Matemática Inicial

Segundo Parcial, Julio de 2024.

N° Lista	Apellido y Nombre	Cédula	Grupo

Importante: en esta prueba evaluaremos fundamentalmente el desarrollo de las resoluciones más que los resultados. Por lo tanto, es importante que las respuestas estén debidamente justificadas y que lo que escriban sea legible y comprensible.

Ejercicio 1 (21 pts) *Sea h la función definida por*

$$h(x) = \frac{-3x+1}{2x-6}.$$

1. *Determinar $a \in \mathbb{R}$ para que $\mathbb{R} \setminus \{a\}$ sea dominio de h.*
2. *Determinar las raíces y el signo de h.*
3. *Calcular los siguientes límites:*

   a) $\lim_{x \to a^+} h(x)$.

   b) $\lim_{x \to a^-} h(x)$.

   c) $\lim_{x \to +\infty} h(x)$.

   d) $\lim_{x \to -\infty} h(x)$.
4. *Hallar h', la derivada de h.*
5. *Determinar la ecuación de la recta tangente al gráfico de h en el punto $(2, h(2))$.*
6. *Realizar un bosquejo de h.*

Ejercicio 2 (13 pts) 1. *Calcular el siguiente límite. Justificar.*

$$\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos(x)}{\sin(3x)(e^{2x}-1)}$$

2. *Sea $a \in \mathbb{R}$, se considera la función $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3+2x^2+2x+4}{x^2-4} & si\ x < -2 \\ a & si\ x = -2 \\ (x+2)\cos(\frac{1}{x+2}) + x + \frac{1}{2} & si\ x > -2 \end{cases}.$$

¿Existe un valor de $a \in \mathbb{R}$ para el cual la función f sea continua? En caso afirmativo hallarlo. Justificar.

Ejercicio 3 (16 pts) *Sean $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ las funciones definidas por $f(x) = x+2$ y $g(x) = \begin{cases} 3^x & si\ x \geq 1 \\ 4x-1 & si\ x < 1 \end{cases}$.*

1. *Graficar f y g.*
2. *Determinar la función $h = g \circ f$ y graficarla.*
3. *¿Es $h = g \circ f$ biyectiva? Justificar y en caso afirmativo hallar h^{-1}.*