APLICACIONES DEL ÁLGEBRA LINEAL
2DO SEMESTRE - 2023

Práctico 6: Discos de Geršgorin. Matrices estocásticas.

Ref. ALA, JAP, Capítulo III, Sección 1

Ejercicio 1 Probar que si los discos de Geršgorin no se intersectan (dos a dos), la matriz es diagonalizable.

Ejercicio 2 Consideramos una matriz $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$. Probar que $\mathrm{Spec}(A) \subset \bigcup_{i=1}^{i=n} D_i(A^T)$.

Ejercicio 3 Sean $p_1,\ p_2,\cdots,p_n \in \mathbb{R}^+$. Pobar que: $\mathrm{Spec}(A) \subset \bigcup_{i=1}^{i=n} \hat{D}_i(A)$, donde $\hat{D}_i(A)$ es el disco con el mismo centro a_{ii}, y de radio $\frac{1}{p_i} \cdot \sum_{j=1;\ j\neq i}^{j=n} p_j|a_{ij}|$.

Ejercicio 4 Considere la matriz: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

a. Calcule los discos de Geršgorin de A por fila y por columnas.

b. Calcule los discos de Geršgorin de PAP^{-1}, variando P y trate de dar una buena estimación de los valores propios. Sugerencia: utilizar Geogebra.

c. Calcule los valores propios por los métodos clásicos, y compárelos con las estimaciones hechas.

Ejercicio 5 Usando el teorema de Geršgorin demuestre que la matriz $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 6 & -1 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ es invertible.

Ejercicio 6 Dé una demostración alternativa del resultado visto en Teórico: Si una matriz A tiene diagonal dominante entonces es invertible.

Ejercicio 7 Probar que el producto de dos matrices estocásticas, es estocástica.

Marcelo Lanzilotta