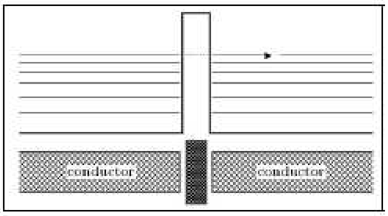
Instituto de Física – Facultad de Ingeniería – Universidad de la República

Segundo Parcial de Introducción a la Física Moderna.
27 de noviembre de 2012.



Problema 1: Efecto Túnel.
Imagine dos materiales conductores separados por un aislante muy angosto, como se muestra en la figura. El efecto túnel permite que los electrones atraviesen esa barrera, creando una corriente cuando se le aplica una diferencia de potencial.

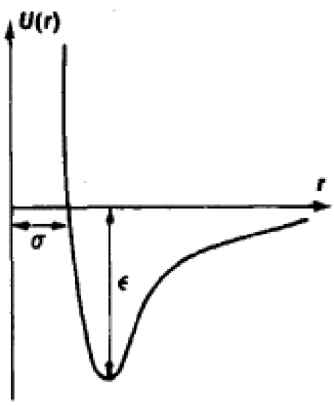
a) Plantee la ecuación de Schrödinger para una barrera de potencial constante de altura V_0 y ancho L que represente al aislante, expresando las condiciones que posibilitarían determinar la solución.
b) Calcule la probabilidad de que los electrones con energía $E < V_0$ atraviesen la barrera, en función del ancho del aislante y su capacidad de aislar representada en la altura de la barrera de potencial.

Problema 2: Semiconductor extrínseco.
Una muestra de Si está dopada con 10^{14} átomos de B (grupo III, impurezas aceptoras) por cm^3.
a) ¿Cuál es la concentración de portadores en la muestra de Si a temperatura ambiente (300 K)?
b) Determine la posición del nivel de Fermi de la muestra no dopada.
c) Determinar la posición del nivel de Fermi de la muestra dopada.
d) Indique qué aproximaciones está realizando incluidas las que se realizaron para determinar la siguiente expresión:

$$n_0 p_0 = n_i^2(T) = 4\left(\frac{2\pi\left(m_p^* m_n^*\right)^{1/2} kT}{h^2}\right)^3 e^{\frac{-E_G}{kT}}$$

Datos: La energía de la banda prohibida es de 1.12 eV y las masas efectivas de electrones y huecos, referidas a la masa de un electrón libre es: $m_n^* = 0{,}98 m_0$ y $m_p^* = 0{,}49 m_0$

Problema 3: Oscilador armónico.



Los átomos de los gases interactúan mediante un potencial de la forma de Lennard-Jones, que se muestra en la figura, donde r es la distancia entre los átomos. Para átomos de masa m_a se desea estudiar si es posible que formen moléculas diatómicas.

Si consideramos dos átomos que interactúan a través de este potencial, la coordenada $\vec{r}$ da la posición relativa de un átomo con respecto a otro y la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo que permite determinar la energía y funciones de onda de la molécula diatómica verifica:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2\varphi + U(r)\varphi(\vec{r}) = E\,\varphi(\vec{r}) \quad \text{con} \quad \mu = \frac{m_a}{2}$$

siendo μ la masa reducida.

Para estudiar el problema, se aproximará el potencial de Lennard-Jones por una parábola en la región del mínimo del potencial como:

$U(r) = -\varepsilon + \dfrac{k(r - r_e)^2}{2}$, siendo ε , k y r_e constantes conocidas.

a) Si el operador Laplaciano en coordenadas esféricas es:

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\frac{\partial\varphi}{\partial r}\right] + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[\sin\theta\frac{\partial\varphi}{\partial\theta}\right] + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\phi^2},$$

verificar que, al tomar soluciones de la forma $\varphi(\vec{r}) = \dfrac{f(r)}{r}$, $f(r)$ cumple la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo del oscilador armónico.

b) Si la función de onda del estado de menor energía corresponde a tomar $f(r) = Ae^{-b(r-r_e)^2}$ en la expresión anterior, donde b es una constante a determinar y A una constante de normalización, hallar la energía del estado de menor energía. ¿Qué condición se debe cumplir para que sea posible que se forme una molécula diatómica?