SEGUNDO PARCIAL de CDIV - Segundo semestre 2023 - Versión 21

viernes **24** de noviembre de 2023

Nro de Parcial	Cédula	Apellido y nombre

- El puntaje total es de 60 puntos (5 puntos de VoF y 55 de MO).
- La duración del parcial es de tres horas.
- En cada ejercicio hay una sola opción correcta.
- **Sólo se consideran válidas las respuestas escritas en los casilleros correspondientes.**

Respuestas de los ejercicios de Verdadero Falso. Total: 5 puntos

Puntajes: 1 punto si la respuesta es correcta, -1 punto si la respuesta es incorrecta, 0 punto por no contestar.

Llenar cada casilla con la respuesta **V o F** según corresponda.

Ej 1	Ej 2	Ej 3	Ej 4	Ej 5
F	V	V	F	V

Respuestas de los ejercicios de múltiple opción. Total: 55 puntos

Puntajes: 6 o 7 puntos si la respuesta es correcta, $-1{,}5$ puntos si la respuesta es incorrecta, 0 punto por no contestar.

Llenar cada casilla con la respuesta **A,B,C,D o E** según corresponda.

Ej 1	Ej 2	Ej 3	Ej 4	Ej 5	Ej 6	Ej 7	Ej 8	Ej 9
B	B	A	B	D	C	C	C	B

Datos que pueden ser de utilidad:

- *Área del círculo* de radio r: $A = \pi r^2$
- *Perímetro del círculo* de radio r: $P = 2\pi r$

(I) Ejercicios de Verdadero Falso. Total: 5 puntos

Determine si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

Afirmación 1: Si f es continua y estrictamente creciente en $[a, b]$, entonces f es derivable en (a, b).

Afirmación 2: Si f es continua en $[a, b]$, entonces f tiene extremos absolutos en $[a, b]$.

Afirmación 3: Si f es continua en $[1, 3]$ y derivable en $(1, 3)$, entonces existe $c \in (1, 3)$ tal que $f'(c) = \frac{f(3)-f(1)}{2}$.

Afirmación 4: Si una función f tiene un extremo relativo en el punto c, entonces f es derivable en el punto c y $f'(c) = 0$.

Afirmación 5: Sea f una función dos veces derivable en (a, b) y $c \in (a, b)$ un punto crítico de f. Si $f''(c) < 0$, entonces f tiene un máximo relativo en el punto c.

(II) Ejercicios de múltiple opción. Total: 55 puntos

Ejercicio 1 (6 puntos)

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{si } x \leq 0, \\ a(x-1)^2 + b, & \text{si } x > 0. \end{cases}$$

Los valores de a y b para los cuales f es derivable son:

A) $a = -1$, $b = 4$

B) $a = -1$, $b = 2$

C) $b = 1 - a$, $a \in \mathbb{R}$

D) $b = 3 - a$, $a \in \mathbb{R}$

E) No existen a y b para los cuales f sea derivable

Ejercicio 2 (6 puntos)

Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$$

A) 0 B) $\frac{1}{2}$ C) 2 D) $-\frac{1}{2}$ E) $+\infty$

Ejercicio 3 (6 puntos)

Consideremos la curva de ecuación $y = 2x^2 - 3x - 1$. Entonces, las coordenadas del punto de dicha curva en el que su recta tangente forma un ángulo de $45°$ con el eje Ox son:

A) $(1, -2)$ B) $(2, 1)$ C) $(1, 1)$ D) $(2, 2)$ E) $(1, 2)$

Ejercicio 4 (7 puntos)

Se tiene un alambre de 1 metro de largo y se lo corta en dos trozos. El primer trozo tiene longitud x $(0 < x < 1)$ y con él se construye un *círculo*. Con el trozo restante se construye un *cuadrado*. Determinar la longitud del *primer trozo* x de forma que la suma de las áreas del círculo y del cuadrado sea mínima.

A) $\frac{4}{4+\pi}$ B) $\frac{\pi}{4+\pi}$ C) $\frac{8}{4+\pi}$ D) $\frac{2\pi}{4+\pi}$ E) $\frac{1}{2}$

Ejercicio 5 (6 puntos)

Considere la función

$$f(x) = \int_0^{(x+1)^2} \frac{(t-1)(t-5)}{t^2+1} dt$$

La cantidad de puntos críticos de f es:

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Ejercicio 6 (6 puntos)

La integral $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} cos(2x) dx$ vale:

A) 0 B) $-\dfrac{e^{\pi}}{2}$ C) $\dfrac{-e^{\pi}-1}{4}$ D) $\dfrac{e^{\frac{\pi}{2}}-1}{4}$ E) $\dfrac{-e^{\frac{\pi}{2}}-1}{2}$

Ejercicio 7 (6 puntos)

La integral $\int_3^8 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$ vale:

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{8}{3}$ C) $\frac{32}{3}$ D) 12 E) $\frac{904}{3}$

Ejercicio 8 (6 puntos)

La integral $\int_2^3 \frac{1}{x^2+2x} dx$ vale:

A) $\arctan(3) - \arctan(2)$
B) $\frac{1}{2}\log(\frac{10}{9})$
C) $\frac{1}{2}\log(\frac{6}{5})$
D) $\arctan(6) - \arctan(4)$
E) $\arctan(3) - \arctan(2) + \log(\frac{3}{2})$

Ejercicio 9 (6 puntos)

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = x^2 - \int_0^{2x} e^{t^3} \mathrm{d}t$, entonces el polinomio de Taylor de orden 2 de f en 0 es:

A) $-2x + 2x^2$ B) $-2x + x^2$ C) $2 - 2x + x^2$ D) $2 - 2x + 2x^2$ E) $2 + x^2$
