

No Prueba	Apellido y Nombre	Cédula

Importante: en esta prueba evaluaremos fundamentalmente el desarrollo de las resoluciones más que los resultados. Por lo tanto, es importante que las respuestas estén debidamente justificadas y que lo que escriban sea legible y comprensible.

Ejercicio 1 (10 puntos) Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funciones definidas como:

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x \leq 2 \\ \ln(x - 2) & \text{si } x > 2 \end{cases}, \quad g(x) = 2x - 1$$

Hallar $f \circ g$ y $g \circ f$.

Ejercicio 2 (20 puntos)

Sea $f : (-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 3\sqrt{5-x}$

1. Probar que f es inyectiva.
2. Hallar el conjunto imagen de f .
3. Modificar el codominio para que la función sea biyectiva y para dicho codominio hallar f^{-1} .

Ejercicio 3 (10 puntos)

Probar por inducción completa que para todo número n **par**, con $n \in \mathbb{N}$, se tiene que $3^n - 1$ es divisible por 4.

Ejercicio 4 (10 puntos)

Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 - 4x - 5}$
2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + 1})$

Ejercicio 5 (5 puntos) Se considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x) = \begin{cases} e^{(x^2-4)} & \text{si } x \leq 2 \\ ax - 5 & \text{si } x > 2 \end{cases},$$

donde a es un número real.

Hallar a para que la función f sea continua.

Para uso docente

Ej 1	Ej 2	Ej 3	Ej 4	Ej 5	Total

No Prueba	Apellido y Nombre	Cédula

Importante: en esta prueba evaluaremos fundamentalmente el desarrollo de las resoluciones más que los resultados. Por lo tanto, es importante que las respuestas estén debidamente justificadas y que lo que escriban sea legible y comprensible.

Ejercicio 1 (10 puntos) Sean $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ funciones definidas como:

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{si } x \leq -4 \\ \ln(x+4) & \text{si } x > -4 \end{cases}, \quad g(x) = 3x - 5$$

Hallar $f \circ g$ y $g \circ f$.

Ejercicio 2 (20 puntos)

Sea $f : (-\infty, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 2\sqrt{11-x}$

1. Probar que f es inyectiva.
2. Hallar el conjunto imagen de f .
3. Modificar el codominio para que la función sea biyectiva y para dicho codominio hallar f^{-1} .

Ejercicio 3 (10 puntos)

Probar por inducción completa que para todo número n **impar**, $n \geq 3$, con $n \in \mathbb{N}$, se tiene que $3^n - 3$ es divisible por 12.

Ejercicio 4 (10 puntos)

Calcular los siguientes límites

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+4} - \sqrt{x^2+3x})$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 + x - 12}$

Ejercicio 5 (5 puntos) Se considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que

$$f(x) = \begin{cases} 2x+a & \text{si } x < 3 \\ e^{(x^2-9)} & \text{si } x \geq 3 \end{cases},$$

donde a es un número real.

Hallar a para que la función f sea continua.

Para uso docente

Ej 1	Ej 2	Ej 3	Ej 4	Ej 5	Total