

SOLUCIONES

Problema 1 a) En el efecto de Bremsstrahlung (o radiación de frenado) los electrones que inciden sobre un material con energía cinética  $K$ , emiten rayos X (fotones) al desacelerarse, debido a la interacción eléctrica con los núcleos de los átomos del material. El fotón emitido en una interacción tiene una energía igual a la variación de energía cinética del electrón incidente



$$E_{\text{fotón}} = \frac{hc}{\lambda} = \Delta K$$

La menor longitud de onda posible para los fotones emitidos es  $\lambda = \frac{hc}{\Delta K}$  cuando  $K' = 0$  y los electrones son frenados totalmente.

En este caso 
$$\lambda_{\text{mín}} = \frac{hc}{35 \text{ keV}} = \frac{4.136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \cdot 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}}{35 \times 10^3 \text{ eV}}$$

$$\lambda_{\text{mín}} = 3,54 \times 10^{-11} \text{ m} \approx 0,035 \text{ nm}$$

b) Interpretamos la situación tomando las diferencias de energías entre niveles del átomo de Bohr con  $Z \rightarrow Z_{\alpha}$ , y estimando las longitudes de onda de los fotones emitidos a partir de la gráfica.

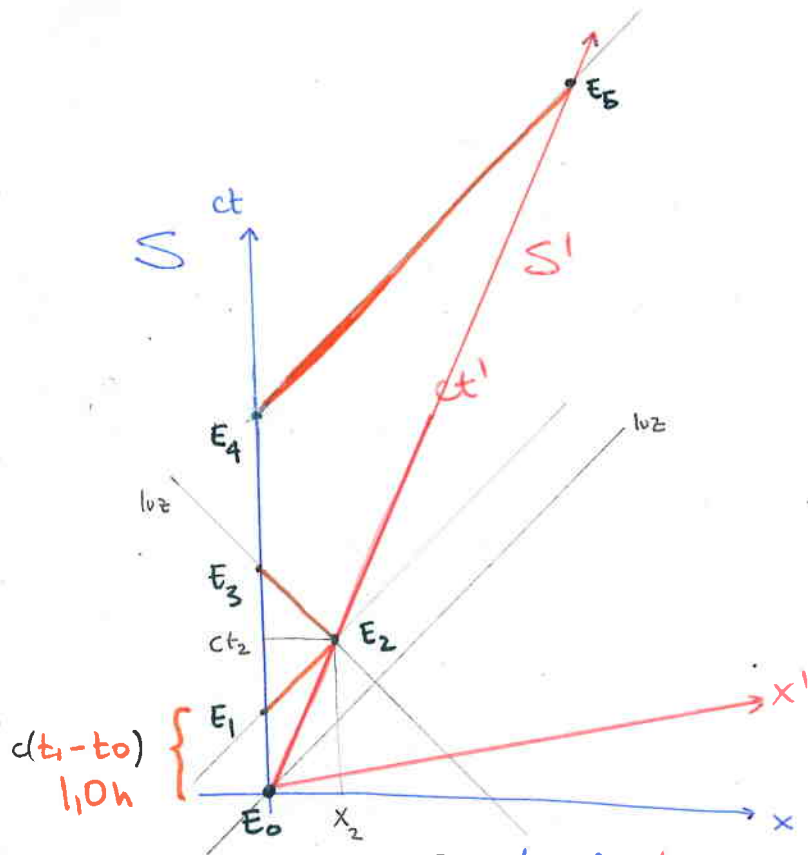
$$\frac{hc}{\lambda_{\alpha, \beta}} = E_i - E_f = -13,6 \text{ eV} \left( \underbrace{Z_{\alpha, \beta}^2}_{Z_{\text{efectivo}}} \left( \frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right) \right) \Rightarrow \begin{aligned} \lambda_{\alpha} &\approx 0,075 \text{ nm} \\ Z_{\alpha} &\approx 40,31 \\ \lambda_{\beta} &\approx 0,065 \text{ nm} \\ Z_{\beta} &\approx 39,78 \end{aligned}$$

La carga eléctrica efectiva que "sienten" los electrones de la capa L es de  $Z_{\alpha}$  veces la carga del electrón  $e$   
 M es de  $Z_{\beta}$  veces " " " "

SOLUCIONES

Problema 2

DIAGRAMA DE MINKOWSKY (DE TODO EL PROBLEMA)



$E_0 = (0,0) = (0,0)$   
 en S                      en S'

(ct, x) referencial en la tierra: S

(ct', x') referencial de la nave: S'

$\beta = 0,6c \Rightarrow \gamma = 1,25$

E<sub>0</sub>: inicio del examen (nave pasa frente a

E<sub>1</sub>: profesora envía señal de finalizar

E<sub>2</sub>: finaliza el examen en la nave, y se envían las respuestas

E<sub>3</sub>: llegan las respuestas a la tierra

E<sub>4</sub>: se termina de corregir el examen en la tierra, y se envían los resultados (señal luminosa)

E<sub>5</sub>: llegan los resultados a la nave.

a) Se pregunta el valor de  $(t_1 - t_0)$ : el tiempo que debe esperar la profesora para enviar la señal de finalización.

Sabemos que  $t_2' - t_0' = 2h$

Y que  $(x_2 - x_1) = c(t_2 - t_1) \rightarrow$  rayo de luz enviado de E<sub>1</sub> a E<sub>2</sub> (visto desde S)

Y usando los transf. de Lorentz:

$x_2 - x_0 = \gamma(x_2' - x_0') + \gamma\beta c(t_2' - t_0')$

$x_2 - 0 = \gamma(0 - 0) + \gamma\beta c(2h)$

$x_2 = \gamma\beta c \cdot 2h = 1,62 \times 10^{12} \text{ m}$

$x_2 - x_1 = x_2 - 0 = c(t_2 - t_1) \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{\gamma\beta c \cdot 2h}{c} = \gamma\beta 2h = 1,5h$

Y por la dilatación del tiempo:

$t_2 - t_0 = \gamma(t_2' - t_1') = \gamma \cdot 2h$

$t_2 - t_0 = 2,5h$

$t_1 - t_0 = t_2 - t_0 - (t_2 - t_1) = (2,5 - 1,5)h$

$\Rightarrow t_1 - t_0 = 1,0h$  Tiempo que espera la profesora

b) El diagrama requerido en el problema pide indicar

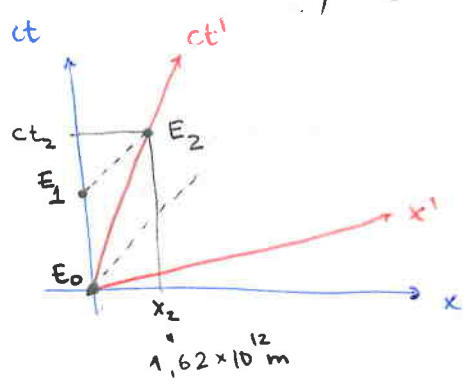
$$E_0 = (0, 0) = (0, 0)$$

$$E_1 = (ct_1, X_1) = (c \cdot 1h, 0)$$

$$E_2 = (ct_2, X_2) \quad , \quad (ct'_2, X'_2)$$

$$\parallel \quad \parallel$$

$$(c \cdot 2,5h, 1,62 \times 10^{12} \text{ m}) \quad , \quad (c \cdot 2h, 0)$$



Estudiantes NO SE MUEVEN en la NAVE

c) Se pregunta el tiempo que los estudiantes esperan los resultados. Eso es  $(t'_5 - t'_2)$ , en el referencial de la NAVE.

Rayo de luz de  $E_2$  a  $E_3$ :  $x_3 - x_2 = -c(t_3 - t_2)$  (viaje a  $-c$  (negativo, vuelta...))  
 visto en S (tierra)  $0 - x_2 = -c(t_3 - t_2) \Rightarrow$   
 $t_3 - t_2 = \frac{x_2}{c} = 1,5 \text{ horas}$

$t_4 - t_3 =$  tiempo de conexión  $= 2h$

Rayo de luz de  $E_4$  a  $E_5$ :  $x_5 - x_4 = c(t_5 - t_4)$   
 visto en S (tierra)  $x_5 - 0 = c(t_5 - t_4)$

La nave avanza con  $v = 0,6c \Rightarrow$   
 $x_5 - x_0 = v(t_5 - t_0) = 0,6c(t_5 - t_0)$   
 $x_5 = 0,6c(t_5 - t_0)$   
 $x_5 = 0,6c t_5$

$\Rightarrow t_5 - t_4 = 0,6 t_5$   
 Pero  $t_4 = 6h$   
 $t_4 = t_4 - t_3 + t_3 - t_2 + t_2 - t_0$   
 $6h = 2h + 1,5h + 2,5h$   
 $\Rightarrow t_5 - 0,6 t_5 = t_4 = 6h$   
 $\Rightarrow t_5 = \frac{t_4}{0,4} = 15h$

Entonces

$$t_5 - t_2 = (t_5 - t_4) + (t_4 - t_3) + (t_3 - t_2) =$$

$$15h - 2,5h = 9h + 2h + 1,5h = 12,5h \text{ (OK)}$$

y finalmente volvemos a usar la transf. de Lorentz:  $c(t_5 - t_2) = \gamma c(t'_5 - t'_2)$   
 (dilatación del tiempo)

los estudiantes esperan 10 horas

$$t'_5 - t'_2 = \frac{1}{\gamma} (t_5 - t_2) = \frac{12,5h}{1,25} = 10h$$