Instituto de Física, Facultad de Ingeniería
Introducción a la Física Moderna
Examen - 11/8/2020

1. Una partícula de masa en reposo *m*, y que se mueve en la dirección del eje *x* con energía cinética *K*, colide con una partícula de la misma masa, en reposo. Después de la colisión se producen otras dos partículas de masas en reposo m_1, que son emitidas en la dirección del eje *x* con igual cantidad de movimiento p_1. Determine, en función de *m* y *K*, en el referencial solidario con la partícula inicial en reposo, los valores de
(a) la cantidad de movimiento p_1 y energía cinética K_1 de cada una de las dos partículas finales,
(b) la masa m_1, y
(c) la velocidad de dichas partículas, v_1.

a),b) $E_{TOTAL} = mc^2 + K + mc^2 = K + 2mc^2 = 2E_1 \Rightarrow E_1 = mc^2 + \frac{K}{2}$

$p_{TOTAL} = p = 2p_1 \Rightarrow p_1 = \frac{1}{2}p$; $(cp)^2 = (mc^2+K)^2 - (mc^2)^2 = K^2 + 2mc^2K \Rightarrow \boxed{cp_1 = \frac{1}{2}\sqrt{K^2+2mc^2K}}$

$(m_1c^2)^2 = E_1^2 - (cp_1)^2 = \left(mc^2+\frac{K}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}(K^2+2mc^2K) = (mc^2)^2 + \cancel{\frac{K^2}{4}} + mc^2K - \cancel{\frac{K^2}{4}} - \frac{1}{2}mc^2K$

$(m_1c^2)^2 = (mc^2)^2 + \frac{1}{2}(mc^2)K \Rightarrow \boxed{m_1c^2 = mc^2\sqrt{1+\frac{K}{2mc^2}}}$

$K_1 = E_1 - m_1c^2 = mc^2 + \frac{K}{2} - mc^2\sqrt{1+\frac{K}{2mc^2}}$; $\boxed{K_1 = mc^2\left[1+\frac{K}{2mc^2} - \sqrt{1+\frac{K}{2mc^2}}\right]}$

c) $\beta_1 = \frac{cp_1}{E_1} = \frac{\frac{1}{2}\sqrt{K^2+2mc^2K}}{mc^2+\frac{K}{2}} = \frac{\frac{K}{2}\sqrt{1+\frac{2mc^2}{K}}}{\frac{K}{2}\left(1+\frac{2mc^2}{K}\right)}$; $\boxed{\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{2mc^2}{K}}}}$

2. Un haz de luz monocromático de longitud de onda λ_0=300nm incide sobre la superficie de un metal, expulsando electrones. Suponiendo que la potencia del haz sea de 10W, y que los electrones expulsados son completamente frenados por una ddp de 1,8V, calcule
(a) el número total de fotones que incide por segundo sobre el metal, N_0, y la corriente eléctrica asociada a los electrones emitidos, I_0, en A,
(b) la función trabajo del metal, Φ, en eV y la longitud de onda umbral para que ocurra el efecto fotoeléctrico en ese metal, λ_c, en nm.
(c) Si variamos la longitud de onda del haz de luz sin cambiar su potencia ¿como varía la corriente eléctrica em función de la misma, $I(\lambda)$? Grafique $I(\lambda)$ indicando su valor máximo.

a) $E_f = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}6\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{300\times10^{-9}} = 6{,}6\times10^{-19}$ J ; $\boxed{N_0 = \frac{10\text{ W}}{6{,}6\times10^{-19}} = 1{,}515\times10^{19}\ \text{fotones/s}}$

$I_0 = eN_0 = 1{,}6\times10^{-19}\times1{,}515\times10^{19}$; $\boxed{I_0 = 2{,}424\text{ A}}$

b) $E_F = \frac{6{,}6\times10^{-19}}{1{,}6\times10^{-19}}\text{ eV} = 4{,}125 = 1{,}8\text{ eV} + \phi \Rightarrow \boxed{\phi = 2{,}325\text{ eV}} = h\nu_c = \frac{hc}{\lambda_c}$

$\Rightarrow \boxed{\lambda_c = \frac{6{,}6\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{2{,}325\times1{,}6\times10^{-19}} = 532\text{ nm}}$

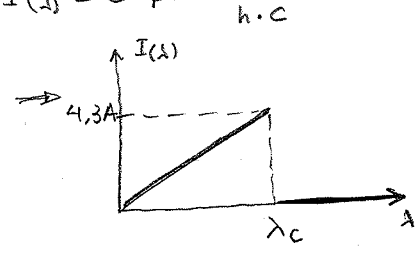
c) $N_f = \frac{10\text{ W}}{E_f} = \frac{10\cdot\lambda}{hc} \Rightarrow I(\lambda) = eN_f = \frac{10\cdot e}{h\cdot c}\lambda = \frac{10\times1{,}6\times10^{-19}}{6{,}6\times10^{-34}\times3\times10^{8}}\lambda = 8{,}08\times10^{7}\lambda$

Vale siempre que $\lambda \le \lambda_c$

para $\lambda > \lambda_c$ $I(\lambda) = 0$

Para $\lambda = \lambda_c = 532$ nm

$\Rightarrow$ Maximo $= \boxed{I(\lambda_c) = 4{,}3\text{ A}}$



3. Para el Silício a temperatura ambiente, $k_B T_{Amb}$=0.026eV, la densidad de portadores libres en el material intrínseco es n_i=1.5x10^{16}m^{-3} y los factores de concentración para las bandas de conducción y de valencia son N_C=2.8x10^{25}m^{-3} y N_V =1.0x10^{25}m^{-3}, respectivamente.
(Recuerde que la concentración de portadores negativos es $n=N_C \exp(-(E_C-E_F)/k_BT)$ y la de portadores positivos es $p=N_V \exp(-(E_F-E_V)/k_BT)$, donde E_C es el mínimo de la energía de la banda de conducción, E_V es el máximo de la energía de la banda de valencia y E_F es la energía de Fermi.)
(a) Calcule la energía del gap entre las bandas de conducción y de valencia.
Para un cristal de Silicio dopado con donadores, con una densidad n_d=1.0x10^{22}m^{-3} calcule
(b) la diferencia de energía entre el mínimo de la banda de conducción, E_C, y la energía de Fermi,
Para un cristal de Silicio dopado con aceptores, con una densidad n_a=1.0x10^{22}m^{-3} calcule
(c) la diferencia de energía entre el mínimo de la banda de conducción, E_C, y la energía de Fermi.
(d) Considerando una juntura np com los materiales de las partes (b) y (c), haga un diagrama mostrando las posiciones de E_C, E_V y E_F en ambos materiales y determine a partir del mismo la diferencia de potencial entre ambos lados de la juntura.

Datos: h=6,6x10^{-34} Js; c=3x10^8 m/s; e=1,6x10^{-19} C.

a) $$np = n_i^2 = N_V \cdot N_C \cdot e^{-\frac{(E_F-E_V)}{kT}} \cdot e^{-\frac{E_C-E_F}{kT}} = N_V \cdot N_C \cdot e^{-\frac{(E_C-E_V)}{kT}} = N_V \cdot N_C \cdot e^{-\frac{E_g}{kT}}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_g = kT \cdot \ln\left(\frac{N_V \cdot N_C}{n_i^2}\right) = 0{,}026 \times \ln\left[\frac{10^{25} \times 2{,}8 \times 10^{25}}{(1.5 \times 10^{16})^2}\right] = 1{,}083\, eV}$$

b) $$n_d >> n_i \Rightarrow n \approx n_d = N_C \cdot e^{-\frac{(E_C-E_F)}{k_BT}}$$

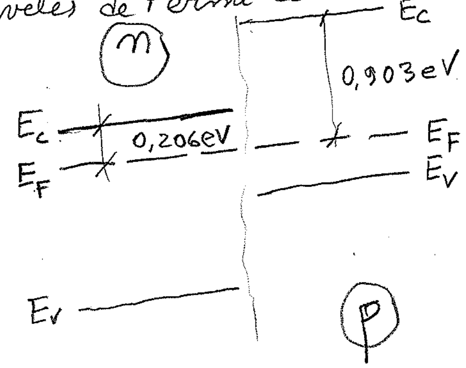
$$\Rightarrow \boxed{E_C - E_F = k_BT \ln\left(\frac{N_C}{n_d}\right) = 0{,}026 \times \ln\left(\frac{2{,}8 \times 10^{25}}{10^{22}}\right) = 0{,}206\, eV}$$

c) $$n_a >> n_i \Rightarrow p \approx n_a = N_V \cdot e^{-\frac{(E_F-E_V)}{k_BT}}$$

$$\Rightarrow E_F - E_V = k_BT \ln\left(\frac{N_V}{n_a}\right) = 0{,}026 \times \ln\left(\frac{10^{25}}{10^{22}}\right) = 0{,}180\, eV$$

$$\boxed{E_C - E_F = E_C - E_V + E_V - E_F = 1{,}083 - 0.180 = 0.903\, eV}$$

d) Los niveles de Fermi de ambos lados coinciden



$\Delta E_c = e \cdot \Delta V$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta V = 0{,}903 - 0{,}206 = 0{,}697\, V}$$

(El lado n está a mayor potencial.)