# Cálculo Diferencial e Integral en Varias Variables

## Segundo semestre de 2021

## Segundo parcial

26 de noviembre de 2021

| Nº Lista | Apellido, Nombre | Cédula | Firma |
|---|---|---|---|
| | | | |

La duración del parcial es de tres horas, y no se permite usar ni calculadora ni material de consulta. La comprensión de las preguntas es parte de la prueba.

**Tenga cuidado al pasar las respuestas**
**Lo completado aquí será lo único tenido en cuenta a la hora de corregir.**

### VERDADERO O FALSO (Total: 12 puntos)

Llenar cada casilla con las respuestas **V** o **F**, según corresponda.

| **1** | **2** | **3** | **4** |
|---|---|---|---|
| V | F | V | V |

**Correctas: 3 puntos. Incorrectas: −3 puntos. Sin responder: 0 puntos.**

### MÚLTIPLE OPCIÓN (Total: 48 puntos)

Llenar cada casilla con las respuestas **A**, **B**, **C**, **D** o **E**, según corresponda.

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| C | E | B | A | E | A | D | D |

**Correctas: 6 puntos. Incorrectas: −1 punto. Sin responder: 0 puntos.**

### SOLO PARA USO DOCENTE

| V/F | MO | Total |
|---|---|---|
| | | |

**Ejercicios del tipo VERDADERO/FALSO**

Indicar si las siguientes afirmaciones son *necesariamente* verdaderas.

1. Las circunferencias centradas en el origen en $\mathbb{R}^2$ son conjuntos de nivel de la función $f(x,y) = e^{-x^2-y^2}$.
2. Si $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ tiene derivadas parciales en un punto $a \in \mathbb{R}^2$, entonces es continua en $a$.
3. El gradiente de la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x,y) = 2x + y + 1$ en el punto $(3,-2)$ es $(2,1)$.
4. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$. La función $f$ es continua en un punto $a$ si y sólo si para toda sucesión $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ en $\mathbb{R}^2$ tal que $\lim_{n\to\infty} a_n = a$ se cumple que $\lim_{n\to\infty} f(a_n) = f(a)$.

**Ejercicios de MÚLTIPLE OPCIÓN**

**Ejercicio 1**

Indicar cuánto vale

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\operatorname{sen}(x^2+y^2)}{e^{x^2+y^2}-1}$$

.

(A) $\frac{1}{e}$ (C) $1$ (E) El límite no existe.

(B) $\frac{1}{2}$ (D) $0$

**Ejercicio 2**

Hallar el valor del parámetro $a$ para el cual $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{ax^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

es continua.

(A) $a = \frac{1}{2}$ (C) $a = 1$ (E) No hay ningún valor de $a$ para el cual $f$ sea continua.

(B) $a = 2$ (D) $a = -1$

**Ejercicio 3**

Sean $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable, $v = (1,1)$ y $w = (1,-1)$. Sabiendo que $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0) = 2$ y que $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0) = 5$, calcular $\frac{\partial f}{\partial w}(0,0)$.

(A) $\frac{\partial f}{\partial w}(0,0) = 1$

(B) $\frac{\partial f}{\partial w}(0,0) = -1$

(C) $\frac{\partial f}{\partial w}(0,0) = 3$

(D) $\frac{\partial f}{\partial w}(0,0) = -3$

(E) $\frac{\partial f}{\partial w}(0,0) = 0$

---

**Ejercicio 4**

Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por $f(x,y) = e^{xy^2}(2x + x^3 y)$. Sea $\pi$ el plano tangente a la gráfica de $f$ en el punto $(1, 0, f(1,0))$. Indicar cuál de los siguientes puntos pertenece a $\pi$.

(A) $(0,0,0)$

(B) $(1,0,0)$

(C) $(0,1,0)$

(D) $(0,0,1)$

(E) $(1,-1,0)$

---

**Ejercicio 5**

Sea $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ una función tal que $g(1,1) = (1,0)$ y

$$J_g(1,1) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Si $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ está dada por $f(x,y) = \frac{x^2 - y}{y^2 + 1}$, indicar cuánto vale $\frac{\partial (f \circ g)}{\partial x}(1,1)$.

(A) $\frac{\partial (f\circ g)}{\partial x}(1,1) = 0$

(B) $\frac{\partial (f\circ g)}{\partial x}(1,1) = 1$

(C) $\frac{\partial (f\circ g)}{\partial x}(1,1) = -1$

(D) $\frac{\partial (f\circ g)}{\partial x}(1,1) = -2$

(E) $\frac{\partial (f\circ g)}{\partial x}(1,1) = 3$

---

**Ejercicio 6**

Sean $a$, $b$, $c$, $d$, $e$ y $f$ tales que

$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{(x-1)e^{y^2} - a - bx - cy - dx^2 - exy - fy^2}{(x-1)^2 + y^2} = 0.$$

Entonces la suma $a + b + c + d + e + f$ es igual a:

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

(E) 4

## Ejercicio 7

Sea $D$ el triángulo de vértices $(0,1)$, $(2,3)$ y $(4,1)$. Calcular

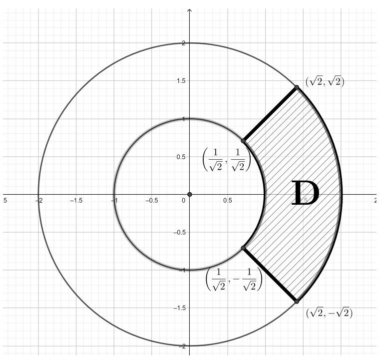
$$\int_D (xy^2)\, dxdy.$$

(A) 12
(B) 15
(C) 20
(D) 24
(E) 38

## Ejercicio 8

Sea $D$ la región rayada en el dibujo. Calcular

$$\int_D \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\, e^{x^2+y^2}\, dxdy.$$




(A) $\sqrt{2}(e^3-1)$

(B) $2e(e^3-1)$

(C) $\frac{\sqrt{2}}{2}(e^2-1)$

(D) $\frac{\sqrt{2}}{2}e(e^3-1)$

(E) $e$

Nota: $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.