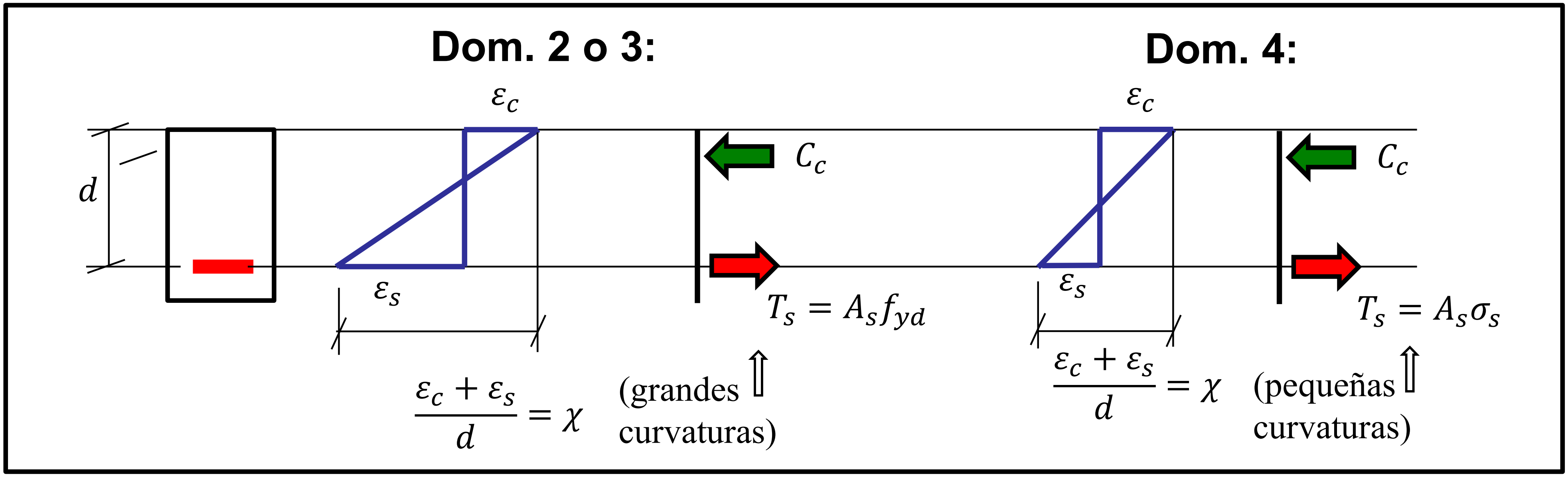
**Con cuantías altas de acero, la falla se da en Dom. 4 (o 3 no recomendado):**



# Consideraciones adicionales en flexión pura



UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY



- **Flexión pura en Dominios 2 y 3:**
  - El acero está en la etapa de fluencia en el momento de la rotura.
    - La sección alcanza grandes deformaciones antes de romper
      - *Es deseable: para tener una rotura "con aviso".*
  - Además, el acero en fluencia implica utilizar su capacidad mecánica al máximo en el diseño.

- **Flexión pura en Dominio 4:**
  - Las deformaciones del acero son pequeñas en el momento de la rotura.
    - Al romper, el acero no está trabajando a su máxima capacidad. La **armadura no se aprovecha íntegramente** ($\sigma_{s1} < f_{yd}$).
    - Deformaciones pequeñas en la sección, implican **deformaciones pequeñas** en la estructura. Es decir, la viga "no avisa" antes de la rotura.
    - Las curvaturas últimas también son pequeñas: sección sin capacidad de formar una rótula plástica.
  - El estado último de **agotamiento** se alcanza, en este dominio, **por aplastamiento del hormigón**.
    - Esto es, una **rotura frágil** (del hormigón) con deformaciones pequeñas (sin aviso)
- **Dimensionar en este dominio implica secciones poco económicas y mal proyectadas.**

• **Rotura en flexión en dominios 2 o 3**

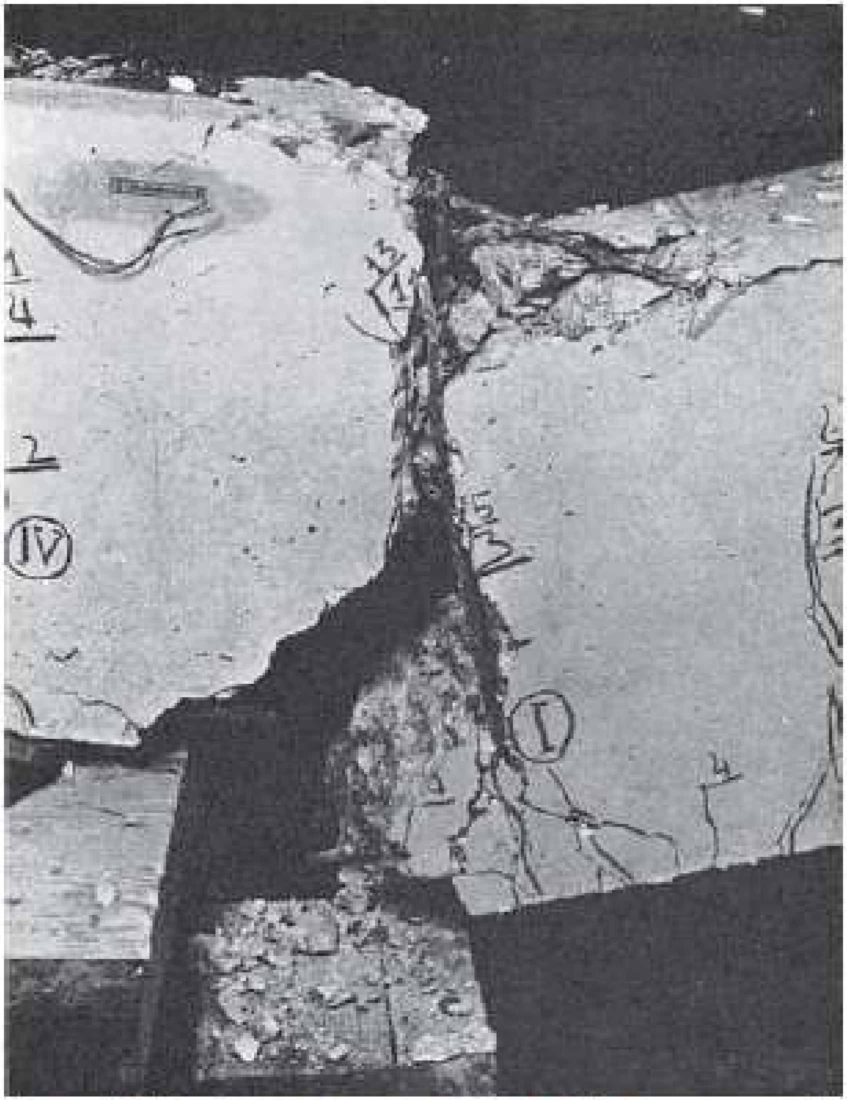


**Figura 14.12 a** Rotura por agotamiento del acero en tracción

• **Rotura en flexión en dominio 4**

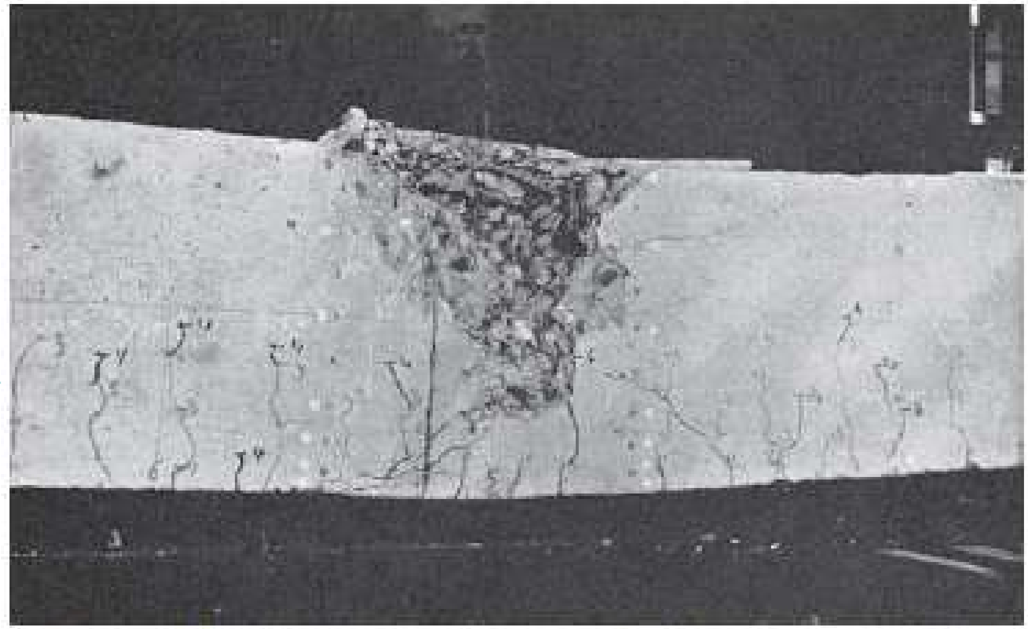


**Figura 14.12 b** Rotura por agotamiento del hormigón comprimido (compárese el aspecto de la zona inferior con el del caso a)

**[fuente: Jimenez-Montoya, 15ª Ed.]**

# Consideraciones adicionales en flexión pura



UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Basado en los comentarios anteriores, estableceremos dos consideraciones:**

1. Trataremos de dimensionar la sección para que, **si se alcanza la rotura**, ésta se produzca **de forma dúctil (dominios 2 y 3)**, **evitando la rotura frágil, y con suficiente plasticidad (lejos del dominio 4)**.
   - No siempre es posible
     - *Exigencias de armadura de fisuración*
     - *Cabeza de compresión grande (presoflexión)*
2. También, de ser posible, **evitaremos usar armadura de compresión** (Viga *simplemente armada*. $\boldsymbol{A_{s2} = 0}$).
   - Nuevamente, tampoco es siempre posible.
     - *Para momentos grandes será necesario disponer armadura en la zona de compresión que colabore con el hormigón.*

- **Abordaremos el análisis de los distintos casos en forma progresiva:**

1. Vigas **simplemente armadas** sometidas a **flexión pura**
2. Vigas **doblemente armadas** sometidas a **flexión pura**
3. Vigas sometidas a **flexión compuesta con directas reducidas**
4. Para los casos de **flexión compuesta con directas predominantes** se realizará un análisis independiente.

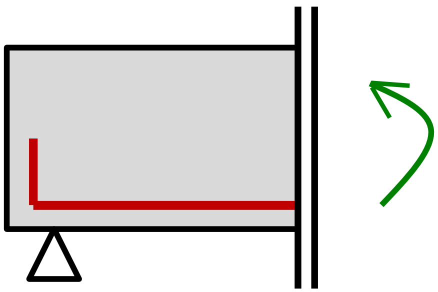
2ª mitad del curso

- **En este módulo veremos el primero de estos casos**

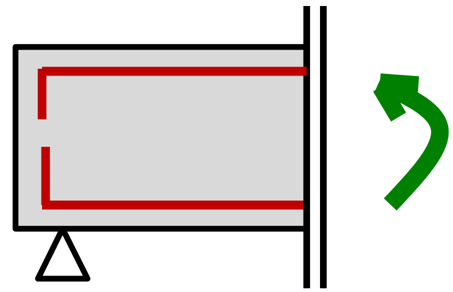
# Orden del análisis siguiente



1 - Vigas **simplemente armadas** sometidas a **flexión pura**

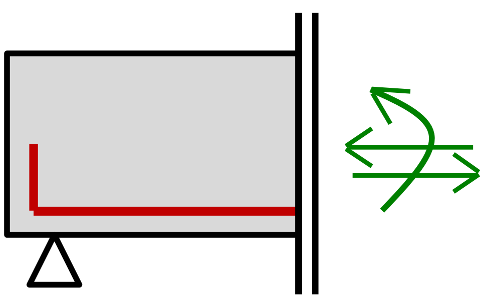


2 - Vigas **doblemente armadas** sometidas a **flexión pura**

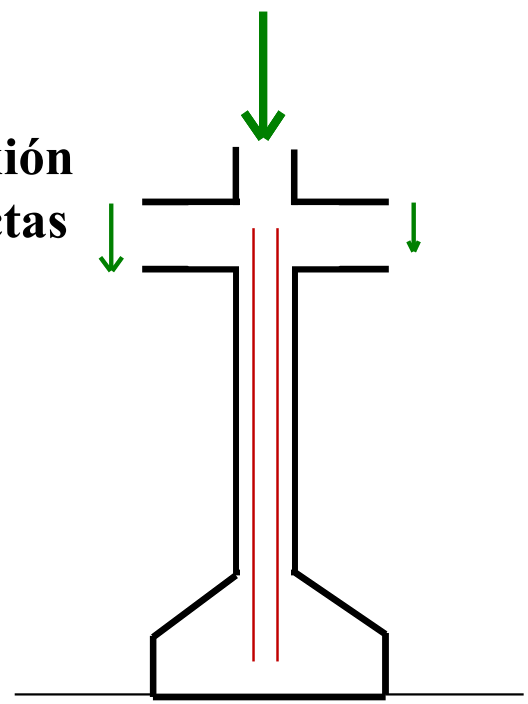


*Veremos en este módulo.*

3 - Vigas sometidas a **flexión compuesta con directas reducidas**

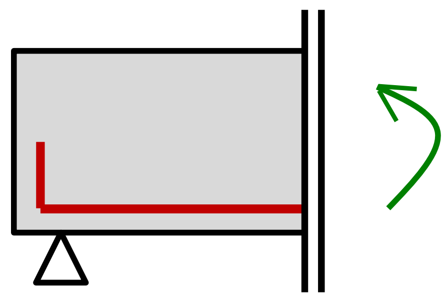


4 – Elementos en **flexión compuesta con directas predominantes**



UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

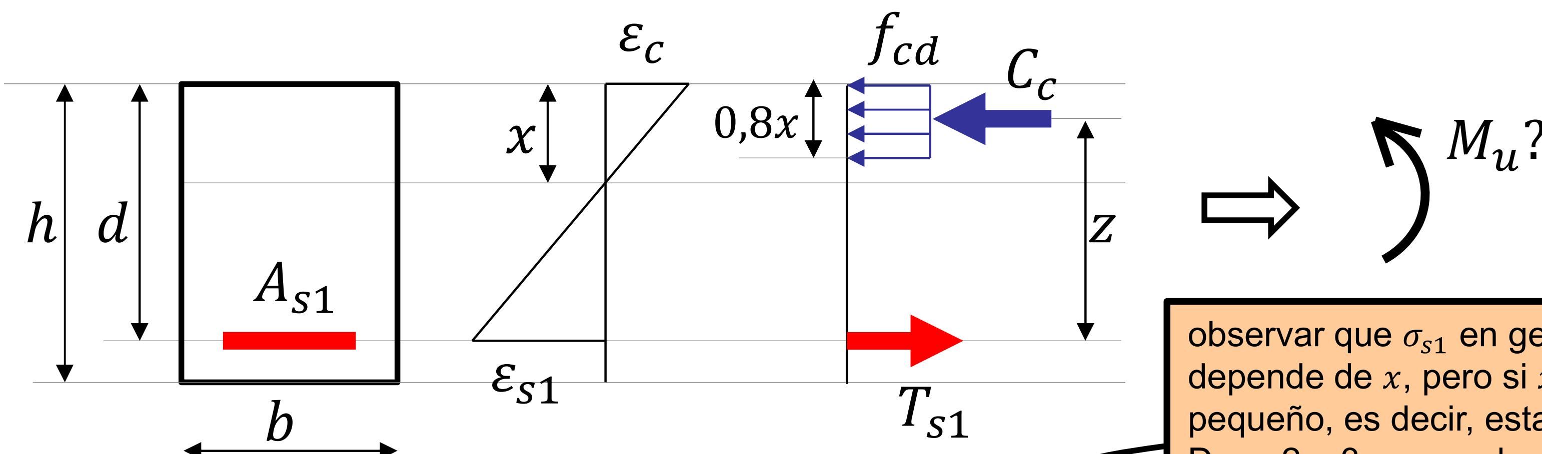
# Viga Simplemente Armada en Flexión Pura



# Sección S.A. ($A_{s2}$=0) en Flexión Pura ($N_u$=0)



- **Ejemplo simplificado:**
  - Sección rectangular: ($b \times h$).
  - Simplemente Armada: ($A_{s2}=0$)
    - Es decir: Sin armadura de compresión.
  - En Flexión pura ($N_U=0$)
    - Entonces: La resultante de compresión y tracción son iguales ($C_C = T_{s1}$)




observar que $\sigma_{s1}$ en general depende de $x$, pero si $x$ es pequeño, es decir, estando en Dom. 2 o 3, $\sigma_{s1}$ no depende de $x$ ya que la armadura está en fluencia: $\sigma_{s1} = f_{yd}$.

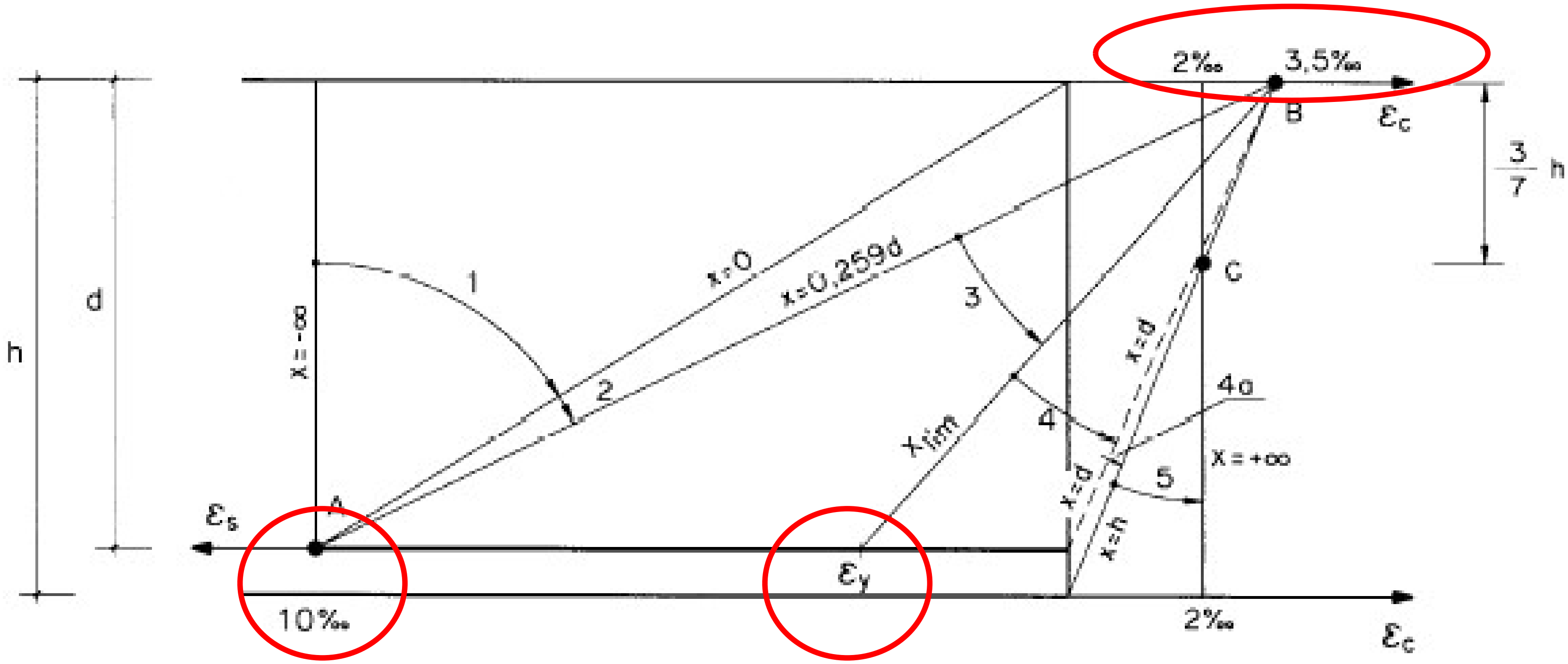
Ecuaciones de equilibrio:

$$0 = C_c - T_s \qquad \Rightarrow f_{cd} \times b \times 0{,}8x = \sigma_{s1} A_{s1}$$

$$M_u = T_s z = C_c z \quad \Rightarrow M_u = \underbrace{f_{cd}.\,0{,}8x.\,b}_{C_c}\underbrace{(d - 0{,}4x)}_{z}$$

De la ecuación 1 despejo $x$ y lo coloco en la 2 para hallar $M_u$

- **Recuerdo el diagrama de pivotes!**



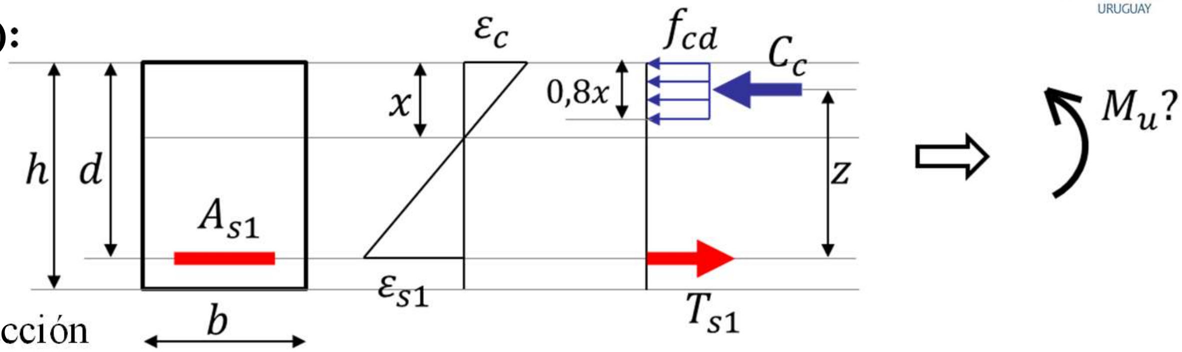

observar que $\sigma_{s1}$ en general depende de $x$, pero si $x$ es pequeño, es decir, estando en Dom. 2 o 3, $\sigma_{s1}$ no depende de $x$ ya que la armadura está en fluencia: $\sigma_{s1} = f_{yd}$.

# Sección S.A. ($A_{s2}$=0) en Flexión Pura ($N_u$=0)



UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

- **Ejemplo simplificado (de COMPROBACIÓN):**
  - Sección rectangular: ($b \times h$).
  - Simplemente Armada: ($A_{s2}=0$)
    - Es decir: Sin armadura de compresión.
  - En Flexión pura ($N_U=0$)
    - Entonces: La resultante de compresión y tracción son iguales ($C_C = T_{s1}$)



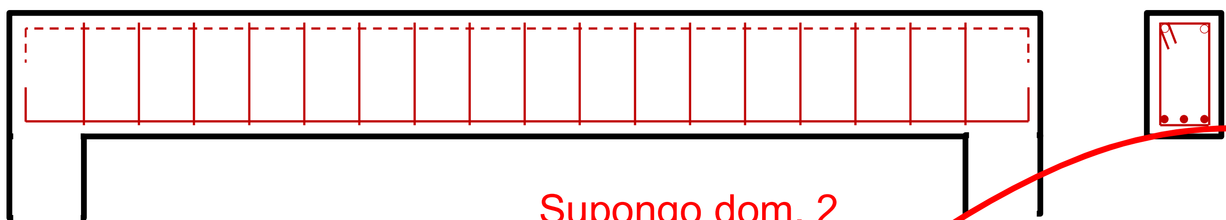

Ecuaciones de equilibrio:

$$f_{cd} \times b \times 0{,}8x = \sigma_{s1} A_{s1}$$

$$M_u = \underbrace{f_{cd}.\,0{,}8x.\,b}_{C_c}\underbrace{(d - 0{,}4x)}_{z}$$

Ejemplo 1:

- $b \times h = 20 \times 50\ \text{cm}^2$
- $f_{ck} = 30$ Mpa
- $f_{yk} = 500$ MPa
- $A_{s1} = 3\phi16$
- rec. mec.= 3 cm
- ¿$M_u$?



Supongo dom. 2

$A_{s1} = 3\phi16 = 6{,}03\ \text{cm}^2 \Rightarrow$ Supongo dom. 3 $\Rightarrow A_{s1}$ en fluencia $\Rightarrow \sigma_{s1} = f_{yd} = \frac{500}{1{,}15}$ MPa $= 434{,}78$ MPa

De la ec. $\Sigma N$ hallamos $x = \sigma_{s1} A_{s1} / (0{,}8 f_{cd} b) = 437{,}78\ \text{MPa} \times 6{,}03\ \text{cm}^2$ / $(0{,}8 \times \frac{30\text{MPa}}{1{,}5} \times 20\ \text{cm})$ = 8,3 cm

~~Conocido $x$, y como asumí Dom.3 $\Rightarrow \varepsilon_c = 3{,}5\,^{o}/oo \Rightarrow \varepsilon_{s1} = (d - x)\varepsilon_c / x = (47\ \text{cm} - 8{,}3\ \text{cm})\varepsilon_c$ / 8,3 cm $= 16{,}3\,^{o}/oo$~~

Conocido $x$, y como asumí Dom.2 $\Rightarrow \varepsilon_{s1} = 10\,^{o}/oo \Rightarrow \varepsilon_c = \varepsilon_{s1} x / (d - x) = (8{,}3)\varepsilon_{s1}$ / $(47 - 8{,}3)$ $= \mathbf{2,14\,^{o}}/oo$

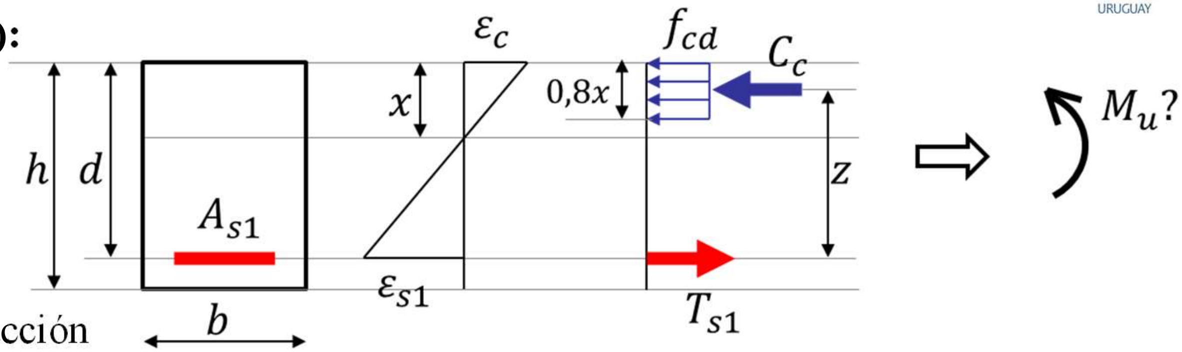
De la ec. $\Sigma M$ hallamos $M_u = 30 \frac{\text{MPa}}{1{,}5} 0{,}8 \,.\, 8{,}3\ \text{cm} \,.\, 20\ \text{cm} \,.\, (47\ \text{cm} - 0{,}4 \,.\, 8{,}3\ \text{cm}) = \underbrace{265{,}6\ \text{kN}}_{C_c} \,.\, \underbrace{43{,}68\ \text{cm}}_{z} = 116$ Nm

# Sección S.A. ($A_{s2}$=0) en Flexión Pura ($N_u$=0)



UNIVERSIDAD DE LA REPUBLICA URUGUAY

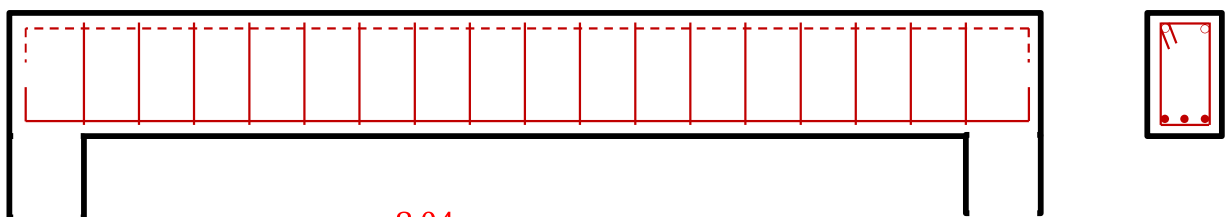
- **Ejemplo simplificado (de COMPROBACIÓN):**
  - Sección rectangular: ($b$×$h$).
  - Simplemente Armada: ($A_{s2}$=0)
    - Es decir: Sin armadura de compresión.
  - En Flexión pura ($N_U$=0)
    - Entonces: La resultante de compresión y tracción son iguales ($C_C = T_{s1}$)




Ecuaciones de equilibrio:
$$f_{cd} \times b \times 0{,}8x = \sigma_{s1} A_{s1}$$
$$M_u = \underbrace{f_{cd}.0{,}8x.b}_{C_c}\underbrace{(d - 0{,}4x)}_{z}$$

Ejemplo 2: **Aumentamos $A_{s1}$**

- $b \times h = 20 \times 50\ \mathrm{cm}^2$
- $f_{ck} = 30$ Mpa
- $f_{yk} = 500$ MPa
- $A_{s1} = 4\phi16$
- rec. mec.= 3 cm
- **¿ Que le pasa a $M_u$?**



$A_{s1} = 4\phi16 = \cancel{6{,}03}$ 8,04 $\mathrm{cm}^2 \Rightarrow$ Supongo dom. 2 ⇒ $A_{s1}$ en fluencia ⇒ $\sigma_{s1} = f_{yd} = \frac{500}{1{,}15}$ MPa $= 434{,}78$ MPa

De la ec. $\Sigma N$ hallamos $x = \sigma_{s1} A_{s1} / (0{,}8 f_{cd} b) = 437{,}78\ \mathrm{MPa} \times \cancel{6{,}03}$ 8,04 $\mathrm{cm}^2 / (0{,}8 \times \frac{30\mathrm{MPa}}{1{,}5} \times 20\ \mathrm{cm}) = \cancel{8{,}3}$ 11,0 cm

Conocido $x$, y como asumí Dom.2 ⇒ $\varepsilon_s = 10\ ^{o}/oo \Rightarrow \varepsilon_c = \varepsilon_{s1} x / (d - x) = (\cancel{8{,}3}$ 11$)\varepsilon_{s1} / (47 - \cancel{8{,}3}$ 11$) = \mathbf{2{,}\cancel{14}}$ 3,06 < 3,50 $^{o}/oo$

De la ec. $\Sigma M$ hallamos $M_u = 30 \frac{\mathrm{MPa}}{1{,}5} 0{,}8 . \cancel{8{,}3}$ 11 $\mathrm{cm} . 20\ \mathrm{cm} . (47\ \mathrm{cm} - 0{,}4 . \cancel{11}$ 11 $\mathrm{cm}) = \cancel{265{,}6}$ 352 $\mathrm{kN} . \cancel{43{,}68}$ 42,3 $\mathrm{cm} = \cancel{116}$ 150 Nm

$C_c$ $z$

**Vimos en el ejemplo que al aumentar $A_{s1}$:**

**- Aumenta $x$,**

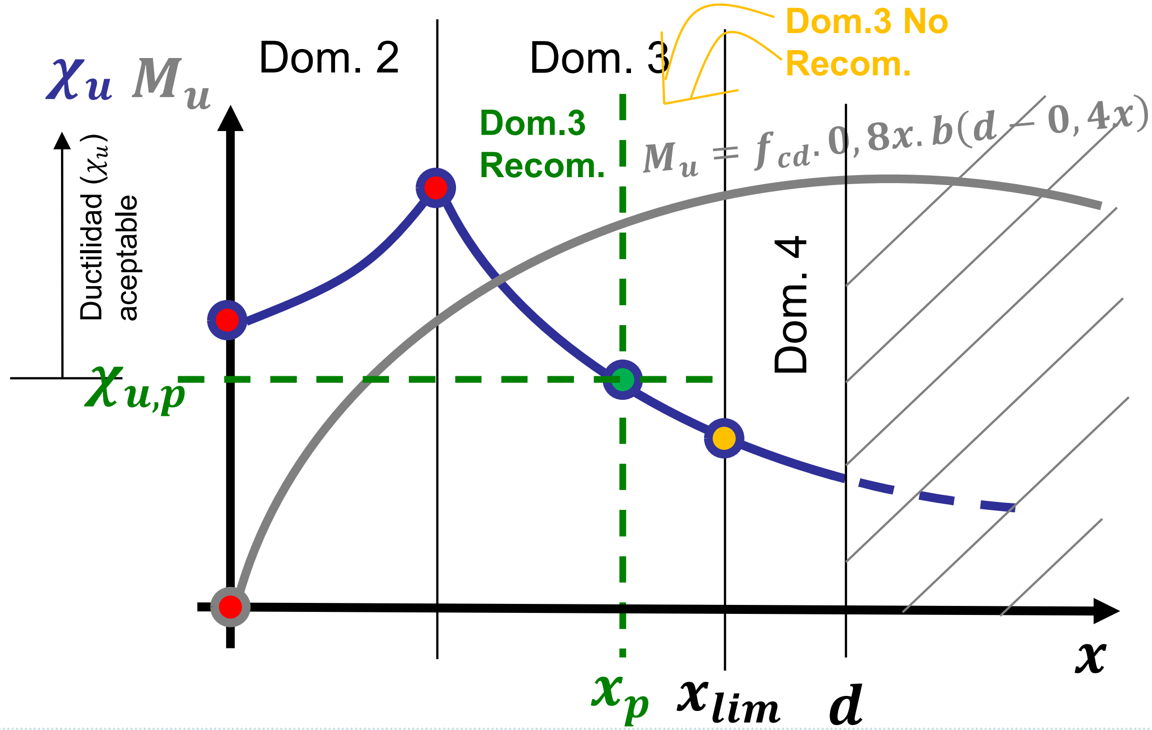
**- Aumenta $C_c$**

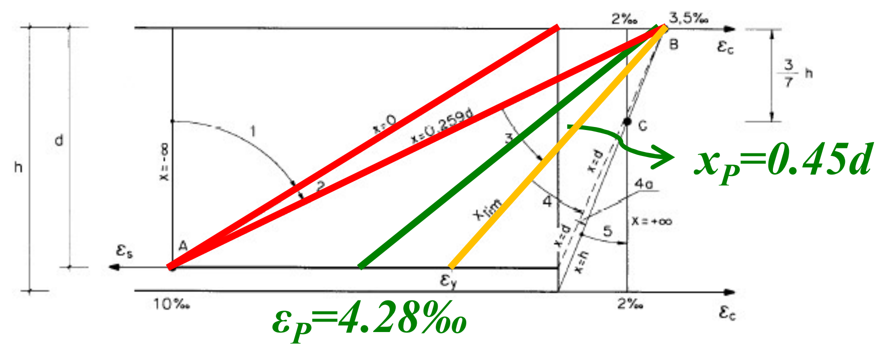
**- se reduce $z$**

**- Aumenta $M_u$**

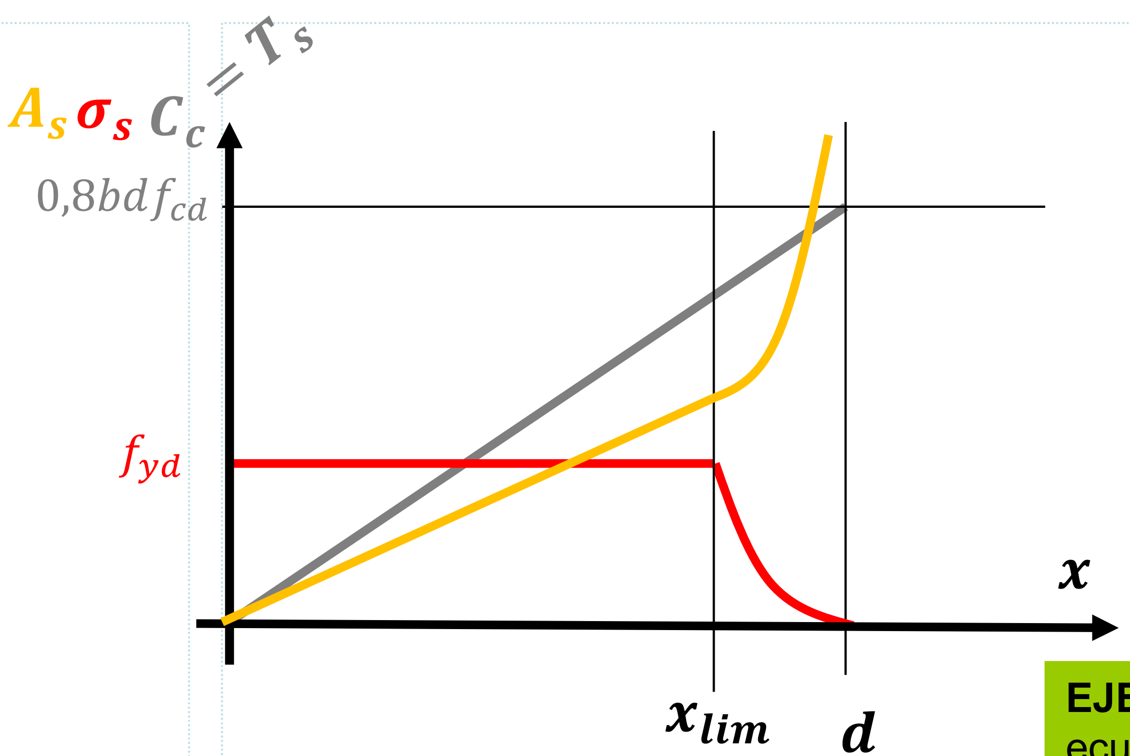
**Repitamos el análisis pero de forma genérica**

- ¿Cómo varía la cabeza de compresión al variar x?
- ¿Cómo varía el brazo de par al variar x?
- ¿Qué forma tiene la ley del momentos al variar x?
- ¿Hasta cuándo puedo aumentar x **en flexión pura**?




Para asegurarnos un mínimo de ductilidad en nuestra sección en el momento de rotura, se recomienda no bajar la línea neutra hasta el límite ($x_{lim}$), sino controlar la profundidad a la que puede bajar. En este curso, **impondremos un valor máximo a la posición de la línea neutra: *$x_p$=0.45d*.** Profundizaremos en este tema en los siguientes módulos.




Además, el límite ***$x_p$=0.45d*** nos asegura que:

- No entraremos en el dominio 4.
- Para los aceros habituales: $\sigma_{s1} = f_{yd}$

$$M_u = f_{cd}.0{,}8x.b(d-0{,}4x) \Rightarrow$$

$$M_{u,p} = f_{cd}.0{,}8.0{,}45d.b(d-0{,}4.0{,}45d) \Rightarrow$$

$$M_{u,p} = 0{,}295 f_{cd} b d^2$$

**EJERCICIOS TEÓRICOS (de parcial):** Encontrar las ecuaciones y verificar su representación gráfica, de $M_u$, $\chi_u$, $C_c$, $\sigma_s$, z y $A_s$ en función de $x$ (en flexion pura).

# Análisis



- **Tracción de acero equilibrada con compresión del hormigón ($C_c$=$T_{s1}$)**

- **Al bajar la posición de la línea neutra (aumentar *x*):**
  - Aumenta la cabeza de compresión ($C_c$) linealmente con ***x***.
  - Disminuye el brazo de par (*z*) linealmente con ***x***.
  - El momento ($M_u$) sigue una ley parabólica en ***x***.
    - Físicamente, válida hasta ***x=d*** en flexión pura (y hasta ***x ≈ 1,25d*** en general)
    - Pero que utilizaremos hasta: ***x = 0,45d***
      - *Me tomo este **límite para asegurar un mínimo de ductilidad** en la sección en el momento de la rotura (Se diseña para que se produzca una "**rotura con aviso**", y a su vez, **permite redistribución de esfuerzos** en estructuras hiperestáticas)*

- **Momento último "plástico" ($M_{u,p}$)**
  - Con estas consideraciones ($A_{s2}=0$, flexión con $x \leq 0.45d$), tengo un momento último máximo recomendado ($M_{u,p}$) que puedo cubrir: $M_{u,p} = 0,295.f_{cd}.d^2.b$
  - ¿Que hacer si tenemos un momento mayor a $M_{u,p}$?
    - Si $M_d$ supera a $M_{u,p}$ deberemos utilizar armadura de compresión. (Lo veremos en las siguientes clases.)

# Procedimientos de cálculo





- **Problema de dimensionado:**
  - Conocida la geometría y materiales, determinar la armadura ($A_{s1}$) y las deformaciones límite ($x$) para resistir un Momento de diseño ($M_d$) dado.
  - Veremos dos formas de resolver el problema.

**A) Despejar ecuaciones de equilibrio "a pie" (¡NO RECOMENDADO!):**

- Impongo que el Momento último ($M_u$) sea igual al de diseño ($M_d$), para obtener la armadura mínima que asegure que la respuesta de la sección sea superior a la solicitación actuante (S≤R).
- Despejo ***x*** de la ecuación de equilibrio de momentos
- Con ***x***, calculo $A_{s1}$ en la ecuación de equilibrio de directas
- Con ***x***, determino deformaciones límites últimas

– Esto es:

- Eq. de M: Despejo ***x***: $M_d = M_u = 0{,}8.x.b.\,f_{cd}.(d\text{-}0{,}4x) \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{0{,}8 f_{cd} d \pm \sqrt{(0.8 f_{cd} d)^2 - 4 \times 0{,}32 f_{cd} M_d}}{2 \times 0{,}32 f_{cd}}$
- Eq. de N: Despejo $A_{s1}$: $A_{s1} = 0{,}8.x.f_{cd} \,/\, f_{yd}$
- Con ***x***, queda determinada la pareja de deformaciones límite (como se vio en el Módulo 2).

– Si bien se puede determinar el resultado con este procedimiento, no es eficiente para realizar los cálculos, lo que aumenta la probabilidad de realizar errores.

– Veremos una forma alternativa, más eficiente, y que brinda otras ventajas.

# Procedimientos de cálculo





- **B) Ecuaciones adimensionales**
  - Expresaremos las ecuaciones de equilibrio realizando cambios de variables a variables adimensionales =>
  - Obtenemos **ecuaciones adimensionales**, válidas para secciones rectangulares, cualquiera sean las cargas, dimensiones, resistencias de materiales y solicitación.
    - También sirven para secciones en T (u otras formas) en que la compresión quede en una zona de forma rectangular.

| | |
|---|---|
| Momento Reducido: | $\mu = \dfrac{M_u}{b.d^2.f_{cd}}$ |
| Cuantía mecánica: | $\omega = \dfrac{A_{s1}.f_{yd}}{b.d.f_{cd}}$ |
| Profundidad relativa (de la línea neutra): | $\xi = \dfrac{x}{d}$ |

Eq. de M: $\underbrace{\dfrac{M_u}{bd^2 f_{cd}}}_{\mu} = \underbrace{\dfrac{\cancel{f_{cd}}.0{,}8x.\cancel{b}}{\cancel{f_{cd}}\cancel{b}d}}_{\xi} \dfrac{(\underbrace{d}_{1} - 0{,}4\underbrace{x)}_{\xi}}{d}$ $\Rightarrow \boxed{\mu = 0{,}8\xi(1 - 0{,}4\xi)}$ (I)

Eq. de N: $\underbrace{\dfrac{A_s f_{yd}}{bdf_{cd}}}_{\omega} = \underbrace{\dfrac{\cancel{f_{cd}}.0{,}8x\cancel{b}}{\cancel{f_{cd}}\cancel{b}d}}_{\xi}$ $\Rightarrow \boxed{\omega = 0{,}8\xi}$ (II) quiero relacionar $\mu$ con $\omega \Rightarrow$

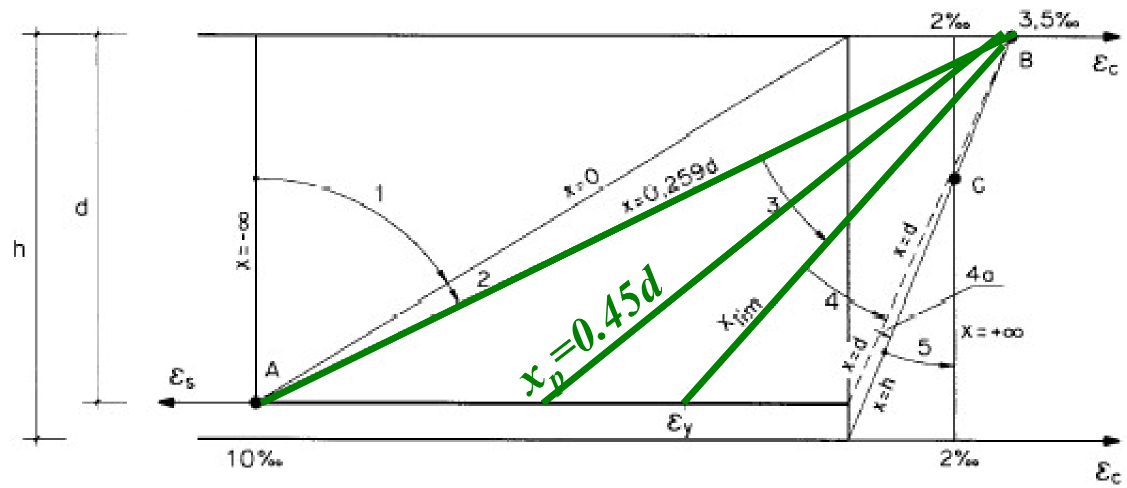
Reemplazo II en I $\Rightarrow$ $\boxed{\mu = \omega\left(1 - \dfrac{\omega}{2}\right)}$ (Ib) $\Rightarrow$ Despejo $\omega \Rightarrow$ $\boxed{\omega = 1 - \sqrt{1 - 2\mu}}$ (IIb)

ATENCIÓN: supusimos $A_s$ en fluencia

# Valores de $\xi$, $\mu$, $\omega$ en los límites de dominios



- En Flexión pura, necesariamente estaremos en los dominios de deformación 2, 3 o 4.
- Podemos determinar el valor de los coeficientes adimensionados que delimitan las distintas zonas que nos interesan.




Ejemplo:

Límite entre Dom. 2 y 3: $x = 0{,}259d \Rightarrow \xi = 0{,}259$.

Utilizo ecuación II $\Rightarrow \omega = 0{,}207$.

Utilizo ecuación I $\Rightarrow \mu = 0{,}186$.

| ξ | μ | ω | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | dom. 2 |
| 0.259 | 0.186 | 0.207 | dom. 3 (recomen.) |
| 0.45 | 0.295 | 0.360 | dom. 3 (no recom.) |
| ~0.6 | ~0.365 | ~0.480 | |

$$\boxed{\mu = 0{,}8\xi(1 - 0{,}4\xi)} \quad \text{(I)}$$

$$\boxed{\omega = 0{,}8\xi} \quad \text{(II)}$$

# Procedimientos de cálculo

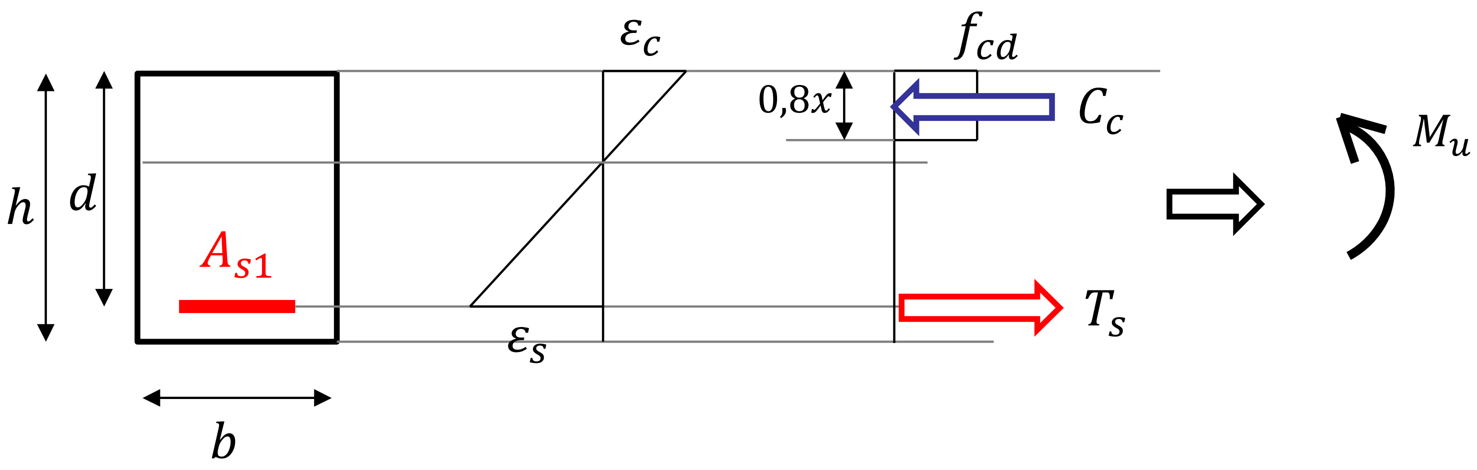




- **Con las ecuaciones adimensionales, el procedimiento es análogo al caso anterior.**
  - Impongo que el Momento último ($M_u$) sea igual al de diseño ($M_d$).
  - Calculo el momento reducido ($\mu$).
    - *Con este valor ya se en que dominio de deformaciones estoy, comparando con los valores de los límites de los dominios.*
    - *Si $\mu$>0.295 tendré que usar armadura de compresión (lo veremos la clase que viene).*
  - Con el momento reducido, utilizo las formulas adimensionales y determino la cuantía mecánica ($\omega$) y la altura relativa de la línea neutra ($\xi$).
  - Con la cuantía mecánica determino el área de armadura necesaria ($A_{s1}$) y con la profundidad de la línea neutra quedan determinadas las deformaciones límites (Módulo 2).
- **Ejemplo:**
  - Se considera una sección rectangular de ***b=0,3 m*** x ***h=0,5 m***, con hormigón y acero de resistencias características de ***25 MPa*** y ***500 MPa***, respectivamente, y recubrimiento mecánico de ***5 cm***.
  - Determinar $A_{s1}$ y posición de la línea neutra (***x***) para un momento de diseño de ***200 kNm***.

$b = 0{,}30\text{ m},\ h = 0{,}50\text{ m},\ f_{ck} = 25\text{ MPa},\ f_{yk} = 500\text{ MPa},\ \ d' = 5\text{ cm}$

$M_d = 200\text{ kNm} \Rightarrow A_{s1}?\ x?$




$M_u = M_d \Rightarrow$

$$\mu = \frac{M_d}{bd^2 f_{cd}} \Rightarrow \mu = \frac{200.000\text{ Nm} \times \overset{=\gamma_c}{1,5}}{0{,}3\text{ m} \times (\underset{d}{0{,}45\text{ m}})^2 \times 25 \times 10^6\text{ Pa}} = 0{,}198 \quad \begin{array}{l} < 0{,}295 \Rightarrow VSA \\ > 0{,}186 \Rightarrow (\text{Dom. 3} \\ \quad - \text{recom.}) \end{array}$$

uso ecuación adimencional IIb $\Rightarrow$ $\omega = 1 - \sqrt{1-2\mu} = 0{,}222 \quad \Rightarrow \omega = \dfrac{A_s f_{yd}}{bdf_{cd}} \Rightarrow A_s = \dfrac{\omega bdf_{cd}}{f_{yd}} \Rightarrow$

$$A_s = \frac{0{,}222 \times 30\text{ cm} \times 45\text{ cm} \times 25/1{,}5}{500/1{,}15} = 11{,}49\text{ cm}^2 \quad \Rightarrow \text{coloco } 4\phi 20\ (12{,}57\text{ cm}^2)$$

$$x?: \omega = 0{,}8\xi = 0{,}8\frac{x}{d} \Rightarrow x = 0{,}222d\,/0{,}8 = 12{,}5\text{cm}$$

cuenta gruesa: $T_s = \dfrac{M_d}{z} = \dfrac{M_d}{0{,}9d} \quad \Rightarrow A_s f_{yd} = \dfrac{M_d}{0{,}9d} \quad \Rightarrow A_s = \dfrac{M_d}{0{,}9df_{yd}} = 11{,}36\text{ cm}^2$