Tp du cours: Introducción al método de descomposición de dominios

Universidad de la Républica, Montevideo, Uruguay, Octubre 2023

7 de noviembre de 2023

0.1. indicaciones

Para el ejercicio 1:
Ejemplo 1

Considerar una discretización del intervalo [0,1] , $x_0 = 0, x_1, \cdots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \cdots, x_{N_h}, x_{N_h+1} = 1$ con $h = x_i - x_{i-1}$ uniforme.

En un primer ejemplo $u(x) = x(1-x)$ es decir $f = 2$, elegir $\gamma = 1/2$ y en consecuencia $\alpha = 1/\gamma = 2$.

Ejemplo 2

Misma funcion test.

Suponer ahora que $\gamma = \gamma_1 = \dfrac{1}{2} - 2\,h$ y $\gamma = \gamma_2 = \dfrac{1}{2} + 2\,h$ con $\alpha = 2$.

Considerar el caso donde α es diferente en cada sub-problema.

El algorithmo es ahora:

Para $k = 0, \cdots$ hasta la convergencia resolver

$$\begin{cases} -u_1^{k''}(x) = f(x) \text{ si } x \in (0, \gamma) \\ u_1^{k'} + \alpha_1 u_1^k = u_2^{k-1'} + \alpha_1 u_2^{k-1} \text{ si } x = \gamma \\ u_1^k(0) = 0 \end{cases}$$

y

$$\begin{cases} -u_2^{k''}(x) = f(x) \text{ si } x \in (\gamma, 1) \\ u_2^{k'} - \alpha_2 u_2^k = u_1^{k-1'} - \alpha_2 u_1^{k-1} \text{ si } x = \gamma \\ u_2^k(1) = 0 \end{cases}$$

Con $\alpha_1 = \dfrac{1}{\gamma}$ y $\alpha_2 = \dfrac{1}{1-\gamma}$ para $\gamma = \gamma_1$ y γ_2.

En general

En todos los casos estudiar $\|e_h\|_\infty = \text{máx}_{1 \leqslant i \leqslant N_h} |u_h(x_i) - u(x_i)|$.

Considerar los casos donde $h = 0{,}01, 0{,}005, 0{,}001, 0{,}0005, 0{,}0001$. Hacer una curva del error en función de h, deducir el orden del método.

Para el ejercicio 2:

Considerar el dominio $Q_T = (0,1)\times(0,2)$ y las discretizaciones en tiempo: $\delta_t = 0{,}1, 0{,}05, 0{,}01, 0{,}005, 0{,}001$ y $h = 0{,}005$. Implementar un caso donde δ_t es diferente en cada subdominio. Considerar $\delta_{t_1} = 0{,}001$ y $\delta_{t_2} = 0{,}005$.

Ejemplos a considerar:

1) $u(x,t) = t\,x(1-x)$, $u_0(x) = 0$ y $f(x,t) = x(x-1) + 2\nu\, t + \alpha\, t\, x(1-x)$, (verificar).

En general verificar el error

$$\forall\ t^n,\ \|e(x,t^n)\|_\infty = \max_{1\leqslant i\leqslant N_h} |u_h^n(x_i) - u(x_i,t^n)|$$

y

$$\|e\|_\infty = \max_{1\leqslant n\leqslant N_t} \|e(x,t^n)\|_\infty$$

Imaginar curvas representando el error en función del paso de discretización utilizado.