

Aplicaciones de Álgebra Lineal

Prototipo del Segundo Parcial 2023: 60 puntos.

27/11/2023

Ejercicio 1 (P) Una matriz hermitiana A se llama *definida positiva* si $x^*Ax > 0$ para todo vector $0 \neq x \in \mathbb{C}^n$. Demuestre que son equivalentes:

- A es definida positiva;
- todos los valores propios de A son reales positivos.
- Raíz cuadrada de matrices hermitianas* Demuestre que una matriz hermitiana A es definida positiva si y solo si existe una matriz hermitiana B definida positiva tal que $B^2 = A$.

Ejercicio 2 (T)

- Definir matriz con diagonal dominante.
- Demostrar que si una matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ tiene diagonal dominante, entonces es invertible.
- Probar que, si además A tiene diagonal negativa, o sea $a_{ii} < 0$, $1 \leq i \leq n$, entonces los valores propios de A tienen parte real negativa.

Ejercicio 3 Demostrar o dar contraejemplo para cada afirmación.

Sea K un cono en $V = \mathbb{R}^n$ y sea $W < V$, subespacio vectorial propio (es decir, $\dim(W) \leq n - 1$).

- Si K es cono propio, entonces $K \cap W$ es cono propio.
- Si K es cono sólido, entonces $K \cap W$ es cono sólido.
- Si K no es sólido, es decir, $K^\circ = \emptyset$, entonces $(K \cap W)$ es cono y verifica también que $(K \cap W)^\circ = \emptyset$ en W .

Ejercicio 4 En el parcial habrá un cuarto ejercicio, nuevo, que valdrá 20 puntos.

Marcelo Lanzilotta