

No Lista	Apellido y Nombre	Cédula	Grupo (Mat-Noct)

Importante: en esta prueba evaluaremos fundamentalmente el desarrollo de las resoluciones más que los resultados. Por lo tanto, es importante que las respuestas estén debidamente justificadas y que lo que escriban sea legible y comprensible.

Ejercicio 1 (10 puntos) Se consideran las siguientes funciones:

- $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -x^2 + 1$.
- $g : (\frac{1}{2}, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $g(x) = \ln(2x - 1)$.

1. Hallar la función compuesta $h = f \circ g$, indicando dominio y codominio.
2. ¿La función compuesta $g \circ f$ está bien definida? Justificar.
3. Hallar la recta tangente al gráfico de la función h en el punto $(1, h(1))$.

Ejercicio 2 (10 puntos) Sean $a, b \in \mathbb{R}$ y la función $f : \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 - 4x^2 - 2x + 4}{x^2 - 1} & \text{si } x < 1, \\ b & \text{si } x = 1, \\ \frac{2}{3}ax + \sin\left(\frac{1}{x-1}\right)\ln(x) & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

1. Hallar valores de a y b para que f sea continua en $x = 1$.
2. a) ¿Es f continua en el resto de los puntos del dominio? Justificar.
b) Definir $f(-1)$ de manera que f resulte continua en $x = -1$.
3. Para los a y b hallados en la parte (1), investigar si el intervalo $I = [0, 2]$ está en las hipótesis del teorema de Bolzano. ¿Qué se puede concluir?

Ejercicio 3 (20 puntos) Sea $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \frac{2x+3}{2x-4}$.

1. Hallar el dominio de definición D de f .
2. Calcular los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$	c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$	d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$
3. Bosquejar el gráfico de f .
4. Probar que $f : D \rightarrow \text{Im}(f)$ es biyectiva y hallar f^{-1} la función inversa de f .
5. Calcular $f'(x)$.
6. ¿Es f creciente o decreciente? Justificar.