CAMINANDO POR LA SUPERFÍCIE DE RESPUESTA

Profa. Dra. Kelly Johana Dussán Medina
kelly.medina@unesp.br

unesp · Instituto de Química · FACULTAD DE INGENIERÍA · UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA URUGUAY

1

Diseño de la superficie de respuesta

- Procedimiento secuencial
- El objetivo es conducir, de modo rápido y eficiente, el camino ascendente en dirección al óptimo

Modelo de 1a orden

Modelo de 2a orden

Sube la colina

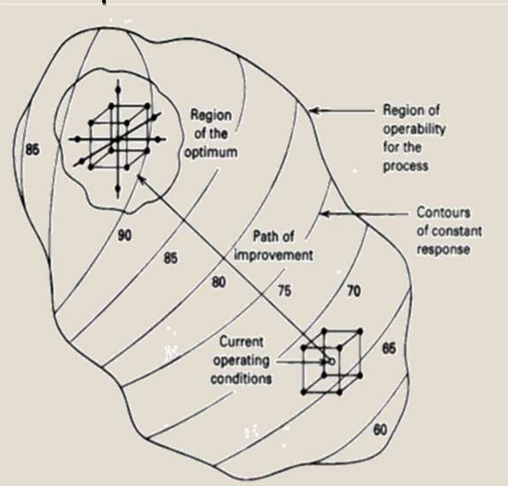


Figure 11-3 The sequential nature of RSM.

2

2

¿Como encontrar las condiciones óptimas para el tiempo, t, y la temperatura, T, que resultan en un mayor rendimiento para un proceso?

Condiciones iniciales (Puntos Centrales):

t = 75 min

T = 130 °C

Diseño de 1ª orden

- Tiempo
  - Nivel (-1) 70 e nivel (+1) 80 min
- Temperatura
  - Nivel (-1)127,5°C e nivel (+1)132,5 °C

3

3

Ejemplo 1. Diseño factorial 2^2 con tres puntos centrales

Ensayo	t/min	T (°C)	Y (g)
1	70	127,5	54,3
2	80	127,5	60,3
3	70	132,5	64,6
4	80	132,5	68,0
5	75	130	60,3
6	75	130	64,3
7	75	130	62,3

Variables Codificadas, x_1 e x_2

$$x_1 = \frac{Tiempo\ - PC}{\left(\frac{(+1)\,80 -\ (-1)\,70}{2}\right)} = \frac{Tiempo\ - 75}{5}$$

$$x_2 = \frac{Temperatura\ - PC}{\left(\frac{(+1)\,132{,}5 -\ (-1)\,127{,}5}{2}\right)} = \frac{Temperatura\ - 130}{2{,}5}$$

Modelo

$$y = b_0 + b_1\ x_1 + b_2\ x_2 + b_{12}\ x_1\ x_2 + \varepsilon$$

Ajuste de mínimos cuadrados

$$y = 62{,}01 + 2{,}35\ x_1 + 4{,}50\ x_2 - 0{,}65\ x_1\ x_2$$

4

4

Inclusión del error a partir de σ

$$y = 62{,}01\ (\pm 0{,}76) + 2{,}35\ x_1(\pm 1{,}0) + 4{,}50(\pm 1{,}0)\ x_2 - 0{,}65(\pm 1{,}0)\ x_1\ x_2$$

Los efectos calculados en la regresión corresponden al doble de los valores de los coeficientes.

Efecto (t) = 4,7 ± 2,0

Efecto (T) = 9,0 ± 2,0

Efecto (t x T) = -1,3 ± 2,0

5

Estimativa da curvatura de la superficie, Ec

$$E_C = \overline{y_f} - \overline{y_{PC}}$$

$\overline{y_f}$ = Media de los pontos do factorial 2^2

$\overline{y_{PC}}$= Media de los puntos centrales

$$\overline{y_f} = \frac{54{,}3 + 60{,}3 + 64{,}6 + 68}{4} = 61{,}8$$

$$\overline{y_{PC}} = \frac{60{,}3 + 64{,}3 + 62{,}3}{3} = 62{,}30$$

$$E_C = 61{,}8 - 62{,}30 = -0{,}50$$

6

Confirmación de la Curvatura

Como σ = 2,0

$$V(E_C) = V(\overline{y_f} - \overline{y_{PC}}) = V(\overline{y_f}) + V(\overline{y_{PC}}) = \left(\frac{\sigma}{\sqrt{N_f}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{\sqrt{N_{PC}}}\right)^2 = \left(\frac{2{,}0}{\sqrt{4}}\right)^2 + \left(\frac{2{,}0}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$V(E_C) = 2{,}33 \quad \rightarrow s_C = 1{,}53$$

Luego,

$$E_C = -0{,}50 \pm 1{,}53$$

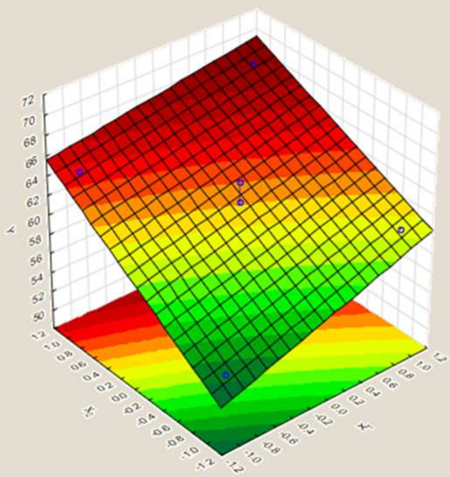
No hay razón para cuestionar el modelo lineal. Los intervalos de confianza incluyen cero, **<u>la curvatura no es significativa</u>**.

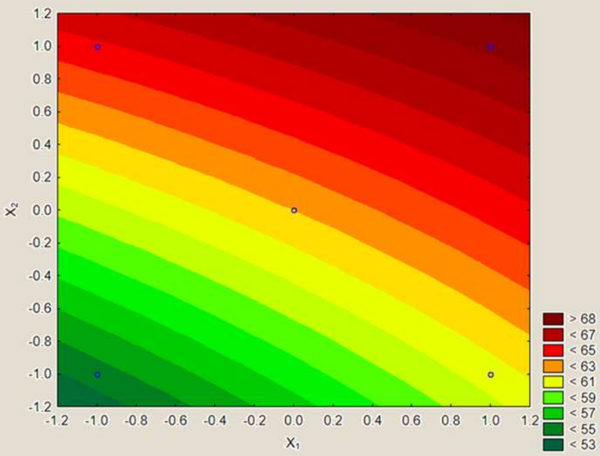
7

7

Superficie de la Respuesta

Gráficos 3D

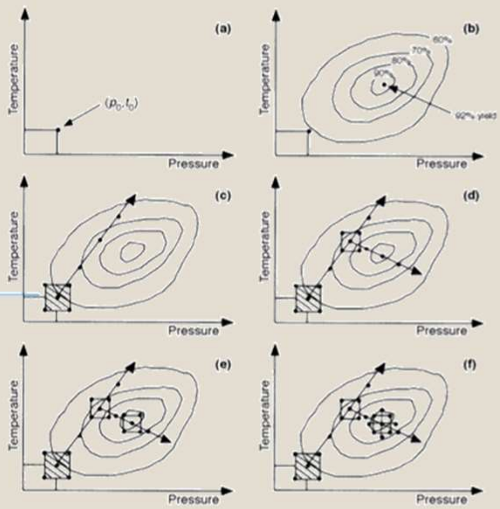




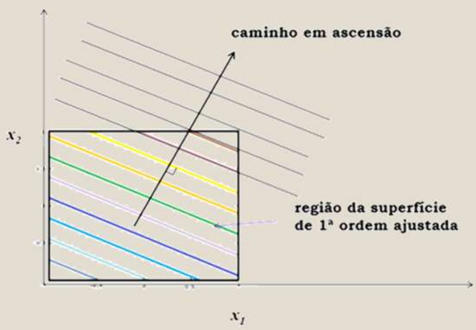
8

8

Camino ascendente



perpendicular
às linhas
de contorno



9

9

En las unidades del diseño

$$y = 62{,}01 + 2{,}35\ x_1 + 4{,}50\ x_2 - 0{,}65\ x_1\ x_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{b_2}{b_1} = \frac{4{,}50}{2{,}35} = 1{,}91$$

Esto significa, para cada unidad de x_1 tengo1,91 unidades de x_2

	x_1	x_2	t	T	Ensayos	y_{obs}
PC ➡	0	0	75	130	5, 6, 7	62,3
Camino ascendente	1	1,91	80	134,8	8	73,3
	2	3,83	85	139,6		-
	3	**5,74**	**90**	**144,4**	**10**	**86,8**
	4	7,66	95	149,1		-
	5	9,57	100	153,9	9	58,2

10

10

Antes de caminar en la superficie de un modelo de 1ª orden se debe:

1. Obtener una estimativa del error
2. Verificar las interacciones
3. Verificar la curvatura

Mejor condición, ensayo 10, luego, el diseño 2^2 próximo a este ensayo tiene que incluir t = 90 min e T = 145°C

Ensaio	t/min	T (°C)	Y (g)
1	80	140	78,8
2	100	140	84,5
3	80	150	91,2
4	100	150	77,4
5	**90**	**145**	**87,1**
6	**90**	**145**	**86,8**

Modelo de 1° orden

$$y = 84{,}73\ (\pm 0{,}84) - 2{,}03\ (\pm 1{,}02)\ x_1 + 1{,}33(\pm 1{,}02)\ x_2 - 4{,}88(\pm 1{,}02)\ x_1\ x_2$$

Análisis de la Curvatura

$$E_C = \overline{y_f} - \overline{y_{PC}} = 89{,}975 - 88{,}25 = -5{,}275$$

$$V(E_C) = \left(\frac{\sigma}{\sqrt{N_f}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{\sqrt{N_{PC}}}\right)^2 = \left(\frac{2{,}051}{\sqrt{4}}\right)^2 + \left(\frac{2{,}051}{\sqrt{2}}\right)^2 = 3{,}154$$

$$E_C = -5{,}275\ \pm 1{,}776$$

Hay motivos para cuestionar si el modelo lineal es el mejor modelo. Los intervalos de confianza no incluyen el cero. **La curvatura es significativa**.

Modelo de 2º orden

$$y = b_0 + b_1\ x_1 + b_2\ x_2 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{12}\ x_1\ x_2 + e$$

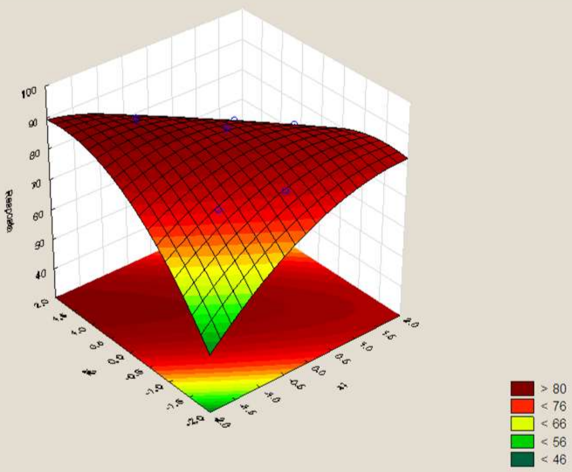
- 06 parámetros
- Con un número mayor de parámetros es necesario ampliar el diseño de experimentos, adicionar los puntos axiales (rotacionales)

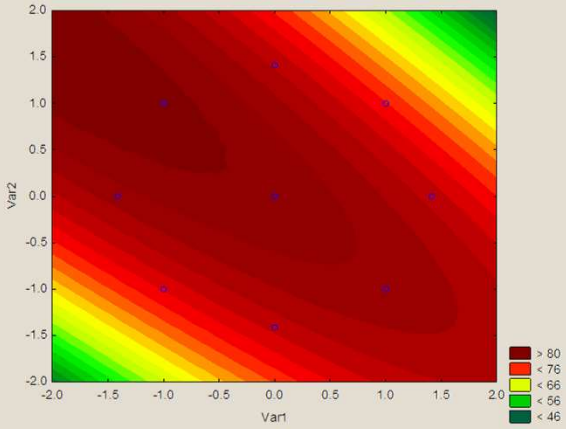
Ensayo	x_1	x_2	t/min	T (°C)	Y (g)
7	-√2	0	76	145	83,3
8	√2	0	104	145	81,2
9	0	-√2	90	138	81,2
10	0	√2	90	152	79,5
11	0	0	90	145	87,0
12	0	0	90	145	86,0

13

- Construyendo la matriz del diseño con los experimentos del 1 al 12, la equación resultante para el modelo ajustado es:

$$y = 87{,}37\ (\pm 0{,}81) - 1{,}38\ (\pm 0{,}57)\ x_1 + 0{,}36(\pm 0{,}57)\ x_2 - 2{,}14\ (\pm 0{,}64)x_1^2 - 3{,}09\ (\pm 0{,}64)x_2^2 - 4{,}88\ (\pm 0{,}81)\ x_1\ x_2$$





14

Ejemplo 2

Modelo Inicial

Ensayo	C (%)	V (rpm)	X_1	X_2	y (%)
1	45	90	-1	-1	69
2	55	90	1	-1	59
3	45	110	-1	1	78
4	55	110	1	1	67
5	50	100	0	0	68
6	50	100	0	0	66
7	50	100	0	0	69

Codificados

$$x_1 = \frac{C - 50}{5} \qquad x_2 = \frac{V - 100}{10}$$

15

Modelo

$$y = b_0 + b_1\ x_1 + b_2\ x_2 + b_{12}\ x_1\ x_2 + \varepsilon$$

Ajuste de mínimos cuadrados

$$y = 68{,}00\ (\pm 0{,}58) - 5{,}25(\pm 0{,}76)\ x_1 + 4{,}25(\pm 0{,}76) x_2 - 0{,}25(\pm 0{,}76)\ x_1\ x_2$$

Camino de máxima inclinación

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{4{,}25}{-5{,}25} = -0{,}81$$

Cada unidad de -x_1 debemos avanzar 0,81 unidades a lo largo del eje x_2.

Observación: Identifique siempre el coeficiente más grande en el modelo y realice los desplazamientos de las otras variables.

16

Camino de máxima inclinación

	x_1	X_2	C (%)	V (rpm)	Y_{obs} (%)
PC	0	0,00	50	100,0	68, 66, 69
Camino ascendente	-1	0,81	45	108,1	77
	-2	1,62	40	116,2	86
	-3	**2,43**	**35**	**124,3**	**88**
	-4	3,24	30	132,4	80
	-5	4,05	25	140,5	70

17

17

Nuevo Diseño

Completo

Ensayo	C (%)	V (rpm)	X_1	X_2	y (%)
1	30	115	-1	-1	86
2	40	115	1	-1	85
3	30	135	-1	1	78
4	40	135	1	1	84
5	35	125	0	0	90
6	35	125	0	0	88
7	35	125	0	0	89

Rotacional

Ensayo	C (%)	V (rpm)	X_1	X_2	y (%)
8	28	125	$-\sqrt{2}$	0	81
9	35	139	0	$\sqrt{2}$	80
10	42	125	$\sqrt{2}$	0	86
11	35	111	0	$-\sqrt{2}$	87

18

18

Función de deseabilidad

Es uno de los métodos más utilizados en la industria para optimizar procesos de respuesta múltiple.

Para cada respuesta $y_i(x)$, una función de deseabilidad $d_i(y_i)$ asigna números entre 0 y 1 a los posibles valores de y_i

- $d_i(y_i)$ = 0 representa un valor completamente indeseable de y_i.
- $d_i(yi)$ = 1 representa un valor de respuesta completamente deseable o ideal.

- La deseabilidad individual se combina utilizando la media geométrica, lo que da la deseabilidad global.

$$D = \left(\prod_{i=1}^{n} d_i(y_i) \right)^{1/n}$$

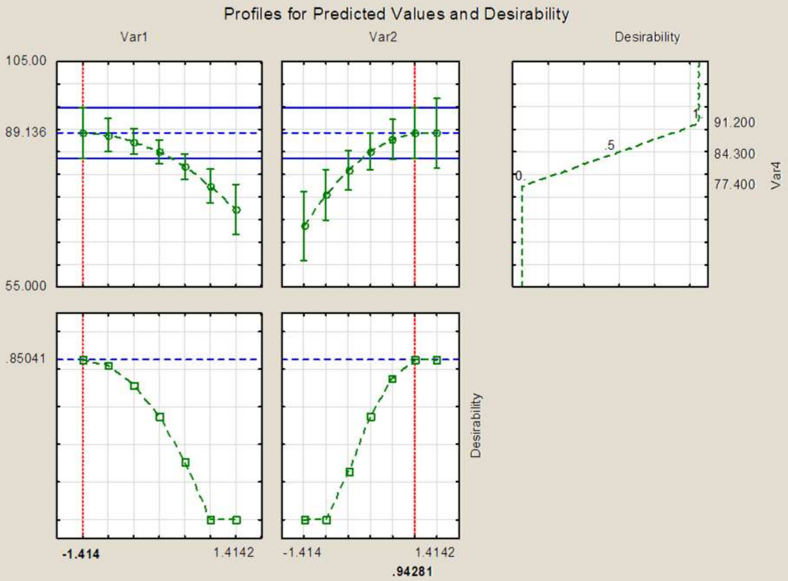
con n siendo el número de respuestas. Esto determina la mejor combinación de respuestas.

19

19

El enfoque de deseabilidad consta de los siguientes pasos:

- Realice experimentos y ajuste modelos para todas las "n" respuestas.
- Defina funciones de deseabilidad individuales para cada respuesta.
- Maximizar la deseabilidad global con respecto a los factores controlables.



20

20