Instituto de Física, Facultad de Ingeniería
Introducción a la Física Moderna - Primer Parcial 8/10/15

Ejercicio 1 (12pts.)- Un cohete pasa frente a la Tierra con una velocidad de 0,8 c. Observadores en el cohete y en la Tierra coinciden que en ese momento son las 0 hs.
a) A las 0:30 hs, según el reloj del cohete, el cohete pasa por una estación espacial fija respecto a la Tierra, y sincronizada con esta. ¿Qué hora es en la estación, según un observador ubicado en la Tierra?
b) ¿ A qué distancia de la Tierra (en coordenadas de la Tierra) está la estación?
c) A las 0:30 hs (según el reloj del cohete) el cohete manda una señal de radio a la Tierra. ¿A que hora llega la señal a la Tierra (según un reloj en la Tierra)?
d) Suponiendo que la señal es emitida desde el cohete a una frecuencia de 300 MHz, ¿a que frecuencia recibirán la señal en la Tierra?

a) $\beta = 0.8, \rightarrow \gamma = \frac{1}{0.6} = \frac{5}{3}$; $T = \gamma T' = \frac{5}{3} \cdot 30' = 50' \rightarrow$ hora 0:50 (Tierra)

b) $d = v T = 0.8 \times 3 \times 10^{8} \times 50 \times 60 = 7{,}2 \times 10^{11}\ m$

c) $\Delta T = \frac{d}{c} = 0.8 \times 50 \times \frac{60}{60} = 40' \rightarrow 0{:}50 + 40' \Rightarrow$ hora 1:30 (Tierra)

d) $f = f' \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} = 300 \sqrt{\frac{0.2}{1.8}} = 100\ MHz$

Ejercicio 2 (12pts.).- Considere fotones con una energía mucho mayor que $m_e c^2 = 0{,}511 MeV$, que inciden sobre electrones en reposo.
a) Si los fotones son desviados en 180º, demuestre que la energía final de los fotones colisionados es aproximadamente ½($m_e c^2$).

Si los fotones son desviados en 90º, calcule, en el caso que su energía inicial sea de 1 MeV:
b) La energía final de los fotones.
c) La energía cinética de los electrones después de la colisión.
d) El ángulo en que salen los electrones después de la colisión (en grados).

a) Alta energía $\rightarrow \lambda \simeq 0$; $\Rightarrow \lambda' \simeq 2\lambda_c = 2\frac{h}{m_e c}$; $E' = hf' = h\frac{c}{\lambda'} = \frac{hc \cdot m_e c}{2h} = \frac{1}{2} m_e c^2$

b) $\lambda' - \lambda = \lambda_c \rightarrow \frac{1}{E'} = \frac{1}{E} + \frac{1}{m_e c^2} = 1 + \frac{1}{0.511} \rightarrow E' = 0{,}338\ MeV$

c) $K = 1 - 0.338 = 0.662\ MeV$

d) $tg\,\phi = \frac{sen\,\theta}{1 - cos\,\theta} \cdot \frac{1}{1 + \frac{E}{m_e c^2}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{0.511}} = 0{,}338 \rightarrow \phi = 18{,}7^{o}$

Ejercicio 3 (16pts.).- Una partícula de masa m se encuentra confinada a un núcleo, de manera que describe una órbita circular, sujeta a una fuerza atractiva con el núcleo de la forma $f(r)=-kr$, con k constante positiva.
a) Suponiendo que se verifica la cuantización de Bohr para el momento angular de la partícula, halle los posibles valores del radio y de la velocidad de la misma.
b) Calcule los valores E_n de energía permitidos.
c) Si $m=1{,}67 \times 10^{-27}$ kg y $k=4 \times 10^{16}$ N/m, determine la longitud de onda de un fotón para que éste sea capaz de causar una transición entre dos niveles de energía sucesivos.
d) ¿Que energía cinética deberá tener un electrón para que su longitud de onda sea igual a la del fotón de la parte **c)**?

a) $m v r = \ell = \hbar n$; $\frac{m v^2}{r} = k r \rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}}\, r \rightarrow m \sqrt{\frac{k}{m}}\, r^2 = \hbar n \Rightarrow r_n = \sqrt{\frac{\hbar n}{\sqrt{k m}}} \Rightarrow v_n = \sqrt{\frac{\hbar n}{m}\sqrt{\frac{k}{m}}}$

b) $U = \frac{1}{2} k r^2,\ K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow E_n = \frac{1}{2} k \frac{\hbar n}{\sqrt{k m}} + \frac{1}{2} m \frac{\hbar n}{m} \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{k}{m}}\, \hbar n$

c) $\Delta E = \sqrt{\frac{k}{m}}\, \hbar$ (independiente de n)

$= \sqrt{\frac{4 \times 10^{16}}{1{,}67 \times 10^{-27}}} \times 1{,}05 \times 10^{-34} = 5{,}14 \times 10^{-13}\ J$; $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6{,}6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{5{,}14 \times 10^{-13}} = 3{,}85 \times 10^{-13}\ m$

d) $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}6 \times 10^{-34}}{3{,}85 \times 10^{-13}} = 1{,}71 \times 10^{-21}\ kg\ m/s$; $cp = 1{,}71 \times 10^{-21} \times 3 \times 10^{8} = 5{,}14 \times 10^{-13}\ J$

$mc^2 = 9{,}11 \times 10^{-31} \times 9 \times 10^{16} = 8{,}2 \times 10^{-14}\ J$

$K = \sqrt{(5{,}14 \times 10^{-13})^2 + (8{,}2 \times 10^{-14})^2} - 8{,}2 \times 10^{-14} = 5.20 \times 10^{-13} - 8.2 \times 10^{-14} = 4{,}38 \times 10^{-13}\ J = 2{,}74\ MeV$