

Construcción Formal de Programas en Teoría de Tipos

Segundo Parcial de 2024

NOTA: en el parcial pueden usarse tácticas automáticas y todo lo visto en el curso.

Problema 1

a) Defina las funciones:

- *and*, que retorna la conjunción de dos elementos de tipo bool.
- *append*, que retorna la concatenación de dos listas de tipo genérico.
- *forAll*, que dada un predicado, representado por una función p de tipo $A \rightarrow \text{bool}$, y dada una lista l de elementos de un tipo genérico A , retorna true si y sólo si todos los elementos de l cumplen el predicado p .

b) Pruebe lemas para las siguientes propiedades (las variables están cuantificadas universalmente):

- $\text{forAll } p \ (\text{append } l1 \ l2) = \text{and } (\text{forAll } p \ l2) \ (\text{forAll } p \ l1)$.
- $\text{forAll } p \ l2 = \text{true} \rightarrow \text{forAll } p \ (\text{append } l1 \ l2) = \text{forAll } p \ l1$.
- $\text{forAll } p \ l = \text{false} \rightarrow l \triangleleft \text{nil}$.

Problema 2

Considere la función *append* del Problema 1.

a) Defina las siguientes relaciones inductivas:

- *sorted*, sobre listas de naturales, que caracteriza a las listas ordenadas de manera decreciente y en forma estricta (con $>$).
- *noRep*, sobre listas de naturales, que caracteriza a las listas que no poseen elementos consecutivos repetidos.

b) Pruebe lemas para las siguientes propiedades:

- $\text{sorted } l \rightarrow \text{noRep } l$
- $\text{sorted } (\text{cons } x \ l) \rightarrow \text{sorted } l$
- $\text{sorted } (\text{append } l1 \ l2) \rightarrow (\text{sorted } l1) \wedge (\text{sorted } l2)$

Problema 3

Pruebe que la relación que establece que un árbol binario de elementos de un tipo genérico es menor que otro si posee menor cantidad de elementos es un orden bien fundado.