

# Curso: HORMIGÓN ESTRUCTURAL 1

## MÓD. 2: HIPÓTESIS BÁSICAS de CÁLCULO BAJO SOLICITACIONES NORMALES en ELU

Agustin Spalvier ([aspalvier@fing.edu.uy](mailto:aspalvier@fing.edu.uy))

1<sup>er</sup> Semestre - 2024

Universidad de la República - Uruguay



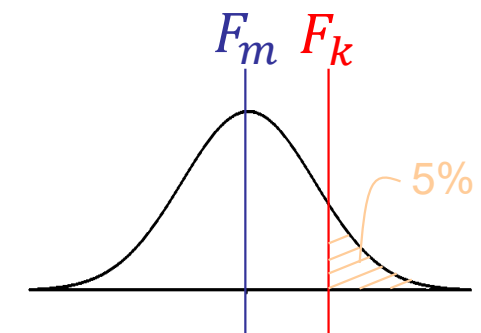
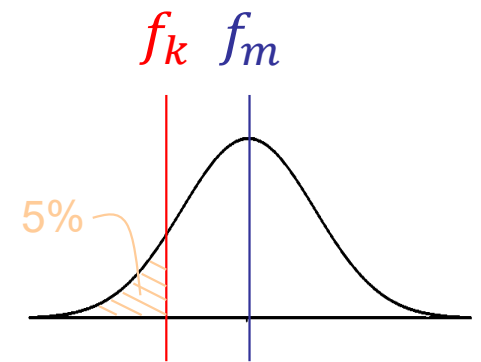
- **Estados Límite**
- **Consideraciones generales**
  - Capacidad resistente de secciones sometidas a solicitaciones normales
- **Hipótesis de cálculo**
- **Planeidad de secciones**
- **Compatibilidad de deformaciones**
- **Comportamiento de los materiales**
  - Hormigón
  - Acero
- **Ecuaciones de equilibrio**
- **Diagrama de deformaciones últimos (Diagramas de pivotes)**

**ACLARACIÓN:** Estas diapositivas se preparan únicamente como una guía para las clases, las cuales cumplen la función de ser una presentación de los temas que el estudiante debe aprender para aprobar el curso, indicados en la bibliografía.

**Bibliografía:** Jiménez Montoya – 15<sup>a</sup> Ed. – Cap. 14 y 15. (Estos capítulos abarcan temas de este módulo y los siguientes)

# Estados Límite (avance)

- **Hasta ahora, el diseño en cursos anteriores (Resistencia de Materiales) se basó en teorías de cálculo clásico:  $\sigma_{max} \leq \sigma_{adm}$**
- **En el diseño de hormigón armado usamos el método de los estados límite**
  - (veremos este método en mayor profundidad en el módulo 10)
- **Hay tres grupos: ELU, ELS y ELD.**
  - En HE1 nos enfocaremos en los Estados Límite Últimos (ELU)
- **Resistencia característica de materiales  $f_k$** 
  - Aquella que tiene una probabilidad del 5% que se presenten valores inferiores a ésta (representan la variabilidad material)
- **Valores característicos de las acciones  $F_k$** 
  - Aquel que tiene una probabilidad del 5% de ser superado Durante la vida útil de la estructura (variabilidad de las acciones)



# Estados Límite (avance)

## Cálculo de la resistencia de un material:

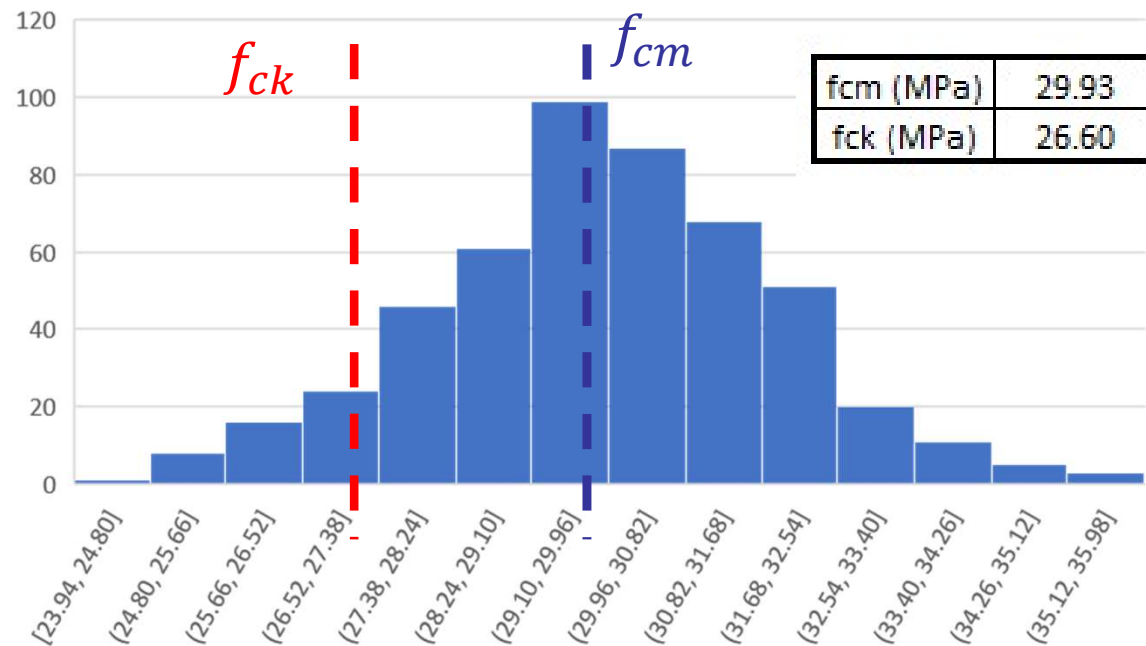
Probeta	Resistencia medida (MPa)
1	27.20
2	27.16
3	30.98
4	29.65
5	29.61
6	32.84
7	30.58
8	30.40
9	33.18
10	28.39
11	31.39
12	31.67
13	29.51
14	30.43



41	30.25
42	32.87
43	26.08
44	29.60
45	27.58
46	35.82
47	31.65
48	32.76
49	27.88
50	29.06



Histograma de resistencias



# Estados Límite (avance)

- El objetivo del cálculo es comprobar que la probabilidad de alcanzar un estado límite, durante la vida útil de la estructura es inferior a un valor predefinido. Para asegurar esto utilizamos los coeficientes parciales de seguridad:

$$f_d = f_k / \gamma_m$$

$$F_d = F_k \times \gamma_f$$

$\gamma_m$	ELU	$\gamma_f$	ELU (UNIT)	ELU (EHE y EC)
Acero ( $\gamma_s$ )	1.15	Cargas permanentes ( $\gamma_{fg}$ )	1.6	1.35
Hormigón ( $\gamma_c$ )	1.5	Cargas variables ( $\gamma_{fq}$ )	1.6	1.5

Para los ELS  $\gamma_f = ???$ , (se utilizará en Hormigón 2)

- La verificación en ELU consiste en comprobar: Que las sollicitaciones de diseño (calculadas con las acciones de diseño) son menores o iguales que las sollicitaciones últimas (calculadas con las resistencias de diseño):

Ej: Para el momento flector:  $M_d \leq M_U$

lo que generan las cargas

lo que resisten los materiales

- **Estado Límite Último (ELU): Muy importante! Verificar siempre**
- **En particular en este módulo: ELU bajo solicitaciones normales (M y N)**
  - En forma genérica, las solicitaciones externas se expresan, salvo otra indicación explícita, referidas al baricentro de la sección de hormigón (donde se ubica el eje de la pieza en los esquemas de barras).
- **En el ELU calcularemos la capacidad resistente de las secciones alcanzando la plastificación de los materiales.**
  - Comportamiento no-lineal de los materiales
- **El hormigón armado puede alcanzar el estado último por tres causas:**
  - Exceso de deformación plástica del **acero** (Se establece en una deformación de **10 ‰**)
  - Aplastamiento del **hormigón en compresión** (Se establece en una deformación de **2 ‰**)
  - Aplastamiento del **hormigón en flexión** (Se establece en una deformación de **3.5 ‰**)

**ATENCIÓN!** Cambio de filosofía con respecto a los cursos previos de resistencia de materiales. La “rotura” no se dará ahora por alcanzar una cierta tensión en el material, sino por **alcanzar una cierta deformación** de algún material (Estado Límite).



# HIPÓTESIS DE CÁLCULO en ELU

1er Semestre 2024 Agustin Spalvier Curso: Hormigón Estructural 1



7  
UNIVERSIDAD  
DE LA REPUBLICA  
URUGUAY

## 1. Planeidad de secciones (Diap. N° 8)

- Se admite la hipótesis de Navier-Bernoulli (Secciones planas permanecen planas y perpendiculares al eje luego de la deformación)

## 2. Compatibilidad de deformaciones (Diap. N° 9)

- La deformación de las armaduras es igual que la del hormigón que las rodea.

## 3. Diagrama tensión-deformación del hormigón (Diap. N° 10)

## 4. Diagrama tensión-deformación del acero (Diap. N° 12)

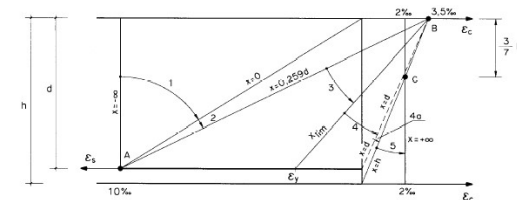
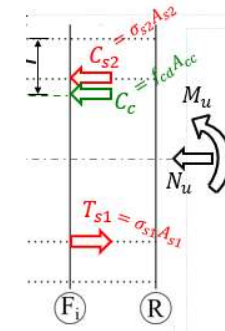
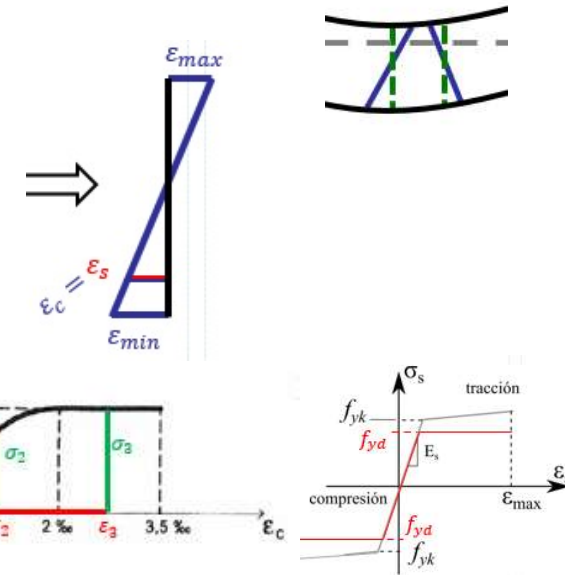
- Los diagramas  $\sigma$ - $\epsilon$  para ambos materiales se asumirán como conocidos.

## 5. Condiciones de equilibrio (Diap. N° 14)

- Se deberá cumplir el equilibrio estático de fuerzas y momentos en la sección: las resultantes de las tensiones del hormigón y el acero son el esfuerzo último que es capaz de proporcionar la sección.

## 6. Caracterización del estado límite último. (Diap. N° 16)

- Con las deformaciones límites del acero y hormigón indicadas antes, se puede trazar un diagrama (llamado “diagrama de pivotes”) que incluye TODAS las situaciones (expresadas en deformaciones) en las que la pieza de hormigón alcanza el estado último debido a solicitaciones normales.
- Es decir, conoceremos las deformaciones últimas (de rotura)



Ojo que esta no la enuncia en el J-M 15

- “Deformaciones normales a una sección transversal siguen una ley plana”.
- Secciones permanecen perpendiculares al eje luego de la deformación.
- Al conocerse la deform. en **dos puntos** de la sección, **todas las demás se conocen**.
- Válida en barras con relación “*luz (l)*” / “*altura de la sección (h)*” mayor a 2.
  - Las zonas que cumplen esta condición se conocen como “Zonas B”.
  - Asumiremos en el curso que siempre estaremos bajo esta condición.
  - Las zonas que no cumplan esta condición se conocen como “zonas D”.
  - Como tratarlas en general se verá en Hormigón 2 (Teoría de “Bielas y tirantes”).
  - Serán también “Zonas D” las zonas:
    - Cercanas a los apoyos o introducción de cargas
    - Con cambio brusco de sección
  - En este curso veremos algunos ejemplos de diseño de “zonas D”: fundaciones

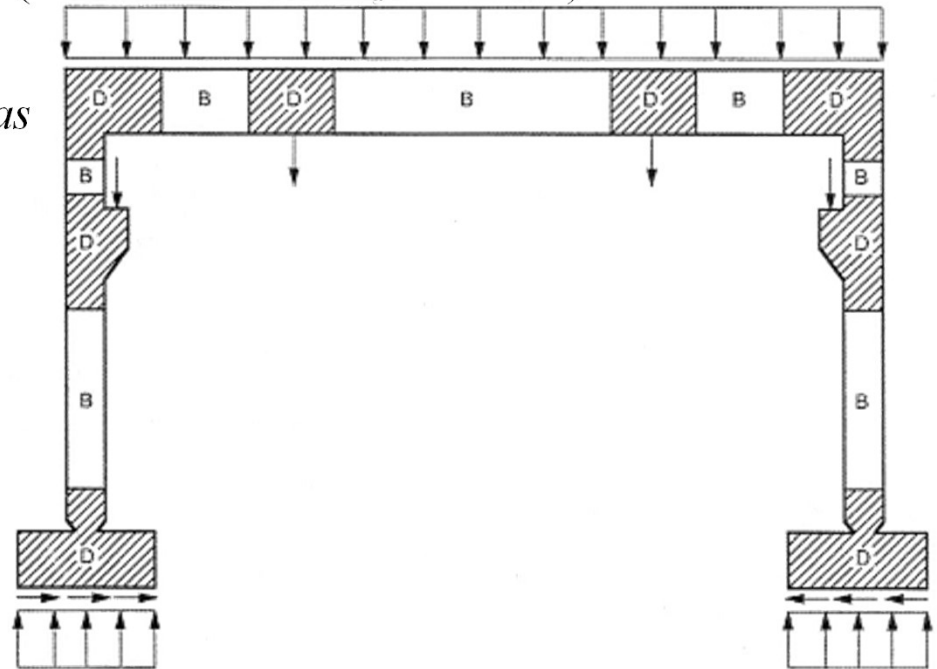
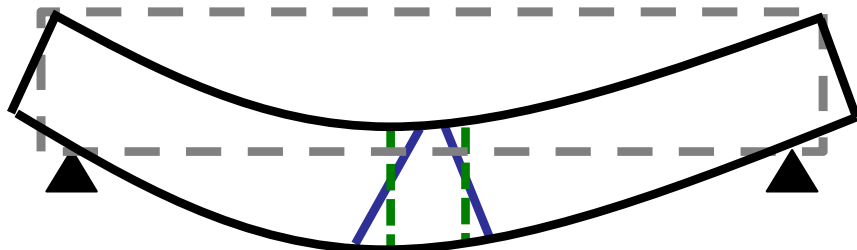
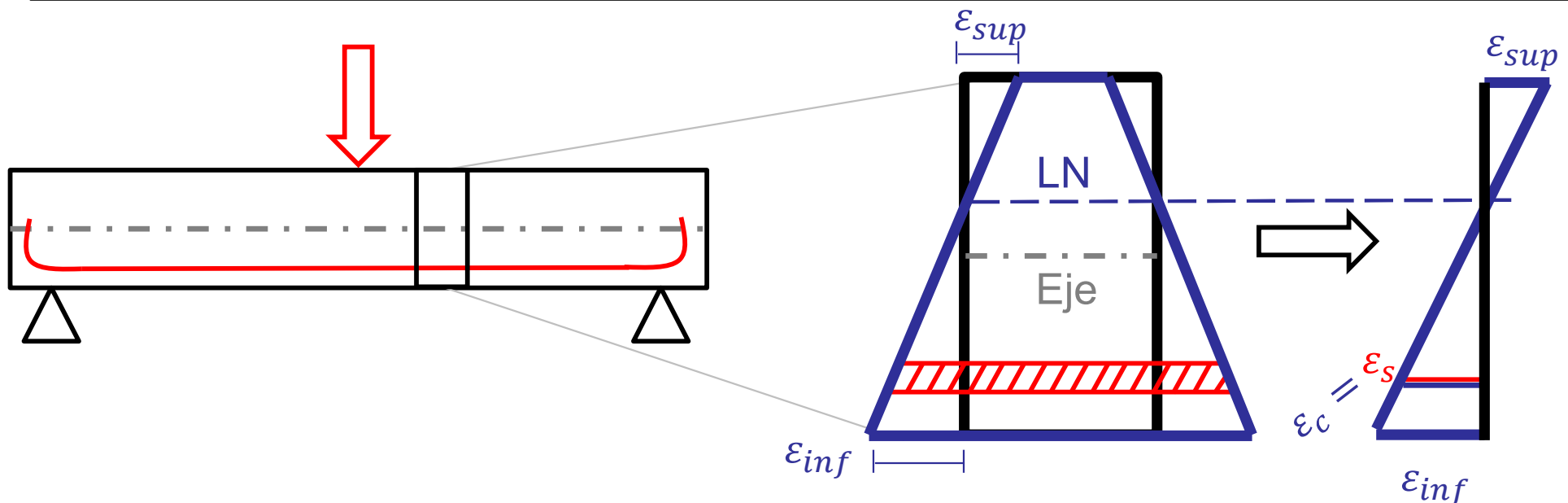


Figura 3.1. Ejemplo de pórtico con zonas B y D. Fuente: CPH, 1999



- Se admite la hipótesis de que la deformación de las armaduras es igual que la del hormigón que las rodea.
    - En consecuencia de esta hipótesis y la anterior (Navier-Bernoulli), si se conocen las deformaciones de dos fibras de la sección, quedan determinadas las deformaciones en todas sus fibras, para ambos materiales.
- Si bien en muchos casos esta hipótesis dista de ser real, permite obtener resultados muy próximos a los reales
    - *En realidad, sólo se cumple para estados iniciales de carga.*
    - *Cuando se alcanza la fisuración, se pierde la compatibilidad en el entorno de la fisura.*
    - *Cerca de la rotura, al estar toda la viga muy fisurada, la compatibilidad de deformaciones deja de existir.*

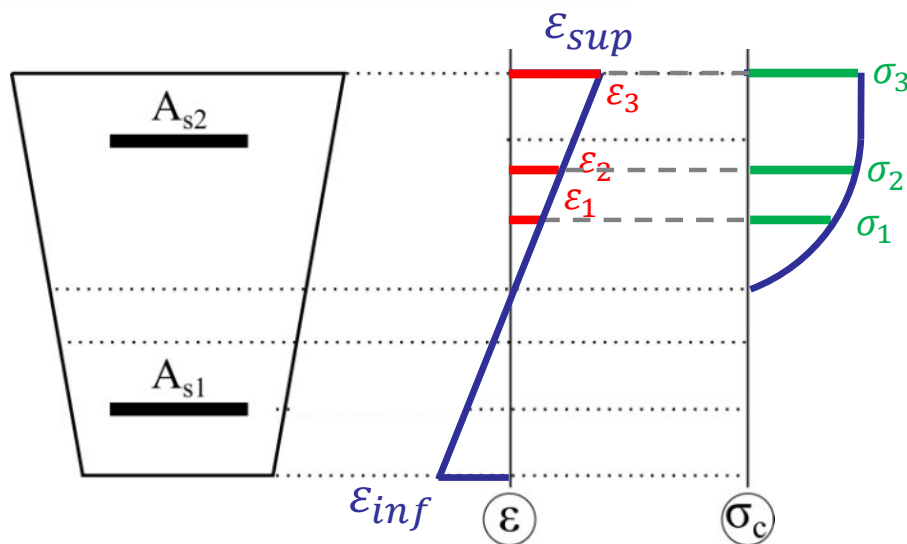
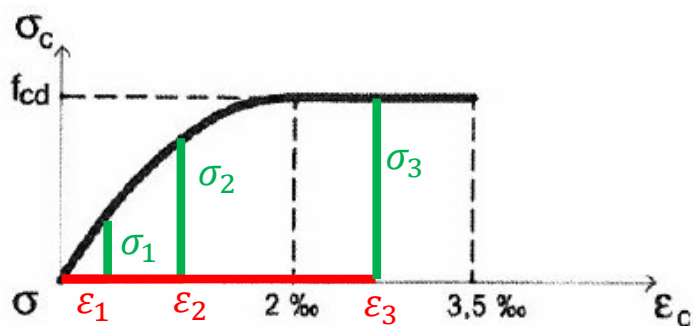


- Las normas permiten la utilización de varios diagramas de cálculo:
  - Diagrama parábola rectángulo.* El diagrama más extendido, con resultados muy aproximados a los experimentales.

Parábola de segundo grado, entre 0 y 2‰, con el vértice en la abscisa 2‰, y un tramo recto hasta 3.5‰. Ordenada máxima:  $f_{cd}$

En EHE:  $f_{cd} = \alpha_{cc} \times f_{ck} / \gamma_c$

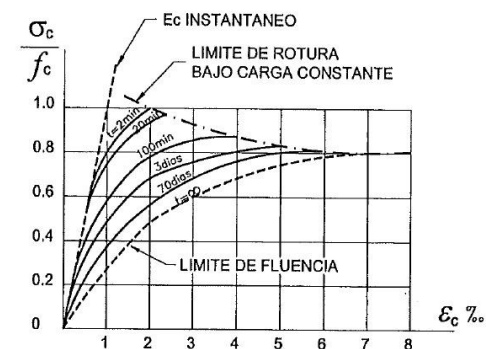
tomando, en flexión:  $\alpha_{cc} = 1$ ; y en compresión:  $\alpha_{cc} = 0,85$



UNIT multiplica siempre el  $f_{cd}$  por un coef: **0,85**

Coef. de cansancio

(¿Porque fue “eliminado” para flexión el 0,85 en la nueva EHE-08?)



- **Diagrama rectangular** (Es el que utilizaremos en *Hormigón 1*). Si bien no tiene un sentido físico, los resultados matemáticos son muy similares a los del parábola – rectángulo.

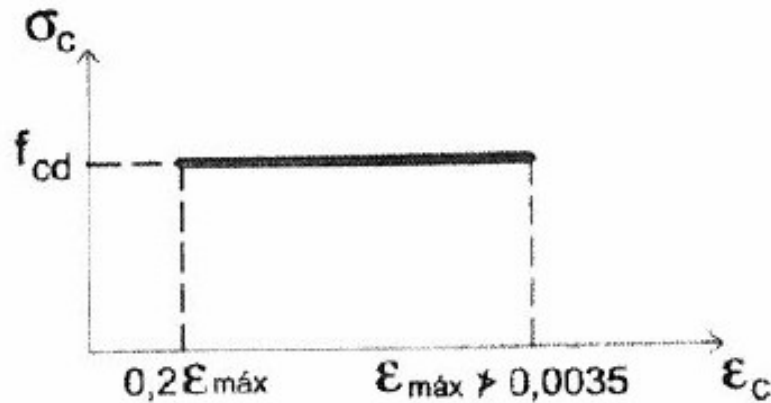


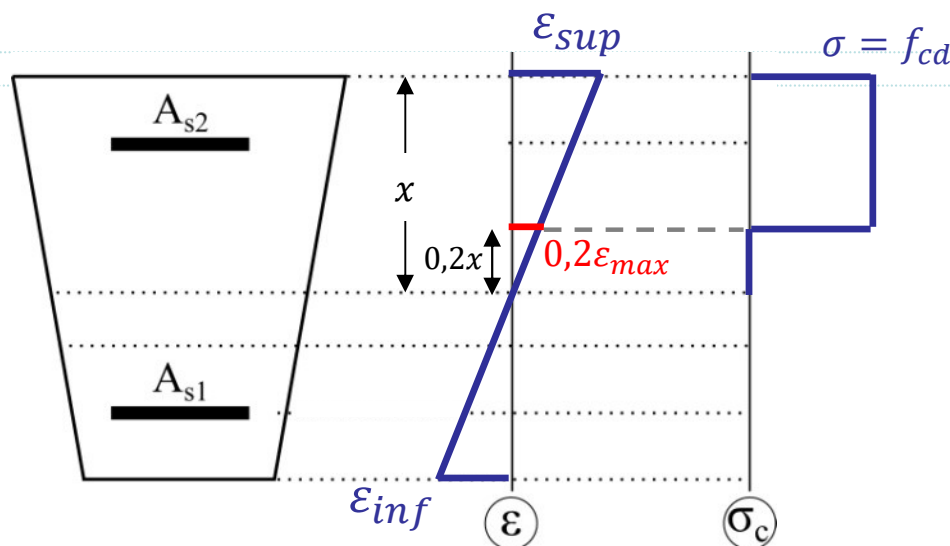
Diagrama rectangular. La altura en que actúa ( $y$ ) determinada por la posición de la línea neutra ( $x$ ), siendo:  $y = 0,8 \times x$

Ordenada máxima:  $f_{cd}$

$f_{cd}$  definida igual que en el diagrama Parábola-Rectángulo:

En EHE:  $f_{cd} = \alpha_{cc} \times f_{ck} / \gamma_c$

En UNIT:  $f_{cd} = 0.85 \times f_{ck} / \gamma_c$

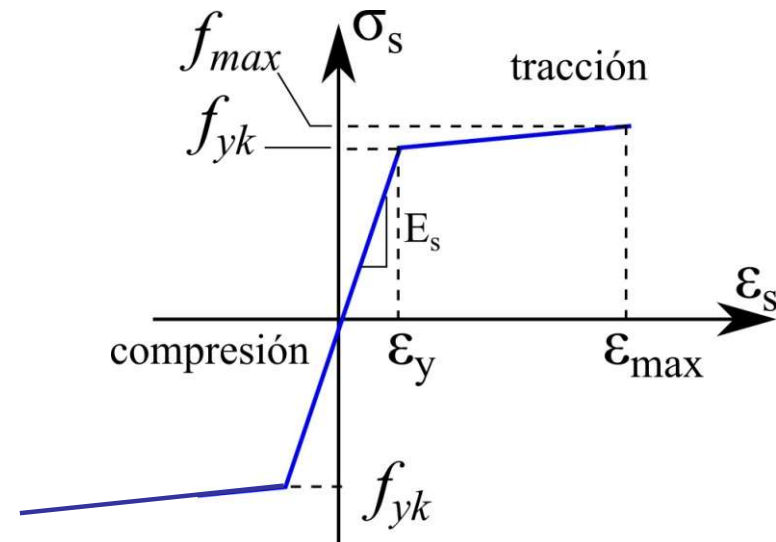


- **Otros diagramas de cálculo.** Las normas admiten la utilización de otros diagramas, siempre que los resultados concuerden suficientemente con los del diagrama Parábola-Rectangular, o queden del lado de la seguridad.
- Los diagramas mostrados corresponden a hormigones de resistencias hasta 50MPa. **¿Cómo son los diagramas para hormigones de altas resistencias?**

- Ya que los diagramas del acero dependen del método de fabricación, el fabricante debería proporcionar los diagramas. En la práctica se suele asumir un diagrama avalado por las normas.

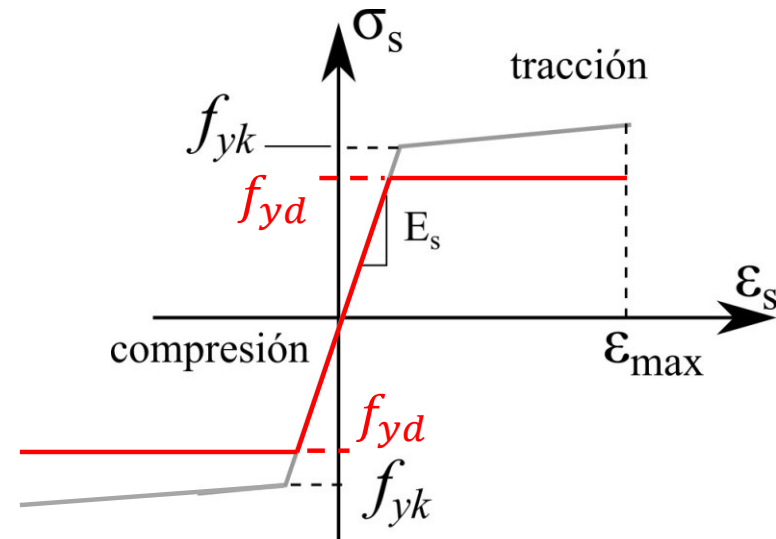
### • Diagrama característico

- Recta de Hooke, con:  $E_s = 2.0 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ 
  - (UNIT: pequeña diferencia:  $E_s = 2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ )
- Recta de plastificación, determinada por  $f_{yk}$ ,  $f_{max}$  y  $\epsilon_{max}$



### • Diagrama de cálculo

- El diag. de cálculo se obtiene:
  - Manteniendo el módulo de Elasticidad en el tramo elástico.
  - Considerando la resistencia de diseño ( $f_{yd}$ ), y asumiendo la rama plástica como perfectamente plástica (horizontal).

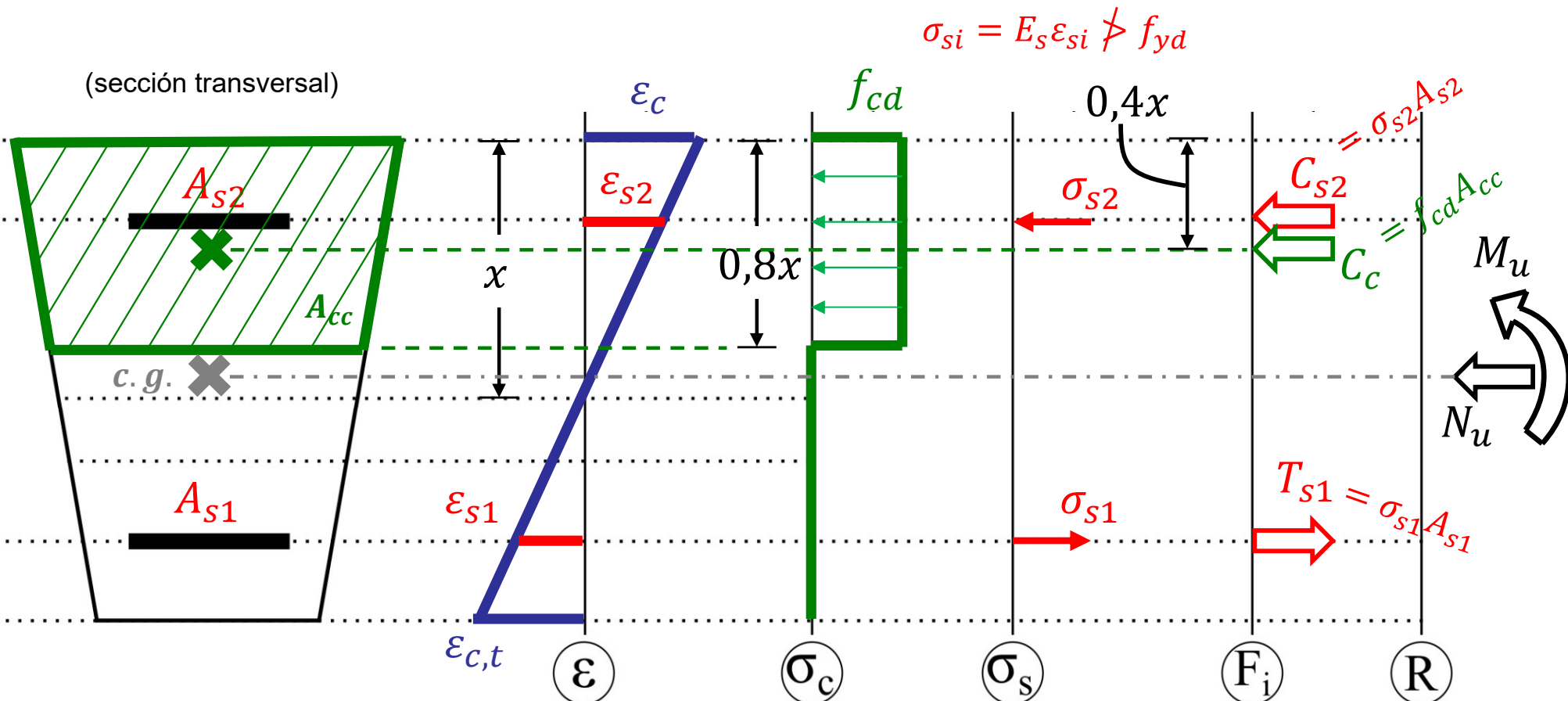


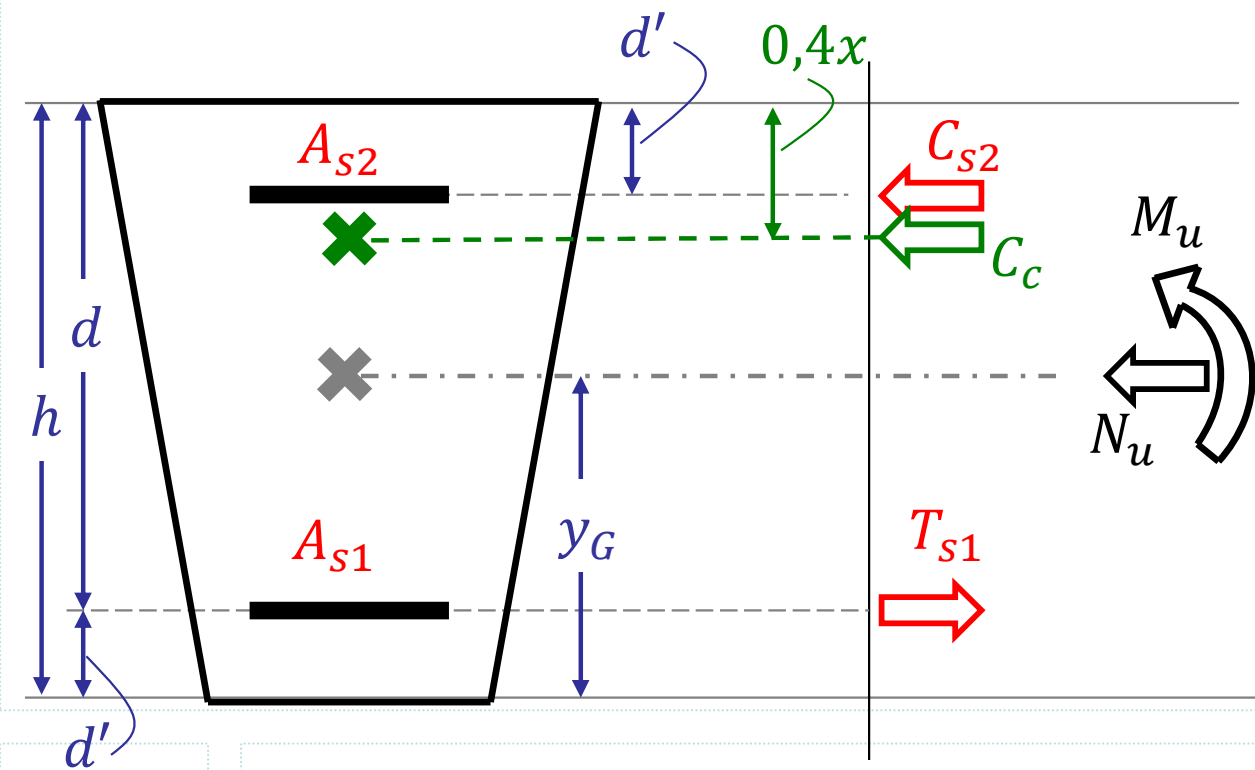
- Geometría de la sección:
  - $h$  = **altura total** de la sección
  - $d$  = **altura útil** de la sección (de la armadura inferior al extremo superior de la sección)
  - $d'$  = **recubrimiento mecánico** (del centro de gravedad de la armadura al borde de la sección)
- Armadura:
  - $A_{s1}$  = área de la sección de la **armadura más traccionada** o menos comprimida
  - $A_{s2}$  = área de la sección de la **armadura más comprimida** o menos traccionada
- Fuerzas últimas resultantes:
  - $N_u$  = **Fuerza normal última** (de agotamiento)
  - $e_1$  = **excentricidad** de  $N_u$  referida a la posición de la armadura  $A_{s1}$
- Deformaciones y Tensiones:
  - $x$  = **distancia del eje neutro** a la fibra más comprimida o menos traccionada
  - $\varepsilon_{s1}$ ;  $\varepsilon_{s2}$  = **deformación** de la armadura  $A_{s1}$  y  $A_{s2}$
  - $\sigma_{s1}$ ;  $\sigma_{s2}$  = **tensión** de la armadura  $A_{s1}$  y  $A_{s2}$
  - $A_c$  = área de la sección de hormigón colaborando a compresión (entre el borde superior y  $0.8 \times x$ )
  - $d_c$  = **baricentro** de  $A_c$
- Resistencias de diseño
  - $f_{cd}$  = Resistencia de diseño del hormigón
  - $f_{yd}$  = Resistencia de diseño del acero



• Analizaremos secciones con las siguientes particularidades:

- Secciones con un eje de simetría, y solicitaciones normales actuando en dicho eje.
- Dos armaduras principales en la sección:
  - $A_{s1}$ : la más traccionada (o menos comprimida)
  - $A_{s2}$ : la más comprimida (o menos traccionada)





Calculemos las sollicitaciones últimas  $M_u$ ,  $N_u$  en función de las fuerzas internas:

$$\sum F_i: \quad N_u = C_{s2} + C_c - T_{s1}$$

$$\sum M_i \text{ (desde el c. g. )}: \quad$$

$$M_u = C_{s2}(h - y_G - d') + \\ + C_c(h - y_G - 0,4x) + \\ + T_{s1}(y_G - d')$$

## • 2 opciones para la convención de signos

– 1- Explícitos (se usará en el teórico):

- Los signos quedan dados según los vectores indicados en un esquema (que es imprescindible)
- Los valores que se incluyen en el esquema son los módulos (siempre valores positivos)

– 2- Implícitos:

- Se establece una convención previa
- **Todas** las variables deben tener una convención!

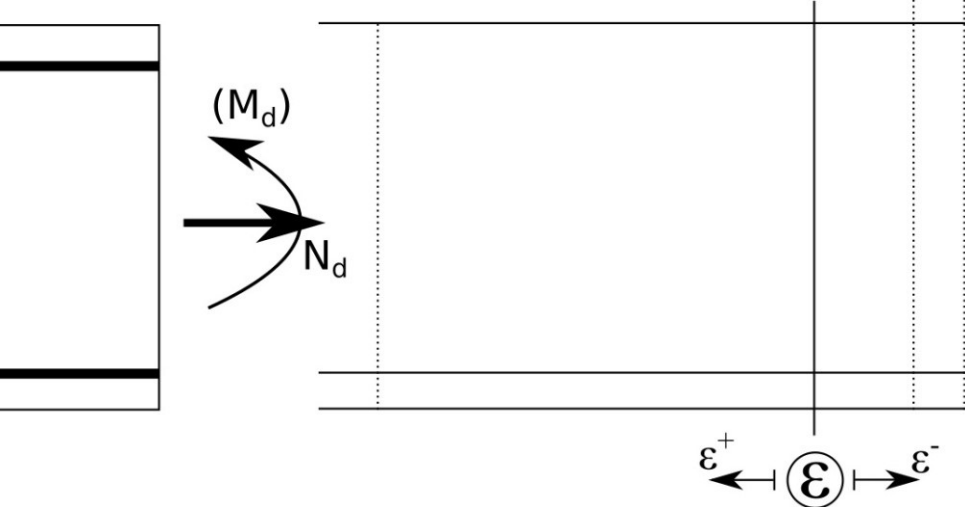
Ver  $N_u$  en el esquema está dibujada de compresión, por lo que un valor positivo indica compresión, en este caso.

– *Solicitaciones (Momentos, Directas), curvaturas, deformaciones, tensiones, distancias, etc.*

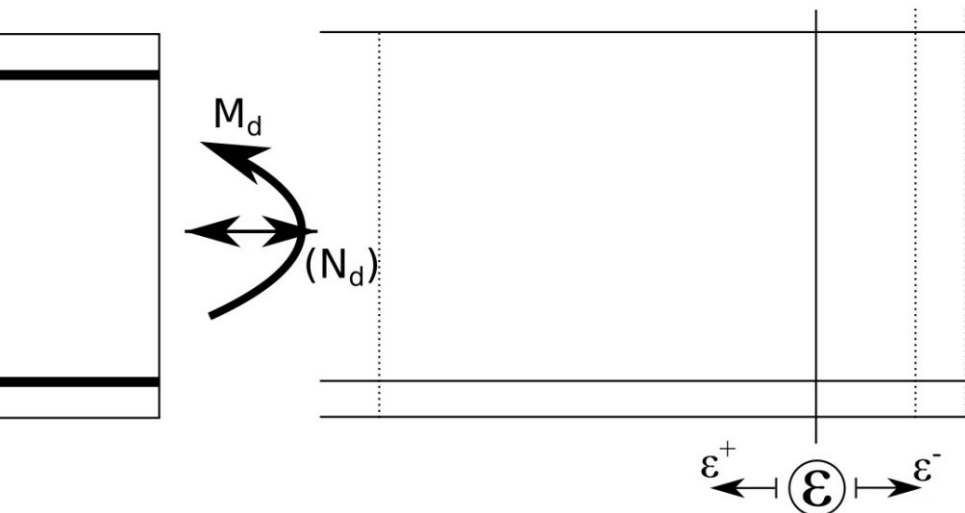
– No Mezclar ambas convenciones!

## • Ejemplos de deformaciones límite:

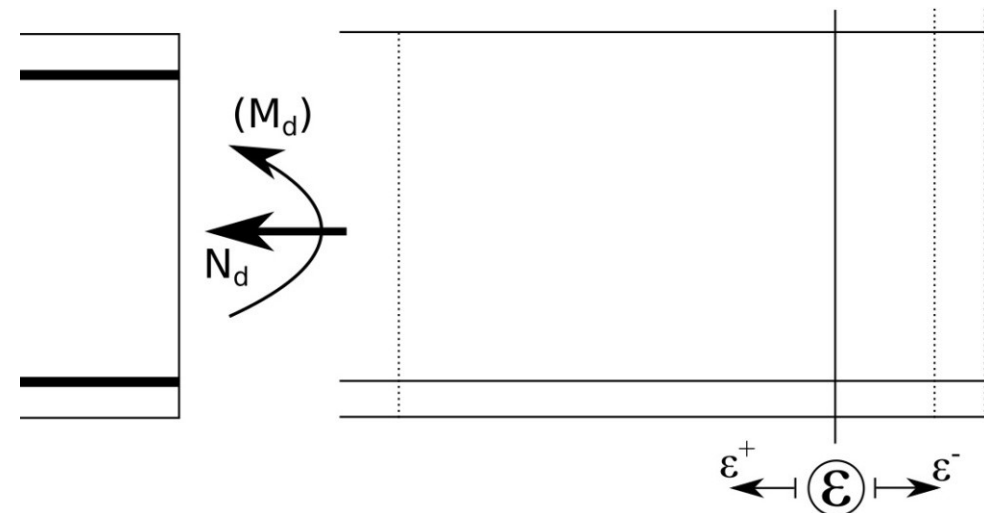
- Def. límite por **tracción o tracción compuesta** (toda la sección está traccionada)



- Def. límite por **flexión o flexión compuesta** (parte de la sección en trac. y parte en comp.)



- Def. límite por **compresión o compresión compuesta** (toda la sección está comprimida)



## RECORDAR

### Deformaciones límite:

- Estiramiento del **acero de 10 ‰**
- Acortamiento del **hormigón en flexión de 3.5 ‰**
- Acortamiento del **hormigón en compresión de 2 ‰**

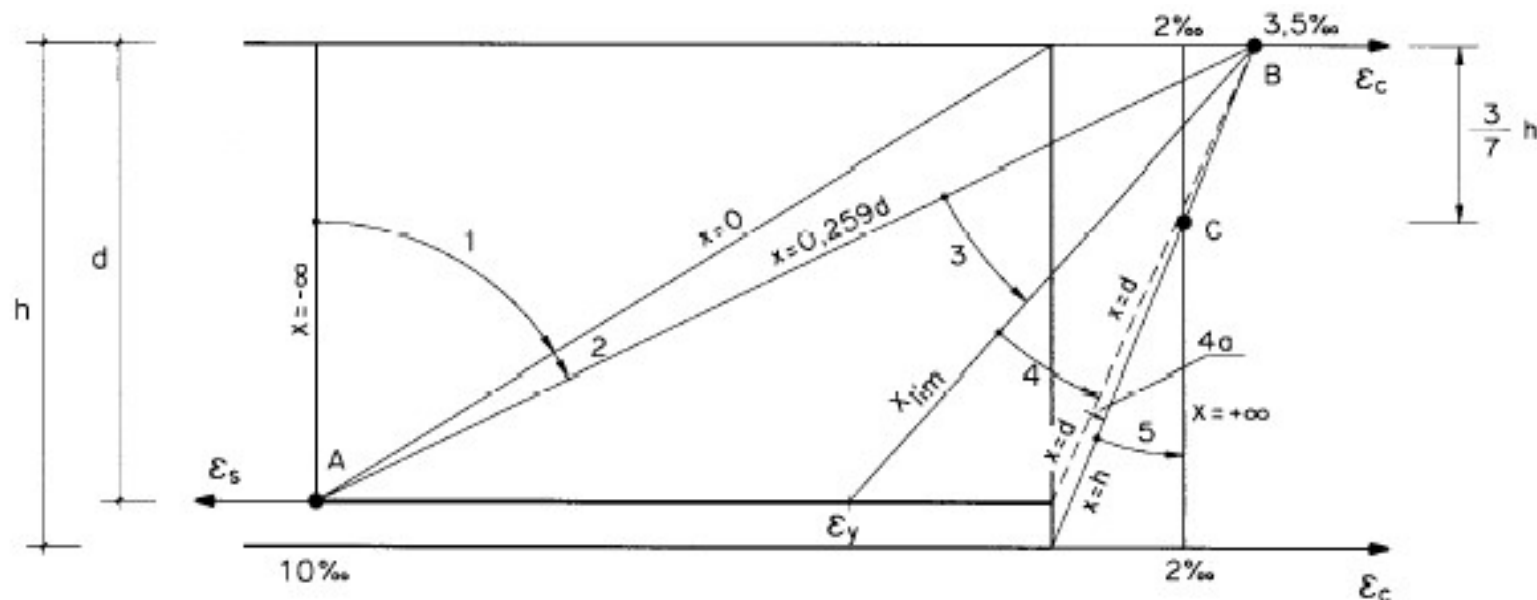
Nombrar ejemplos en cada categoría

# Caracterización del estado límite último

- Los ejemplos anteriores se pueden integrar en un diagrama unificado, denominado “**Diagrama de pivotes**” o diagrama de “**dominios de deformación**”.
- Las deformaciones límites se dividen en zonas o “Dominios”.
- Existe una **relación biunívoca entre cada pareja de deformación límite y la posición de la línea neutra**, indicada con la letra: “**x**”.
- Dominio 1: Tracción simple o compuesta /  $x$  entre  $(-\infty; 0)$
- Dominio 2: Flexión simple o compuesta /  $x$  entre  $(0; 0.259d)$
- Dominio 3: Flexión simple o compuesta /  $x$  entre  $(0.259d; x_{lim})$
- Dominio 4: Flexión simple o compuesta /  $x$  entre  $(x_{lim}; d)$
- Dominio 4a: Flexión simple o compuesta /  $x$  entre  $(d; h)$
- Dominio 5: Compresión simple o compuesta /  $x$  entre  $(h; +\infty)$

Con este diagrama se abarcan TODAS las posibles deformaciones de la sección en ELU.

¿Cuánto vale  $\varepsilon_y$  y  $x_{lim}$  para los aceros comunes?



- **En este módulo se establecieron las hipótesis en las que se basa el análisis de piezas trabajando bajo solicitaciones normales (Combinaciones de Directas y Momentos).**
- **Con esta base, en módulos siguientes se desarrollará el análisis para cada una de estas solicitaciones:**
  - Flexión pura
  - Flexión “con directas pequeñas”
  - Grandes compresiones (Pilares)
  - Grandes tensiones (Tensores)

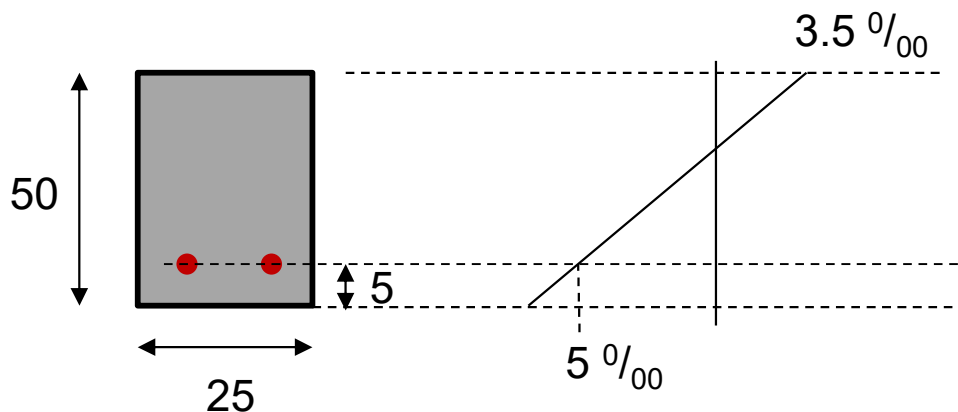


Calcular el momento último de la sección (en flexión pura) conociendo su diagrama de deformaciones límite (últimas).

$$f_{ck} = 25 \text{ MPa} \quad f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$

Incógnitas:  $A_{s1}$ ,  $A_{s2}$ ,  $x$ ,  $M_u$ ,  $N_u$

Ecuaciones:  $\Sigma N$ ,  $\Sigma M$



$$\frac{x}{3,5} = \frac{d}{(3,5 + 5)} \Rightarrow x = \frac{3,5d}{8,5} = 0,1853 \text{ m}$$

$$T_s = A_s f_{yd} = C_c$$

$$C_c = b \cdot 0,8x \cdot f_{cd} = 617,7 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow A_s = \frac{C_c}{f_{yd}} = 14,2 \text{ cm}^2$$

$$1\phi 20 = 3,14 \text{ cm}^2 \Rightarrow \frac{14,2}{3,14} = 4,5 \Rightarrow 4,5 \Rightarrow \text{elijo } 5\phi 20 (15,7 \text{ cm}^2)$$