Objetivos de aprendizaje
Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables
Primer Semestre 2024

En este documento expresamos los conocimientos y habilidades que pretendemos que se alcancen al finalizar el curso de Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables. Observar que distintos ejes temáticos ponen el foco en distintas habilidades. Por ejemplo, los primeros dos temas (números complejos y ecuaciones diferenciales) tienen un objetivo preponderantemente operatorio, es decir, saber realizar cálculos con los objetos, resolver ecuaciones diferenciales, mientras que el tercer tema, sucesiones, presenta objetivos más conceptuales, de manejo de definiciones para probar resultados.

Esperamos que un estudiante al finalizar el curso sea capaz de:

Números complejos

- Manejar con comodidad las notaciones binomial y polar
- Identificar en qué problemas es conveniente usar una o la otra
- Realizar operaciones (suma, producto, conjugación) con ambas notaciones
- Resolver ecuaciones sencillas en los complejos, e interpretar geométricamente el resultado.
- Describir completamente las raíces de la unidad, e interpretar geométricamente
- Describir completamente las raíces de un complejo w (soluciones de $z^n=w$), e interpretar geométricamente

Ecuaciones diferenciales

- Diferenciar el problema de hallar una solución general de un problema de condiciones iniciales
- Verificar si una función es solución de una ecuación diferencial dada.
- Resolver ecuaciones diferenciales de variables separables
- Hallar la solución general de una ecuación lineal homogénea de primer orden
- Hallar una solución particular de una ecuación lineal de primer orden
- Hallar la solución general de una ecuación lineal de primer orden no homogénea
- Hallar la solución general de una ecuación lineal homogénea de segundo orden con coeficientes constantes
- Hallar una solución particular de una ecuación lineal de segundo orden, para algunos términos independientes sencillos (polinomios, senos y cosenos, exponenciales)
- Hallar la solución general de una ecuación lineal no homogénea de segundo orden con coeficientes constantes

Sucesiones

- Manejar con comodidad la definición de límite de una sucesión, y ser capaz de producir de forma autónoma resultados sencillos involucrando dicha definición. Por ejemplo, demostrar la unicidad del límite, que una sucesión acotada y monótona tiene límite, propiedades algebraicas del límite como suma y producto, y resultados de complejidad similar.
- Calcular límites de sucesiones, por ejemplo utilizando comportamiento de sucesiones equivalentes.
- Determinar si una sucesión es acotada y/o monótona.
- Describir el comportamiento de una sucesión en términos de su convergencia o de la convergencia de sus subsucesiones
- Utilizar notación clara y correcta al escribir sobre sucesiones o subsucesiones.

Series

- Diferenciar el comportamiento del término general de una serie, con el comportamiento de la serie en sí (es decir, de su reducida enésima). En particular:
- Utilizar la condición necesaria de convergencia para descartar la convergencia de algunas series.
- Reconocer y clasificar las series geométricas y calcular su valor en caso de convergencia.
- Reconocer y clasificar series armónicas.
- Clasificar series de términos positivos utilizando criterios de comparación, equivalentes, cociente, y raíz enésima.
- Clasificar series alternadas, utilizando convergencia absoluta en caso de ser posible, o criterio de Leibnitz.

Integrales impropias

- Clasificar integrales de primera y segunda especie a partir de la definición, y calcularlas en caso de convergencia.
- Clasificar integrales impropias utilizando el criterio de comparación o de equivalente. En particular, reconocer cuáles son los términos importantes en cada integral (en caso de tener que separarla en varios sumandos), y clasificarlos.
- Deducir la convergencia de series utilizando el criterio serie-integral.

Topología en R^n

- Manejar las nociones de punto interior, exterior, frontera, y conjuntos abiertos, para probar resultados sencillos, de complejidad similar a los siguientes: probar que la intersección de dos conjuntos abiertos es abierta, que la unión de abiertos es abierta, que un conjunto y su complemento tienen el mismo conjunto frontera.
- Interpretar geométricamente conjuntos de R^2 y R^3 a partir de su definición algebraica.

- Calcular los conjuntos de puntos interiores, frontera, clausura, y de acumulación, de conjuntos en R^2
- Reconocer si un conjunto es compacto.
- Manejar con comodidad la definición de convergencia de sucesiones en R^n, por ejemplo para probar que un conjunto es cerrado si y solo si toda sucesión de puntos del conjunto convergente tiene su límite en el conjunto, o construir sucesiones de puntos de un conjunto (y de su complemento) convergentes a puntos de la frontera.

Límites y continuidad

- Describir funciones reales de dos variables a través de sus curvas de nivel.
- Manejar con comodidad la definición de límite de una función en un punto, así como la definición de continuidad.
- Caracterizar la continuidad de una función en un punto a través de sucesiones convergentes (Teorema 5.9 en las notas del curso). Se pretende que puedan reproducir la demostración.
- Calcular límites direccionales y límites con coordenadas polares, identificando en qué casos se pueden utilizar, y qué conclusiones (totales o parciales) se pueden extraer de los mismos.
- Manejar con comodidad el enunciado del Teorema de Weierstrass, sus alcances, y ser capaces de comprender y reproducir la demostración.

Diferenciabilidad

- Manejar con comodidad la definición de derivadas parciales y direccionales, y calcular derivadas parciales de funciones de varias variables.
- Manejar con comodidad la definición de diferenciabilidad, tanto a nivel formal, operatorio, e intuitivo.
- Interpretar geométricamente la noción de diferenciabilidad, y calcular el plano tangente por un punto a una función diferenciable.
- Establecer las relaciones de implicancia o no implicancia entre, continuidad, existencia de derivadas direccionales, y diferenciabilidad. En caso de no existir implicancias, ser capaces de dar contraejemplos. En particular:
- Demostrar que si una función es diferenciable, entonces es continua y existen sus derivadas. Calcular las derivadas direccionales en función de las derivadas parciales.
- Interpretar geométricamente el vector gradiente como vector perpendicular a las curvas de nivel, y como dirección de máximo crecimiento.
- Enunciar la condición suficiente de diferenciabilidad.
- Calcular la derivada de composiciones de funciones utilizando la regla de la cadena.
- Enunciar el Teorem de Schwarz, sobre derivadas cruzadas de orden dos.

- Calcular el desarrollo de Taylor de funciones de varias variables.

Integrales

- Utilizar el Teorema de Fubini para escribir integrales en dominios de R^2 y R^3 como integrales iteradas, e intercambiar el orden de integración.
- Calcular integrales en R^2 y R^3
- Utilizar coordenadas polares para calcular integrales en el plano
- Utilizar coordenadas cilíndricas y esféricas para calcular integrales en R^3.