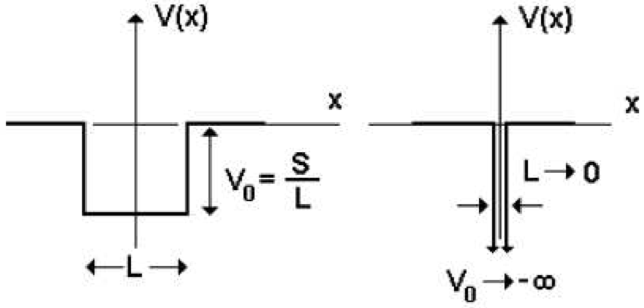
Instituto de Física – Facultad de Ingeniería – Universidad de la República

Examen de Introducción a la Física Moderna.
27 de febrero de 2013.

**Problema 1**




**Pozo Delta: electrón en un cristal**

La figura de la derecha muestra un potencial llamado "pozo delta", el cual se usa (cuando el pozo se repite periódicamente) para modelar el movimiento de un electrón a través de un cristal. El modelo es muy útil porque la solución de la ecuación de Schrödinger para ese potencial es muy sencilla.

El potencial es unidimensional y puede considerarse como un pozo cuadrado de ancho $L$ y profundidad $V_0$ = S/L (ver figura de la izquierda) en el límite en el cual $L \to 0$ y la profundidad del pozo $V_0 \to \infty$, siendo el producto $V_0 L = S$, constante.

El efecto de un pozo delta es introducir una discontinuidad en la pendiente de la función de onda en el punto donde se localiza el pozo, de modo tal que la función en sí es continua pero su derivada verifica:

$$\left.\frac{d\Psi}{dx}\right|_{x=0^+} - \left.\frac{d\Psi}{dx}\right|_{x=0^-} = -\frac{2mS}{\hbar^2}\Psi(0)$$

siendo $m$ la masa del electrón.

a) Resuelva la ecuación de Schrödinger a ambos lados del pozo (x < 0 y x >0), para el caso en que el electrón provenga desde la izquierda con energía E > 0.
b) Aplique las condiciones necesarias para determinar el coeficiente de trasmisión T(E), en función de la energía E > 0 de la partícula..

**Problema 2.**
**Relatividad.**

Un fotón de frecuencia *f* choca contra una partícula en reposo de masa *m*. Se observa que el fotón es dispersado en una dirección perpendicular a su trayectoria original.

a) Hallar la frecuencia final del fotón.
b) Hallar el módulo del momento final de la partícula de masa *m* y el ángulo que su trayectoria forma con la trayectoria inicial del fotón.
c) Hallar la velocidad final de la partícula de masa m.

**Problema 3**
**El positronio.**

a) Suponiendo que la masa del núcleo es mucho mayor que la masa del electrón (M >>$m_e$), deducir (a partir de la cuatización del momento angular y otras relaciones físicas) que la energía del electrón en el átomo de hidrógeno verifica:

$$E_n = -\frac{13{,}6\ eV}{n^2}$$

b) Cuando no hace la aproximación mencionada en (a), la teoría de Bohr prevé que la energía de las órbitas del electrón respecto del centro de masa del átomo está dada por:

$$E_n = -\frac{\mu k e^2}{2 m_e a_0}\left(\frac{1}{n^2}\right) \quad / \quad \mu = \frac{m_e M}{M + m_e}$$

siendo $\mu$ la masa reducida del sistema formado por un núcleo de masa $M$ y un electrón de masa $m_e = 9{,}1 \times 10^{-31}$kg, $k$ la constante dieléctrica ($k = 1/4\pi\varepsilon_0 = 9{,}0 \times 10^9\ Nm^2/C^2$) y $\mathbf{a_0}$ el radio de Bohr ($a_0 = 0{,}529$Å).

El positronio es un átomo parecido al átomo de hidrógeno que consta de un positrón (un electrón con carga positiva) y un electrón, los cuales giran uno alrededor del otro.

I. ¿Cuáles son los radios permitidos del movimiento de ambas partículas respecto de su centro de masa?
II. ¿Cuáles son las energías permitidas del sistema? Compárelas con las energías del átomo de hidrógeno