Introducción a la Física Moderna - Edición 2024

Segundo parcial - 15/7/2024

- **Trabaje prolijamente** y justifique debidamente su trabajo
- El parcial dura 3 horas y otorga un máximo de 50 puntos

Problema 1 (26 puntos)

Se considera una partícula de masa m sometida a un potencial de la forma

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ 0, & 0 < x < L \\ V_0, & x > L, \end{cases}$$

donde $V_0 > 0$ es una constante.

(a) Explique cualitativamente como será el movimiento de una partícula que es lanzada desde $x = 0$ hacia la derecha, **desde la perspectiva clásica**. Discuta según la relación entre E y V_0.

(b) Para el caso $0 < E < V_0$, escriba la forma general de la solución de la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo en las tres regiones definidas por el potencial.

(c) Imponiendo condiciones de borde apropiadas, demuestre que existen soluciones físicamente aceptables con energía en el rango $0 < E < V_0$ (estados ligados) solo si se satisface la relación

$$\tan\left(\frac{\sqrt{2mE}L}{\hbar}\right) = -\sqrt{\frac{E}{V_0 - E}}$$

(d) Considere el caso $E = V_0/2$, con V_0 tal que $\sqrt{\frac{mV_0}{\hbar^2}}L = \frac{3\pi}{4}$.

(i) Halle la función de onda normalizada.

(ii) Calcule la probabilidad de que la partícula se encuentre en la región $x > L$.

Nota: puede utilizar que $\int \sin^2(kx)dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin(2kx)}{4k}$

Problema 2 (12 puntos)

El electrón de un átomo de hidrógeno se encuentra en el estado estacionario Ψ_{321}.

(a) Calcule su energía, el módulo de su momento angular orbital y el valor de la componente z de dicho momento angular.

(b) Si el electrón sufre una transición al estado Ψ_{210}, determine la longitud de onda del fotón emitido.

(c) Asumiendo que todas las transiciones desde el estado Ψ_{321} a niveles de menor energía son posibles, indique en cuántas de ellas se emiten fotones con la longitud de onda calculada en la parte anterior. Justifique.

Problema 3 (12 puntos)

(a) Obtenga la expresión teórica para la masa efectiva de un electrón en una red cristalina. ¿Bajo qué condiciones es la masa efectiva constante? ¿Para qué electrones de la red cristalina es esta una suposición razonable?

(b) Asumiendo que la relación de dispersión del electrón adopta la forma $E(k) = \frac{\hbar^2 k^4}{2mk_0^2}$, donde k_0 es una constante, halle la masa efectiva y la velocidad de grupo del electrón en función de k.

(c) ¿Para qué rango de valores de k el electrón luce más pesado debido a la interacción con la red?