Matemática Inicial

Examen 18 de diciembre de 2023.

No Lista	Apellido y Nombre	Cédula	Curso

Ejercicios Múltiple Opción

Ej.1	Ej.2	Ej.3	Ej.4	Ej.5	Ej.6

Ej.7.1	Ej.7.2	Ej.7.3	Ej.7.4	Ej.7.5	Ej.7.6	Ej.7.7	Ej.7.8	Ej.7.9	Ej.7.10

Ejercicio 1 (5 puntos) *Si* $x \neq 0$*, la fracción* $\dfrac{x^{1/3}x^{-2/3}}{x^{2/3}}$ *es igual a:*

(A) $x^{1/3}$ ***(B)*** $x^{-1/3}$ ***(C)*** x^{-1} ***(D)*** x

Ejercicio 2 (5 puntos) *Se consideran las funciones reales* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *y* $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *tales que* $f(x) = 2x^2$ *y* $g(x) = x - 1$*. Se define* $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *tal que* $h(x) = f(g(x))$*, entonces* $h(2)$ *vale:*

(A) *8* ***(B)*** *1* ***(C)*** *7* ***(D)*** *2*

Ejercicio 3 (5 puntos) *Sea* D *un subconjunto de* $\mathbb{R}$ *y sea* $f : D \to [-1, +\infty)$ *tal que* $f(x) = x^2 - 1$*. Entonces* f *cumple que:*

(A) f *es inyectiva si* $D = [-2, 2]$

(B) f *es sobreyectiva si* $D = [1, +\infty)$

(C) f *es biyectiva si* $D = (-\infty, 0]$

(D) f *es biyectiva si* $D = \mathbb{R}$

Ejercicio 4 (5 puntos) *Sea la función* $f : \mathbb{R} \setminus \{-1/2\} \to \mathbb{R}$ *definida por* $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 1}{2x + 1}$*. Entonces* $f'(0)$ *vale:*

(A) *-1* ***(B)*** *3* ***(C)*** *0* ***(D)*** *1/2*

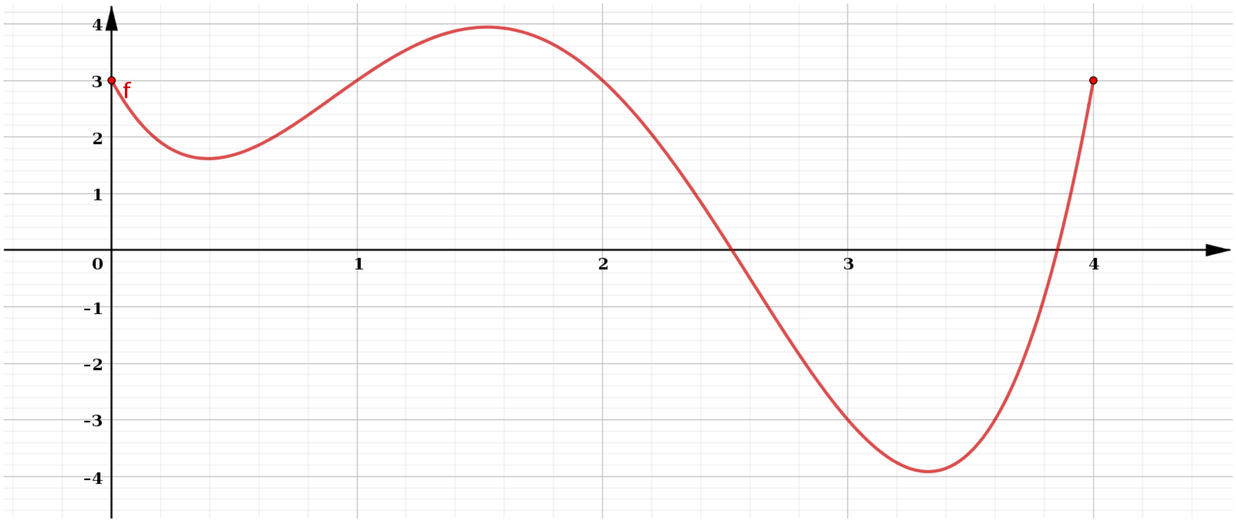
Ejercicio 5 (5 puntos) *El valor del límite* $\lim_{x\to+\infty} 3x - \sqrt{9x^2+6x}$ *es:*

*(**A**) 0* *(**B**) -1* *(**C**)* $+\infty$ *(**D**) no existe*

Ejercicio 6 (5 puntos) *El valor del límite* $\lim_{x\to+\infty} \frac{x+e^x}{2x+\ln(2x)}$ *es:*

*(**A**)* $+\infty$ *(**B**) 1* *(**C**) 0* *(**D**)* $\frac{1}{2}$

Ejercicio 7 (15 puntos) *Sea* $f:[0,4]\to\mathbb{R}$ *una función cuyo gráfico se muestra a continuación:*



Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F):

1. $f(1)<0$
2. *El conjunto* $f^{-1}(\{3\})$ *tiene exactamente 3 elementos.*
3. *La ecuación* $f(x)=0$ *tiene dos soluciones.*
4. *La imagen de* f, $Im(f)\subset[-5,5]$.
5. f *es biyectiva.*
6. *Sea* g *definida como* $g(x)=2f(x)+1$, *entonces* $g(0)=1$.
7. *La restricción de* f *al intervalo* $[2,3]$, $f:[2,3]\to\mathbb{R}$, *es inyectiva.*
8. f *está en las hipótesis del teorema de Bolzano en el intervalo* $[1,3]$.
9. $f'(2)<0$.
10. *La función* f *es creciente en el intervalo* $[3,4]$.

Ejercicios Desarrollo

Ejercicio 8 (30 puntos)

1. *Bosquejar el gráfico de las funciones* $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *tal que* $f(x)=\left(\frac{2}{3}\right)^x$ *y* $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *tal que* $g(x)=\left(\frac{3}{2}\right)^x$.

2. *Resolver la siguiente inecuaciones en los reales:*

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-x^2+x+2}\geq\left(\frac{9}{4}\right)^5 \tag{1}$$

$$\ln(x-2)-\ln(2x)+\ln(x-3)\leq 0 \tag{2}$$

3. a) *Hallar el conjunto de valores que verifican ambas inecuaciones.*
   b) *Hallar el conjunto de valores que verifican la inecuación (2) pero no la (1)*

Ejercicio 9 (25 puntos) *Sea* $f:[-3,3]\to\mathbb{R}$ *definida por:*

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x & si \quad x\leq 1,\\ -x+2 & si \quad x>1.\end{cases}$$

1. *Graficar* f.
2. *Analizar si* f *es continua en* $x=1$. *Justificar.*
3. *Se considera la siguiente afirmación:*

$$\exists\, x\geq 0 \text{ tal que } f(x)>1$$

   a) *Indicar si la afirmación es verdadera o falsa. Justificar.*
   b) *Enunciar la negación de la afirmación.*