Universidad de la República
Facultad de Ingeniería

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
Segundo Semestre 2023

Práctico 7: Soluciones numéricas

Ejercicio 1
Si X es la variable aleatoria que da la ganancia de la persona, $E(X) = 500$.

Ejercicio 2
$K = \frac{64}{37}$ y $E(X) = \frac{48}{37}$.

Ejercicio 3
$E(X) = \frac{2}{\pi}\log(2)$ y $E(Y) = \frac{6}{\pi}\log(2) + 1$

Ejercicio 4
Sea X_{neta} la variable aleatoria que da la ganancia neta al jugar el juego 1 y sea Y_{neta} la variable aleatoria que da la ganancia neta al jugar el juego 2. Tenemos $E(X_{neta}) = -0{,}84S$ y $E(Y_{neta}) = -0{,}98S$ por lo que conviene elegir el juego 1. Al cabo de 1000 semanas, la ganancia neta estimada jugando siempre al juego 1 es $-840S$ y la ganancia neta estimada jugando siempre al juego 2 es $-980S$.

Ejercicio 5

Ejercicio 6
Esperanza y la varianza de las siguientes distribuciones:

1. Si $X \sim \mathcal{U}\{1, ..., n\}$, $E(X) = \frac{n+1}{2}$ y $\mathrm{Var}(X) = \frac{n^2-1}{12}$
2. Si $X \sim \mathcal{U}[a, b]$, $E(X) = \frac{a+b}{2}$ y $\mathrm{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$
3. Si $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, $E(X) = \lambda$ y $\mathrm{Var}(X) = \lambda$
4. Si $X \sim \exp(\lambda)$, $E(X) = \frac{1}{\lambda}$ y $\mathrm{Var}(X) = \frac{1}{\lambda^2}$
5. Si $X \sim \mathrm{Geo}(p)$, $E(X) = \frac{1}{p}$ y $\mathrm{Var}(X) = \frac{1-p}{p^2}$

Ejercicio 7
Si $X \sim \mathrm{BN}(k, p)$, $E(X) = \frac{k}{p}$ y $\mathrm{Var}(X) = \frac{k(1-p)}{p^2}$

Ejercicio 8
Si $X \sim \mathcal{H}(n; N; D)$, $E(X) = \frac{Dn}{N}$ y $\mathrm{Var}(X) = \frac{D(D-1)n(n-1)}{N(N-1)} + \frac{Dn}{N} - \frac{D^2n^2}{N^2}$

Ejercicio 9
Llamemos S al tiempo en que ocurre la primera rotura de alguna de las dos lamparitas y T al tiempo en que se rompe la restante lamparita.

1. $F_S(x) = \begin{cases} 1 - e^{-(\lambda_1+\lambda_2)x} \text{ si } x \geq 0 \\ 0 \text{ si no} \end{cases}$

   $F_T(x) = \begin{cases} (1 - e^{-\lambda_1 x})(1 - e^{-\lambda_2 x}) \text{ si } x \geq 0 \\ 0 \text{ si no} \end{cases}$
2. $E(S) = \frac{1}{\lambda_1+\lambda_2}$, $E(T) = \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1+\lambda_2}$
3. $E(ST) = \frac{1}{\lambda_1\lambda_2}$. S y T no son independientes.
4. $\mathbf{P}(S = T) = 0$