

**Práctico 6: Soluciones**

**Ejercicio 1**

- $X \in \{0, 1, 2\}, Y \in \{0, 1, 2, 3\}$
- Función de probabilidad (puntual) conjunta de  $X$  e  $Y$ .

$X/Y$	0	1	2	3
0	0	$\frac{1}{42}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{21}$
1	$\frac{1}{63}$	$\frac{4}{21}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{4}{63}$
2	$\frac{2}{63}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{21}$	$\frac{1}{126}$

$$3. p_X(k) = \begin{cases} \frac{1}{6} & \text{si } k = 0 \\ \frac{5}{9} & \text{si } k = 1 \\ \frac{5}{18} & \text{si } k = 2 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

$$p_Y(k) = \begin{cases} \frac{3}{63} & \text{si } k = 0 \\ \frac{5}{14} & \text{si } k = 1 \\ \frac{10}{21} & \text{si } k = 2 \\ \frac{5}{42} & \text{si } k = 3 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

$$4. P\{X = Y\} = \frac{2}{7}$$

5.

**Ejercicio 2**

- $a = 0,025$
- $P\{X < 1, Y = 4\} = 0,25$

$$3. \text{ Si } U = X + 2Y \text{ entonces } p_U(k) = \begin{cases} 0,2 & \text{si } k = 3 \\ 0,1 & \text{si } k = 5 \\ 0,25 & \text{si } k = 7 \\ 0,05 & \text{si } k = 9 \\ 0,15 & \text{si } k = 11 \\ 0,25 & \text{si } k = 13 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

$$\text{Si } V = |X - Y| \text{ entonces } p_V(k) = \begin{cases} 0,1 & \text{si } k = 1 \\ 0,25 & \text{si } k = 3 \\ 0,5 & \text{si } k = 5 \\ 0,15 & \text{si } k = 7 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

### Ejercicio 3

1.  $a = 0,02$  ,  $b = 0,24$  y  $c = 0,1$

$$2. p_X(k) = \begin{cases} 0,2 & \text{si } k = 1 \\ 0,2 & \text{si } k = 2 \\ 0,6 & \text{si } k = 3 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

$$p_Y(k) = \begin{cases} 0,1 & \text{si } k = 1 \\ 0,4 & \text{si } k = 2 \\ 0,5 & \text{si } k = 3 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

### Ejercicio 4

1.  $a = 0,1$

2.

3. Función de probabilidad conjunta de  $U$  y  $V$

$U/V$	-3	-2	-1	0	1	2
-1	0	0	0.4	0	0	0
0	0	0.2	0	0	0	0
1	0.1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0.05
3	0	0	0	0	0.1	0
4	0	0	0	0.15	0	0

4.

5.

### Ejercicio 5

$$1. F_X(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 1 \\ x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

$$F_Y(y) = \begin{cases} 1 & \text{si } y \geq 1 \\ y & \text{si } 0 \leq y < 1 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

$$2. F_X(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 1 \\ x & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

$$F_Y(y) = \begin{cases} 1 & \text{si } y \geq 1 \\ y & \text{si } 0 \leq y < 1 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

3.

### Ejercicio 6

1.  $k = \frac{1}{60}$

2.  $p_X(k) = \begin{cases} 0,1 & \text{si } k = 0 \\ 0,2 & \text{si } k = 1 \\ 0,3 & \text{si } k = 2 \\ 0,4 & \text{si } k = 3 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

$$p_Y(k) = \begin{cases} \frac{4}{15} & \text{si } k = 1 \\ \frac{1}{3} & \text{si } k = 2 \\ \frac{2}{5} & \text{si } k = 3 \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

3.

4.  $P(1 \leq X < 3, 2 < Y \leq 3) = \frac{1}{5}$  y  $P(X + Y < 3) = \frac{1}{10}$

### Ejercicio 7

1.  $k = \frac{1}{96}$

2.  $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}x & \text{si } x \in (0, 4) \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{12}y & \text{si } x \in (1, 5) \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$$

3.  $F_{XY}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \geq 4, y \geq 5 \\ \frac{1}{16}x^2 & \text{si } x \in (0, 4), y \geq 5 \\ \frac{1}{24}(y^2 - 1) & \text{si } x \geq 4, y \in (1, 5) \\ \frac{1}{384}(y^2 - 1)x^2 & \text{si } x \in (0, 4), y \in (1, 5) \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$

4.

5.  $P(X \geq 3, Y \leq 2) = \frac{7}{128}$  y  $P(X + Y > 4) = \frac{235}{256}$

### Ejercicio 8

1.  $F_{X_n^*} = F(x)^n$  donde  $F$  es la función de distribución de  $X_1$

2.  $F_{X_1^*} = 1 - (1 - F(x))^n$  donde  $F$  es la función de distribución de  $X_1$

### Ejercicio 9

1.  $Z$  tiene distribución exponencial de parámetro  $\mu + \lambda$

2.  $P\{X < Y\} = \frac{\mu}{\mu + \lambda}$

3.  $P\{T_1 = T_2\} = \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}$