Práctico 3 – Modelización Numérica de la Atmósfera

Entrega miércoles 11 de octubre 2023 (Ejercicios 1, 2b, 2c y 3)

1. Considere el programa **diff1D.m** que integra la ecuación de difusión en 1D usando la discretización Forward in Time – Centered in Space (FTCS) en **0<=x<=1** y con las condiciones de borde **T(0,t)=T(1,t)=1.0**. La condición inicial (en **t=0**) es **x=0** para los puntos interiores. Los parámetros de control son la difusividad (**alfa**), el tiempo de integración (**tmax**), la resolución horizontal (Δ**x**) y el parámetro **s = alfa * dt /** Δ**x**$^{\mathbf{2}}$, del cual se despeja el paso temporal **dt**.

   a) Estudie la convergencia de la solución variando el tiempo máximo de integración.

   b) Estudie la solución para varios valores de **s**=0.3, 0.2, 0.1.

   c) Con **s=0.3**, tome nota del mínimo de **T** en el dominio para **tmax=1000** en función de Δ**x.**

2. Modificar el programa **diff1D.m** para usar el siguiente esquema simétrico para los puntos interiores

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \cong \frac{-\frac{T_{j-2}}{12} + \frac{4T_{j-1}}{3} - 2{,}5T_j + \frac{4T_{j+1}}{3} - \frac{T_{j+2}}{12}}{\Delta x^2}$$

   Para j=2 use

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \cong \frac{11\frac{T_{j-1}}{12} - \frac{5T_j}{3} + 0{,}5T_{j+1} + \frac{T_{j+2}}{3} - \frac{T_{j+3}}{12}}{\Delta x^2}$$

   y la fórmula equivalente para j=JMAX-1.

   a) Demuestre que el esquema es consistente.

   b) Grafique la reducción del error cuadrático medio en función de Δ**x** (razón de convergencia), ¿es coherente con el error de truncamiento? ¿Cómo se compara con el esquema FTCS del ejercicio 1?

   c) Obtenga soluciones usando Δ**x=0.1** para s=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5 …

   d) Aplique el análisis de von Neumann para determinar los límites de estabilidad del esquema para los puntos interiores.

3 Modifique el programa **diff1D.m** para resolver la ecuación de difusión en 1D utilizando el esquema DuFort-Frankel para **t>=0** en **0<=x<=1** y con las condiciones de borde **T(0,t)=T(1,t)=1.0**.

   La condición inicial en **t=0** es **cos(πx)**. Se calcula el RMS con respecto a la solución exacta como medida de exactitud del esquema: **cos(πx)*exp(-α.π**$^{\mathbf{2}}$**.t)**.

   a) Evalúe la exactitud de los dos esquemas (FTCS del ejercicio 1 y DuFort-Frankel) usando **s**=0.3 y **s**=0.4, y **Δx**=0.05 y **Δx**=0.1 comparando el RMS y la razón de convergencia aproximada dada por

$$r = \log\left(RMS_{\Delta x=0.1}/RMS_{\Delta x=0.05}\right)/\log(2)$$