Geometría en el espacio

1. Hallar la ecuación del plano π sabiendo que:
   (a) Contiene a la recta de intersección de los planos $\pi_1 : 3x - 2y + z - 3 = 0$ y $\pi_2 : x - 2z = 0$, y es perpendicular al plano $\pi_3 : x - 2y + z + 5 = 0$
   (b) Pasa por el punto $A = (2, -1, 1)$, es perpendicular al plano $\pi_1 : 2x + 3y - z + 5 = 0$ y es paralelo a la recta $r : \begin{cases} x = 2z + 3 \\ y = z \end{cases}$
   (c) Pasa por el punto $A = (2, 2, 2)$ y es perpendicular a los planos $\pi_1 : -x+y-z = 1$ y $\pi_2 : 2x+y+z = 0$

2. Hallar la ecuación de la recta r para las condiciones dadas
   (a) Pasa por el punto $A = (1, 0, 1)$ y es coplanar y perpendicular a la recta $s = \begin{cases} x = z + 1 \\ y = z + 1 \end{cases}$
   (b) Pasa por el punto $A = (2, 1, -1)$, está contenida en el plano $\pi) x + 2y + 3z = 1$ y es perpendicular a la recta $s = \begin{cases} x - 2z + 3 = 0 \\ y - z - 4 = 0 \end{cases}$
   (c) Pasa por el punto $A = (-1, 2, -3)$, se cruza perpendicularmente con la recta $s = \begin{cases} x = -1 + 6\lambda \\ y = -3 - 2\lambda \\ z = 2 - 3\lambda \end{cases}$ y se intersecta con la recta $s' = \begin{cases} x = 1 + 3\lambda \\ y = -1 + 2\lambda \\ z = 3 - 5\lambda \end{cases}$

3. Hallar dos rectas por el punto $A = (1, -1, -1)$, contenidas respectivamente en los planos $\pi_1 : 3x+2y+z = 0$ y $\pi_2 : x + y + z + 1 = 0$, y que sean perpendiculares a la intersección de dichos planos.

4. Hallar la normal común a las rectas r y r':
   (a) r pasa por los puntos $A = (1, 0, 0)$ y $B = (2, 4, 1)$ y r' pasa por los puntos $A' = (1, 1, 1)$ y $B' = (1, 3, 2)$
   (b) $r = \begin{cases} 2x + 4y - 2z + 6 = 0 \\ x - y + 3z = 0 \end{cases}$ y $r' = \begin{cases} x = 2z - 7 \\ y = 4z + 3 \end{cases}$
   (c) r la recta que pasa por el punto $A = (1, -1, 2)$ y es paralela a los planos $x+y+z = 0$ y $4x+y+2z = 0$ y r' la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano $2x + 3y - z = 5$

5. Sea r la recta que pasa por el punto $A = (1, -1, 2)$ y es paralela a los planos $x+y+z = 0$ y $4x+y+2z = 0$ y s la recta que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular al plano $2x + 3y - z = 5$
   (a) Hallar la recta n normal común entre r y s
   (b) Hallar los puntos $P = r \cap n$ y $Q = s \cap n$
   (c) Hallar las distancias entre r y s

6. Se consideran los planos $\pi_1 : x - y + z = 0$ y $\pi_2 : x + y - z = 2$
   (a) Hallar la recta r que pasa por el punto $A = (1, 2, 3)$ y no corta a ninguno de los planos dados.
   (b) Hallar los puntos que equidistan de $A = (1, 2, 3)$ y $B = (2, 1, 0)$ y pertenecen a la recta intersección de los planos.

7. Se consideran los planos $\pi_1 : 3x - y + z - 4 = 0$, $\pi_2 : x - 2y + z - 1 = 0$, $\pi_3 : x + z - 4 = 0$. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A = (3, 1, -1)$, es paralela al plano π_1 y corta a la recta intersección de los planos π_1 y π_3 dados.

8. (a) Hallar los planos π_1 y π_2 paralelos al plano $\pi : 2x - 2y - z = 3$ sabiendo que $d(\pi, \pi_1) = d(\pi, \pi_2) = 5$.
   (b) Hallar el lugar geométrico de los puntos equidistantes de $A = (1, -4, 2)$ y $B = (7, 1, -5)$
   (c) Hallar el lugar geométrico de los puntos equidistantes de los planos $\pi_1 : 2x - y + z = 1$ y $\pi_2 : x + y - z = -2$
   (d) Dados los puntos $A = (2, 1, 3)$, $B = (4, -1, 1)$ y el plano $\pi : 2x - y + 2z - 3 = 0$, hallar la recta r contenida en π y tal que todo punto de r es equidistante de los puntos A y B.