

Práctico 5

1. Sea el sistema:

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y \\ \dot{y} = 2x^3 - 2xy \end{cases}$$

- Hallar los puntos de equilibrio.
- Hallar una preintegral de la forma $H(x, y) = y - x^n$.
- Dibujar el diagrama de fase.
- Estudiar la estabilidad de los puntos de equilibrio.

2. Sea la ecuación

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \cos(x) \end{cases}$$

- Probar que $H(x, y) = \frac{y^2}{2} - \sin(x)$ es una preintegral.
- Dibujar las curvas de nivel de H .
- Estudiar la estabilidad de los puntos de equilibrio.

3. Sea el sistema:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = x^3 \end{cases}$$

- Hallar una preintegral de la forma $H(x, y) = \frac{y^2}{2} + \frac{Ax^4}{4}$.
- Dibujar el diagrama de fase.
- Estudiar la estabilidad del $(0, 0)$.

4. Se considera el sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 - y^2 \\ \dot{y} = 2x^3 - 2xy^2 \end{cases}$$

- Hallar los puntos de equilibrio.
- Probar que $H(x, y) = y - x^2$ es una preintegral.
- Hacer un diagrama de fase y estudiar la estabilidad de los puntos de equilibrio.
- Dado $\alpha \in \mathbb{R}$, sea φ la solución maximal con $\varphi(0) = (0, \alpha)$. Probar que si $\alpha \leq 1/4$, φ está definida para todo $t \in \mathbb{R}$.