Sistemas y Control

CLASE DE PRÁCTICO. HOJA 6, CLASE 2

Hoja 6. Ejercicio 5

5) El sistema de la figura 6.5 representa un controlador de nivel de líquido. Se desea que el nivel **n** siga a un valor de referencia $\mathbf{n_c}$, fijado a través de un potenciómetro, aún ante variaciones del caudal de fuga $\mathbf{q_f}$.

Para esto, se propone un esquema que consiste en aplicar una tensión de error $\mathbf{v_c}$-$\mathbf{v_n}$, amplificada por $\mathbf{A_1}$, a un servomecanismo de posición de la válvula. Este servomecanismo consta de un amplificador $\mathbf{A_2}$, que alimenta el inducido de un motor de corriente continua de excitación constante. La rotación del eje del motor acciona el eje de la válvula por medio de un reductor, permitiendo el ajuste del caudal de entrada $\mathbf{q_e}$.

La posición de la válvula es medida a través de un potenciómetro montado sobre el eje del motor.

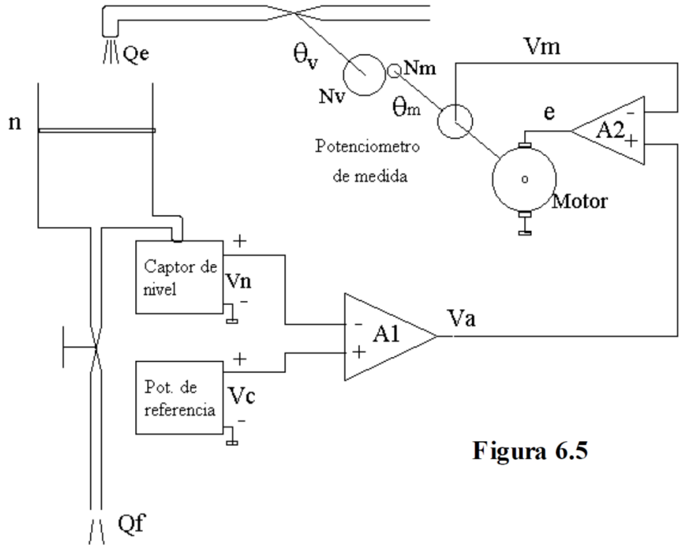


Figura 6.5

Datos adicionales

DATOS:

. recipiente: n máx = 0,5 m;

sección S = 0,5 m^2

. captor de nivel: $v_n = f.n$; f = 20 V/m

. potenciómetro de referencia graduado de 0 a n máx; $v_c = f.n_c$

. amplificadores: A_1 y A_2 de ganancia regulables; $Z_{in} = \infty$; $Z_{out} = 0$; ancho de banda infinito.

. (M): motor de corriente continua con

$$\frac{\theta_m(s)}{e(s)} = \frac{K_m}{s.(1+T_m.s)}$$

$K_m = 0,5$ rad/V.s; $T_m = 0,1$ s

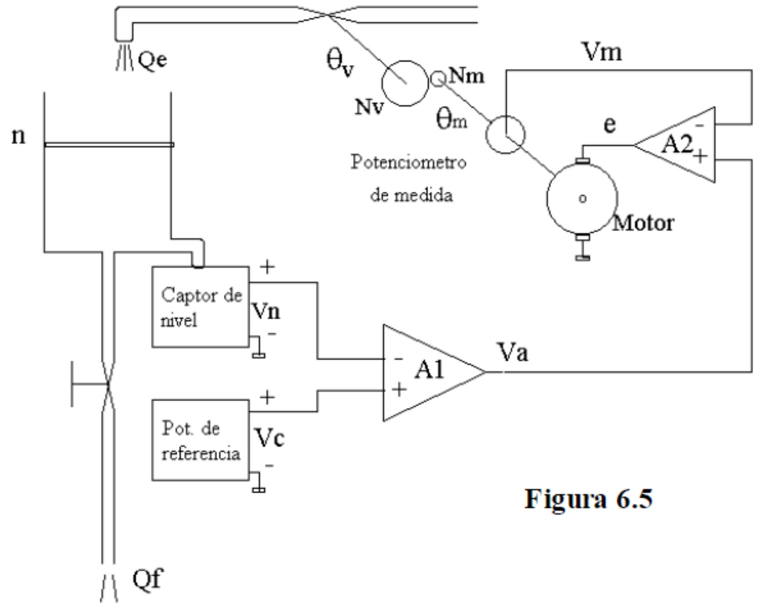


Figura 6.5

. potenciómetro P_m: captor de posición angular del eje del motor; $v_m = K_p.\theta_m$; $K_p = 1$ volt/rad

. reductor: $N_v/N_m = 20$ (relación de dientes)

. válvula: $q_e = k_v.\theta_V$; $k_v = 0,1$ m^3/s.rad

Hoja 6. Ejercicio 5

a) Hallar representación matricial del sistema en variables de estado y dibujar diagrama de bloques del servomecanismo completo.

Hoja 6. Ejercicio 5

Sistema considerablemente complejo

- Que estrategia de resolución podemos adoptar?

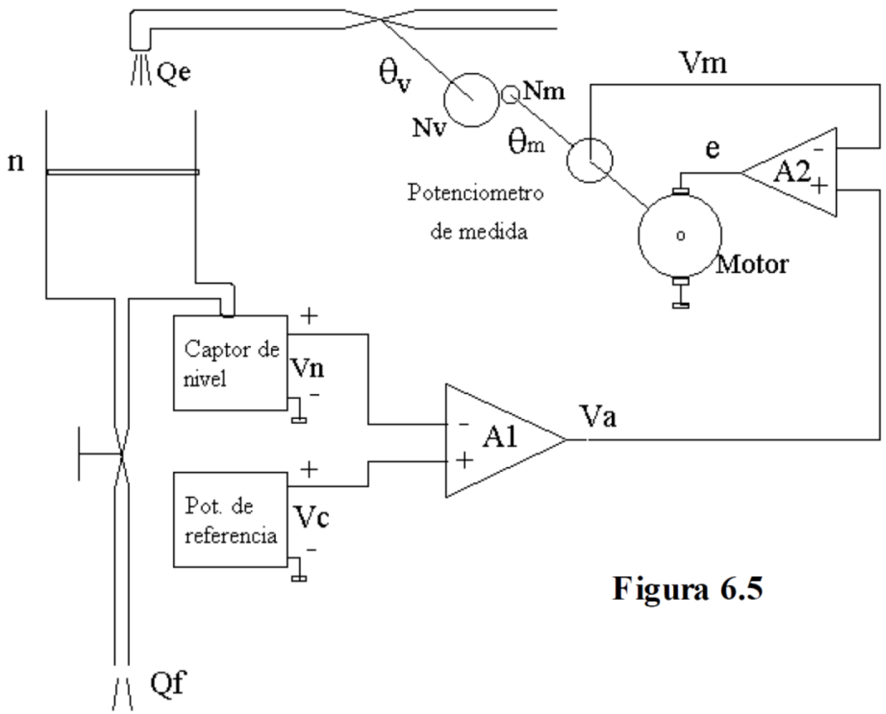


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Sistema considerablemente complejo

- Que estrategia de resolución podemos adoptar?
- Subdividir el sistema en varios subsistemas

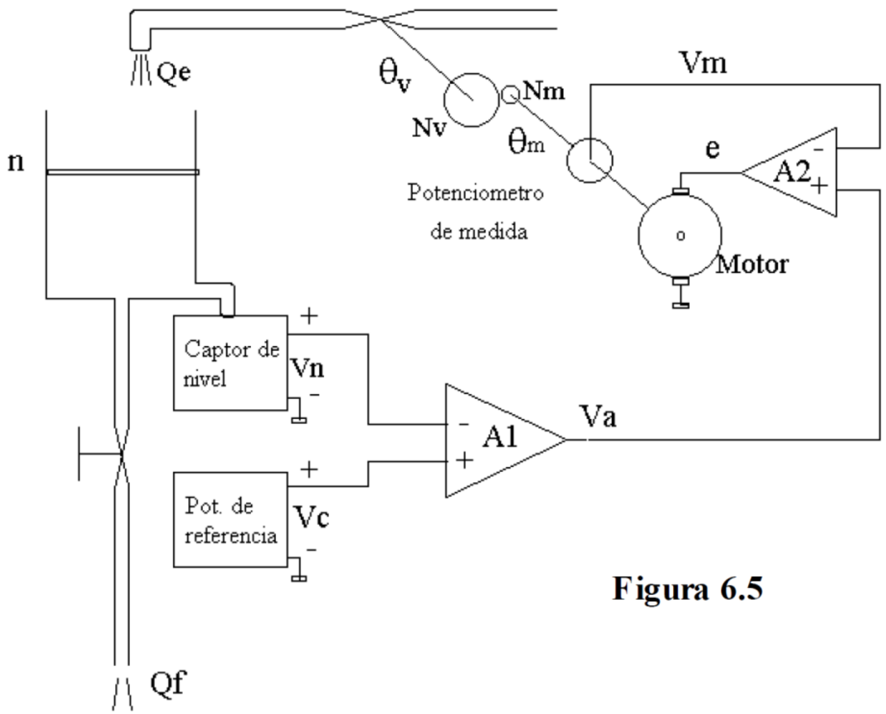


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Amplificador A_1

$$V_a = A_1(V_c - V_n)$$

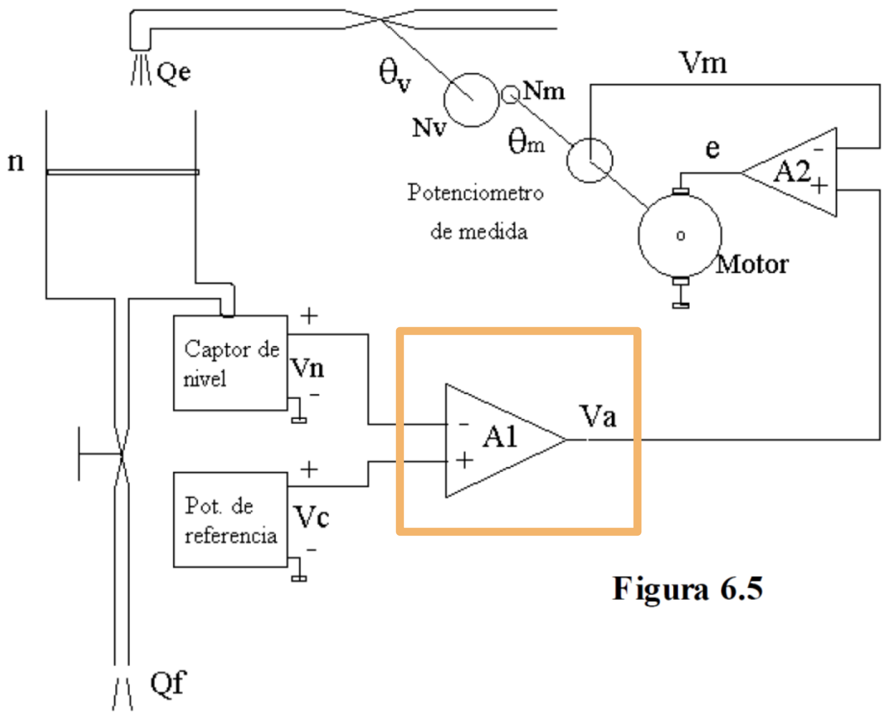


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Amplificador A_1

- $V_a = A_1(V_c - V_n)$

Agregando los captores de nivel

- $V_n = f.n$
- $V_c = f.n_c$
- $V_a = A_1.f(n_c - n)$

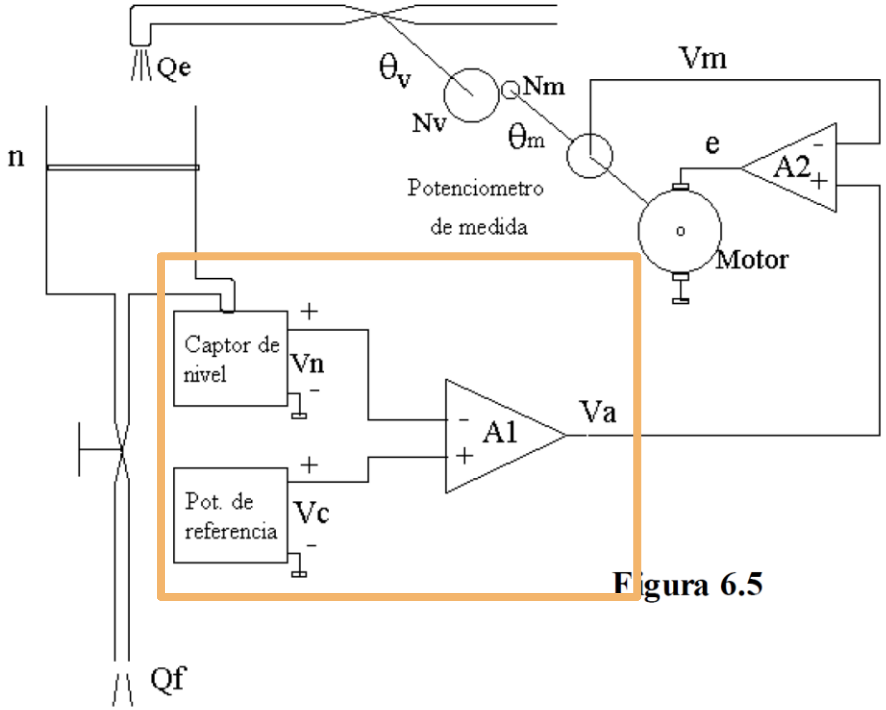


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Amplificador A_2

- $e = A_2(V_a - V_m)$

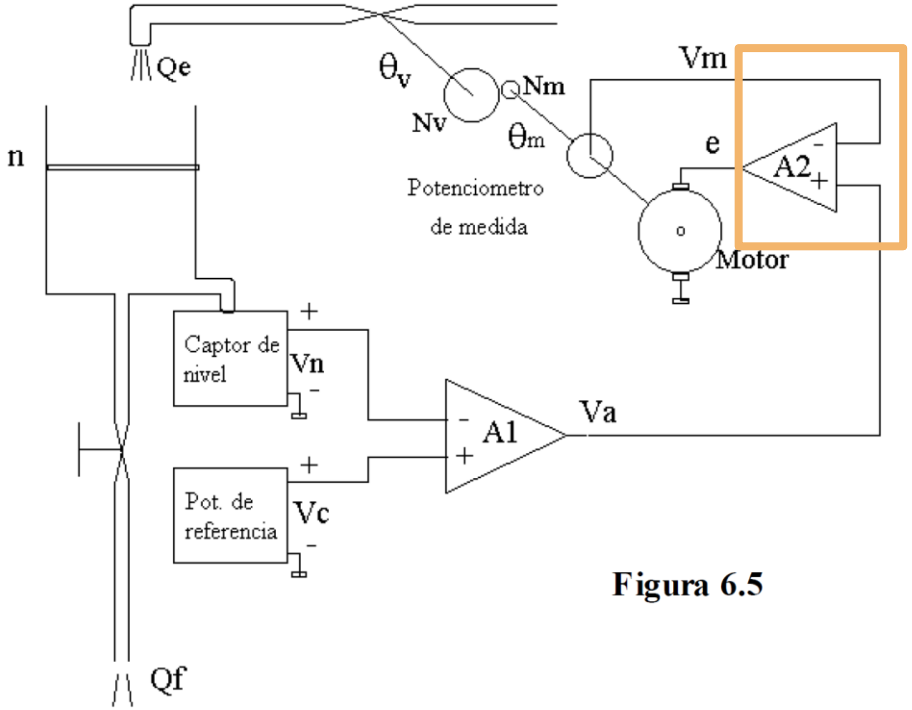


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Amplificador A_2

- $e = A_2(V_a - V_m)$

Agregando el motor DC + reducción

- $\theta_m N_m = \theta_V N_V$
- $\theta_m = \frac{N_v}{N_m}\theta_v = 20.\theta_v$

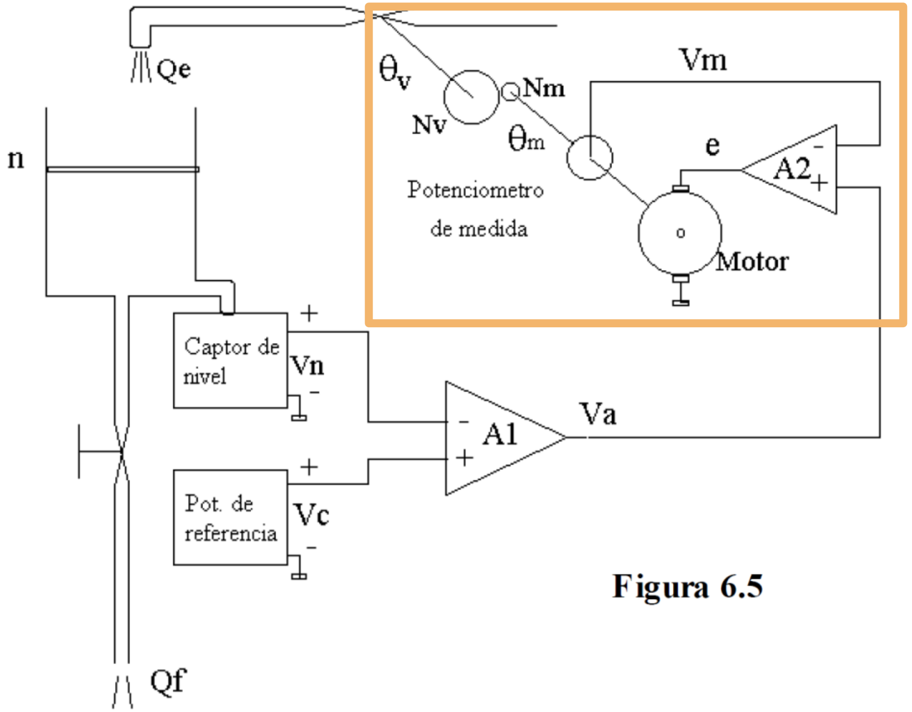


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Amplificador A_2

- $e = A_2(V_a - V_m) = A_2\left(V_a - K_p\theta_m\right)$

Agregando el motor DC + reducción

- $\theta_m N_m = \theta_V N_V$
- $\theta_m = \frac{N_v}{N_m}\theta_v = 20.\theta_v$

De acuerdo a los datos del problema

- $\frac{\theta_m}{e}(s) = \frac{K_m}{s(1+T_m s)}$

Error común en parciales!

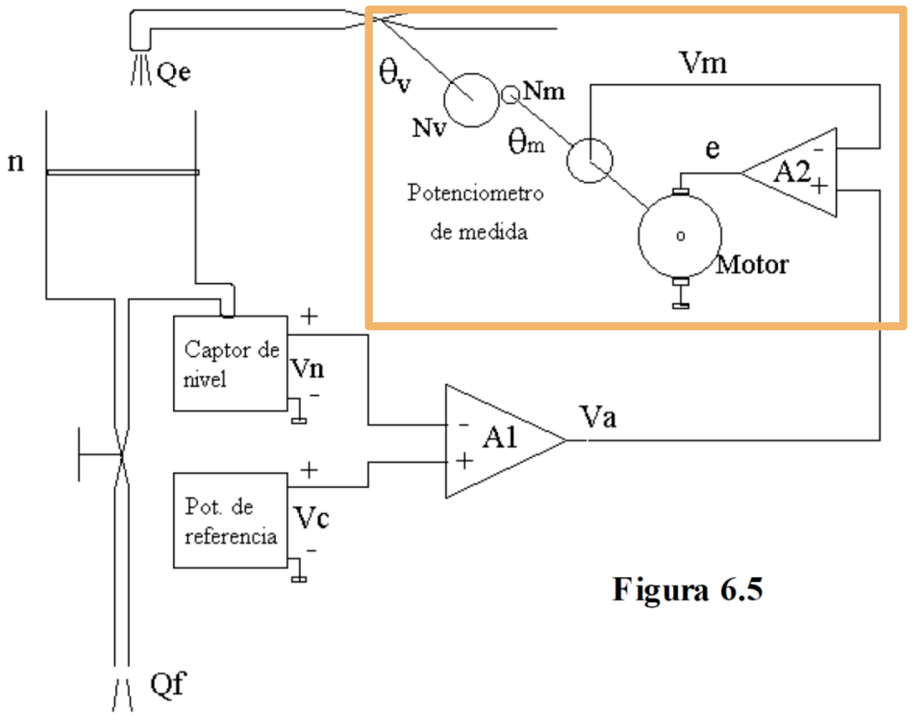


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

$$\frac{\theta_m}{e}(s) = \frac{K_m}{s(1 + T_m s)}$$

- La expresión dada está en el dominio de Laplace
- Necesitamos obtener un MVE → Representación temporal

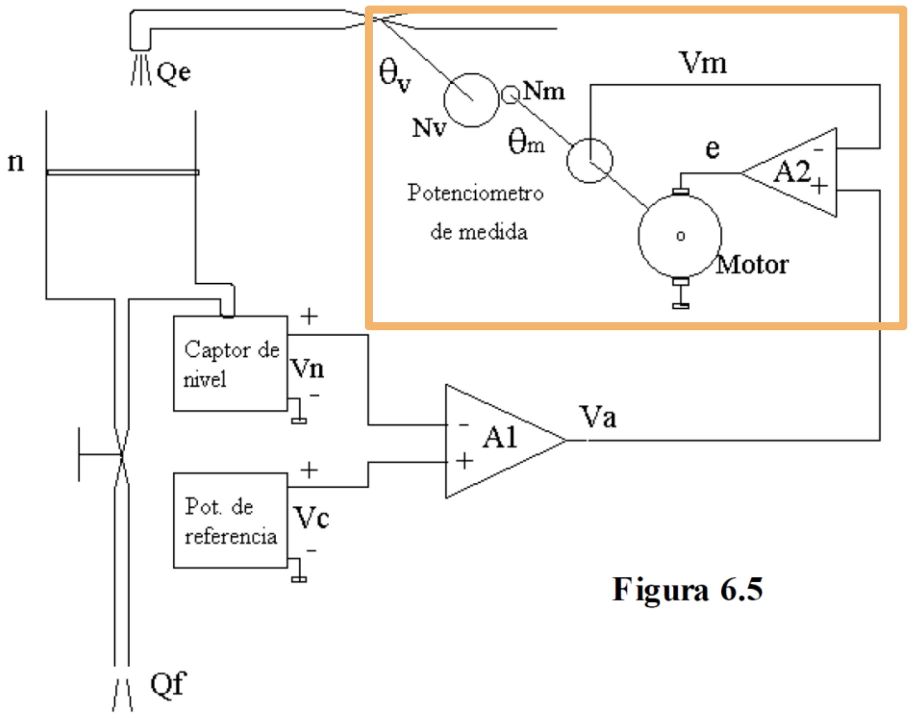


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

$$\frac{\theta_m}{e}(s) = \frac{K_m}{s(1+T_m s)}$$

- La expresión dada está en el dominio de Laplace
- Necesitamos obtener un MVE → **Representación temporal**
- Solución:
  - Operar sobre $\frac{\theta_m}{e}(s)$ hasta llegar a una representación en términos de las transformadas de derivadas de θ_m y e
  - Antitransformar

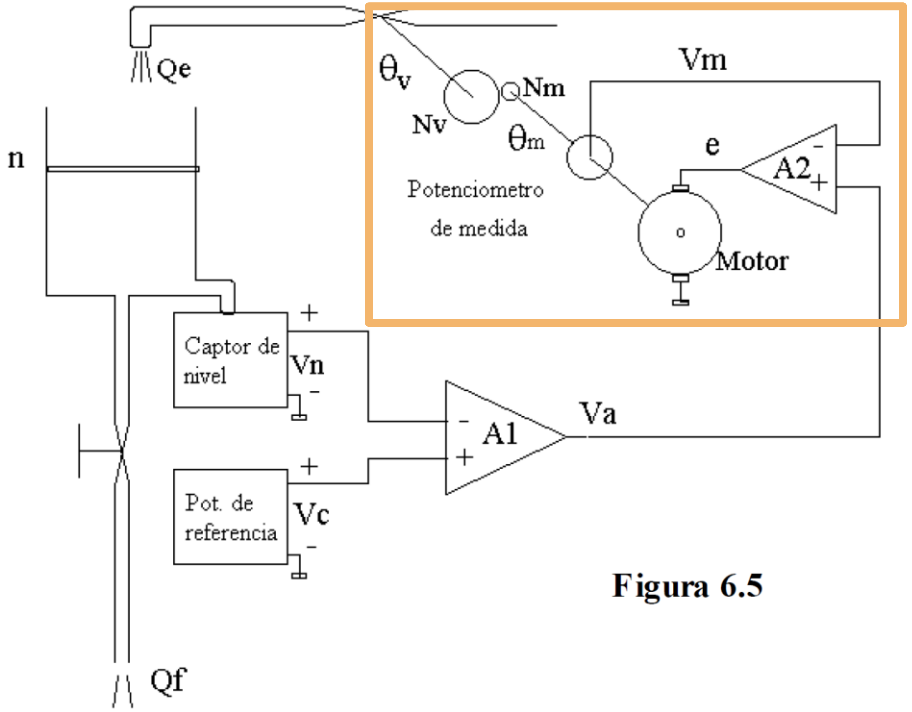


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

- $\frac{\theta_m}{e}(s) = \frac{K_m}{s(1+T_m s)}$
- $\theta_m(\mathrm{s})s(1+T_m s) = \mathrm{k_m}.\mathrm{e(s)}$
- $\theta_m(\mathrm{s})s + T_m\theta_m(\mathrm{s})s^2 = \mathrm{k_m}.\mathrm{e(s)}$

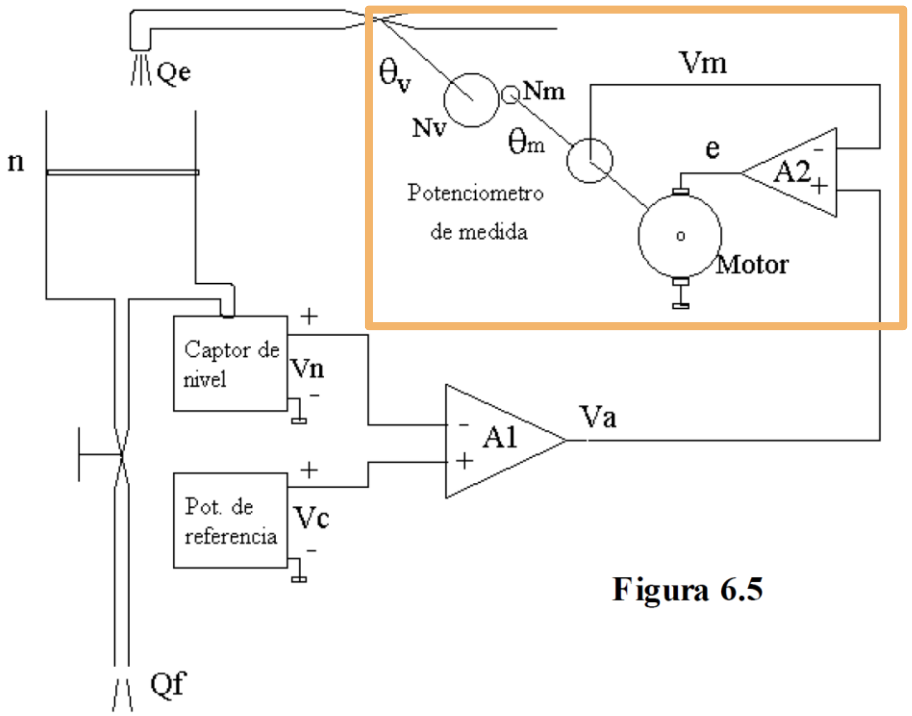


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

- $\frac{\theta_m}{e}(s) = \frac{K_m}{s(1+T_m s)}$
- $\theta_m(\mathrm{s})s(1 + T_m s) = \mathrm{k_m}.\mathrm{e(s)}$
- $\underbrace{\theta_m(\mathrm{s})s}_{\mathcal{L}\{\dot{\theta}_m(t)\}} + T_m \underbrace{\theta_m(\mathrm{s})s^2}_{\mathcal{L}\{\ddot{\theta}_m(t)\}} = \mathrm{k_m}.\mathrm{e(s)}$

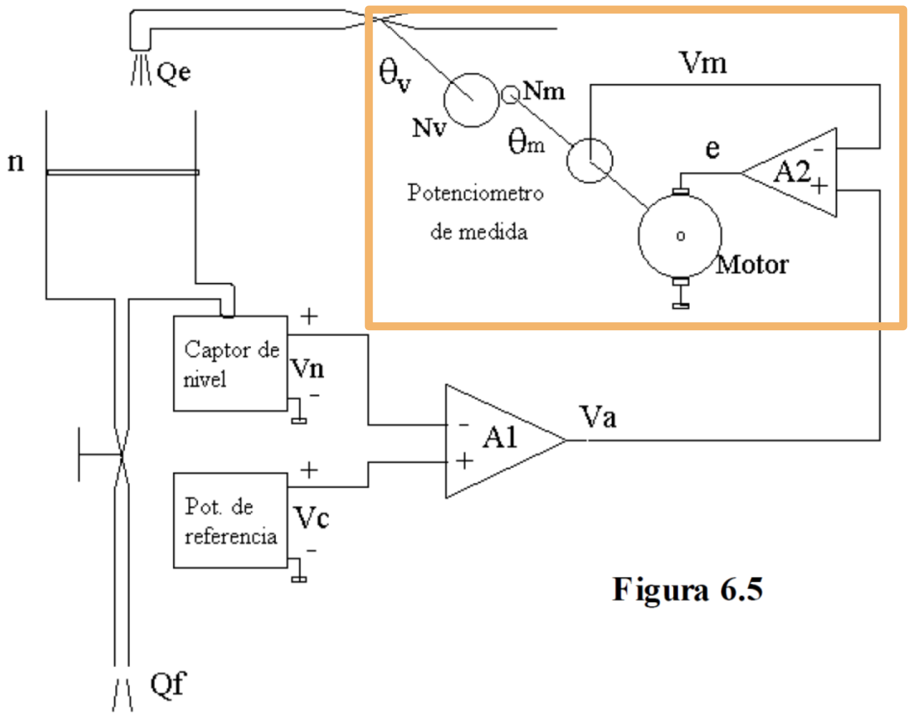


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

- $\frac{\theta_m}{e}(s) = \frac{K_m}{s(1+T_m s)}$
- $\theta_m(\mathrm{s})s(1 + T_m s) = \mathrm{k_m}.\mathrm{e(s)}$
- $\underbrace{\theta_m(\mathrm{s})s}_{\mathcal{L}\{\dot{\theta}_m(t)\}} + T_m \underbrace{\theta_m(\mathrm{s})s^2}_{\mathcal{L}\{\ddot{\theta}_m(t)\}} = \mathrm{k_m}.\mathrm{e(s)}$

- $\mathcal{L}^{-1}\{\theta_m(\mathrm{s})s + T_m\theta_m(\mathrm{s})s^2\} = \mathcal{L}^{-1}\{\mathrm{k_m}.\mathrm{e(s)}\}$
- $\dot{\theta}_m(t) + T_m\ddot{\theta}_m(t) = k_m.e(t)$

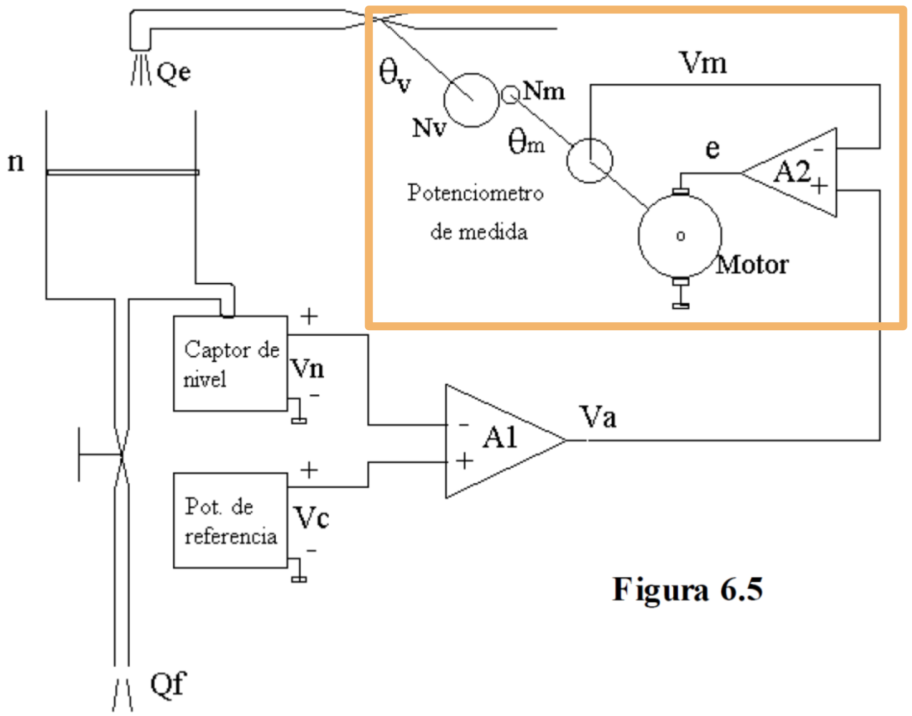


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Según los datos del problema

- $Q_e = k_v \theta_v$

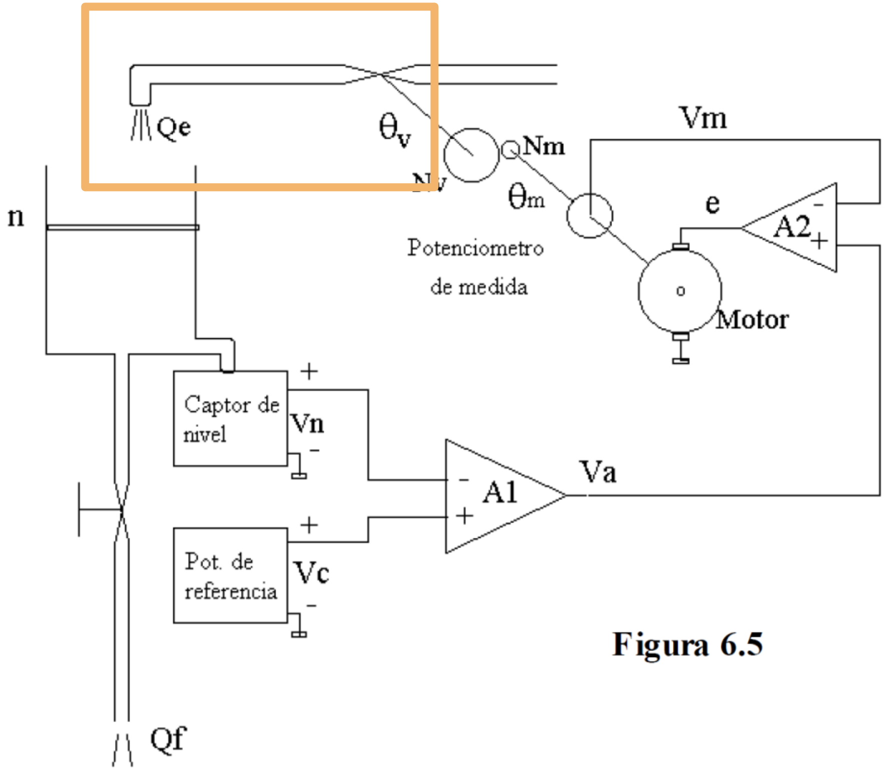


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Según del problema

- $Q_e = k_v \theta_v$

Nivel del tanque

- $\frac{d}{dt}(contenido) = Q_e - Q_f$
- $\frac{d}{dt}(n.S) = Q_e - Q_f$
- $S\dot{n} = Q_e - Q_f$

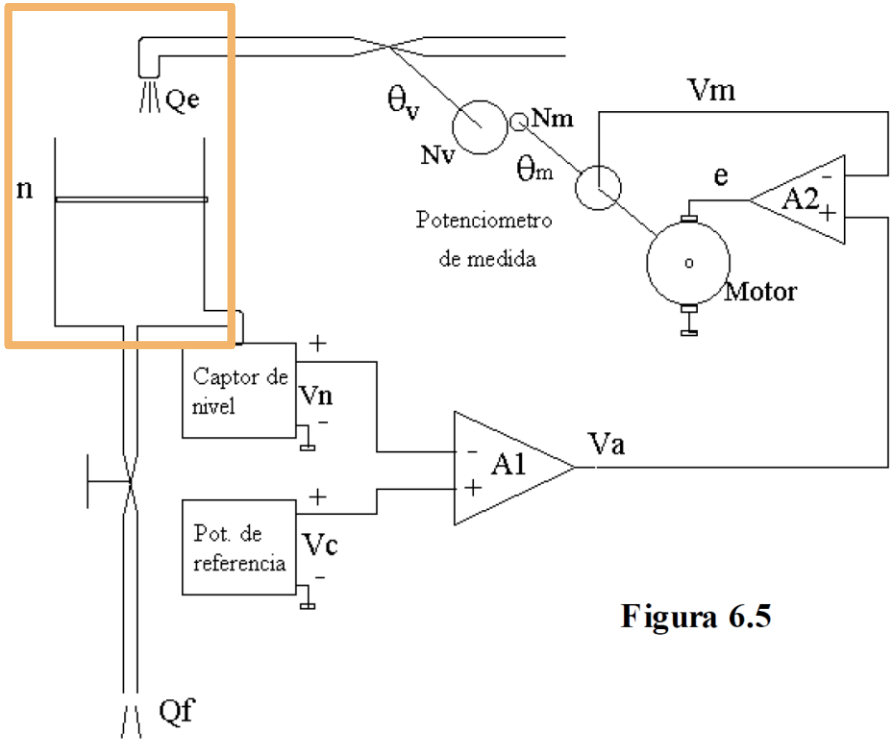


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Resumiendo

- $V_a = A_1 . f(n_c - n)$
- $e = A_2\left(V_a - K_p\theta_m\right)$
- $\dot{\theta}_m(t) + T_m\ddot{\theta}_m(t) = k_m . e(t)$
- $\theta_m = 20 . \theta_v$
- $Q_e = k_v\theta_v$
- $S\dot{n} = Q_e - Q_f$

Cuáles son las variables de estado del sistema?

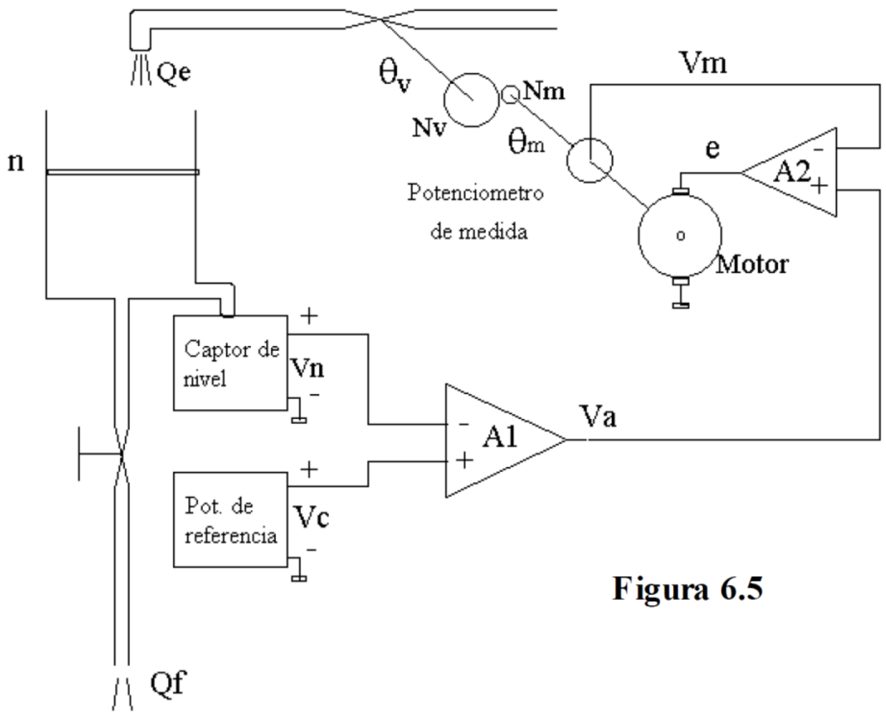


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Resumiendo

- $V_a = A_1 . f(n_c - n)$
- $e = A_2\left(V_a - K_p\theta_m\right)$
- $\dot{\theta_m}(t) + T_m\ddot{\theta_m}(t) = k_m . e(t)$
- $\theta_m = 20.\theta_v$
- $Q_e = k_v\theta_v$
- $S\dot{n} = Q_e - Q_f$

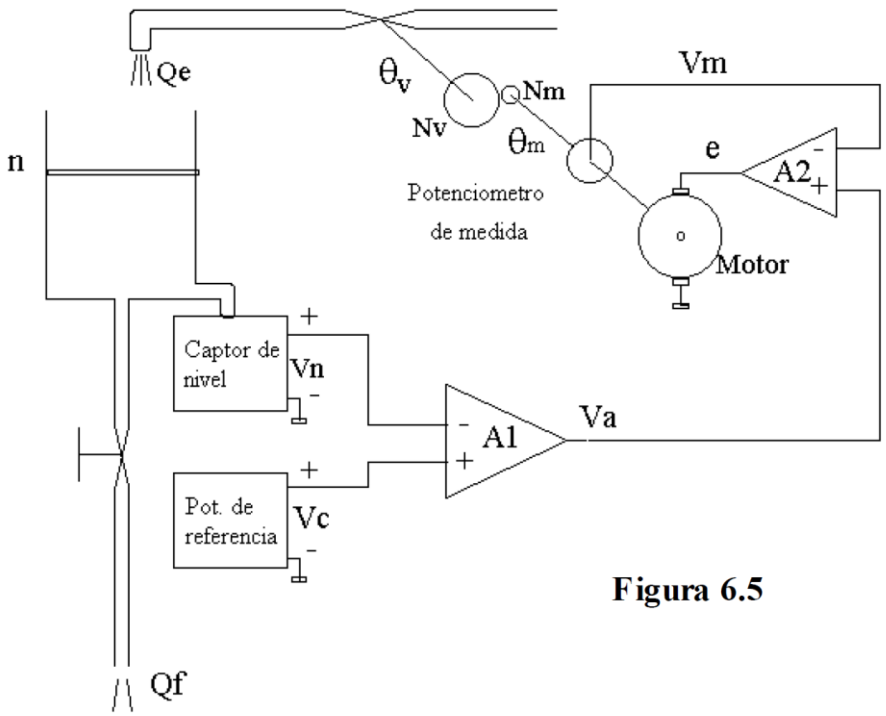


Figura 6.5

Cuáles son las variables de estado del sistema?

- Las derivadas de las V.E deben poder escribirse como combinación lineal de las V.E y las entradas
- Cuáles son las entradas del sistema?

Hoja 6. Ejercicio 5

Proponemos

$$u = [n_c, Q_f]$$

$$x = [n, \theta_m \dot{\theta}_m]$$

- $V_a = A_1 . f(n_c - n)$
- $e = A_2\left(V_a - K_p \theta_m\right)$
- $\dot{\theta_m}(t) + T_m \ddot{\theta_m}(t) = k_m . e(t)$
- $\theta_m = 20. \theta_v$
- $Q_e = k_v \theta_v$
- $S\dot{n} = Q_e - Q_f$

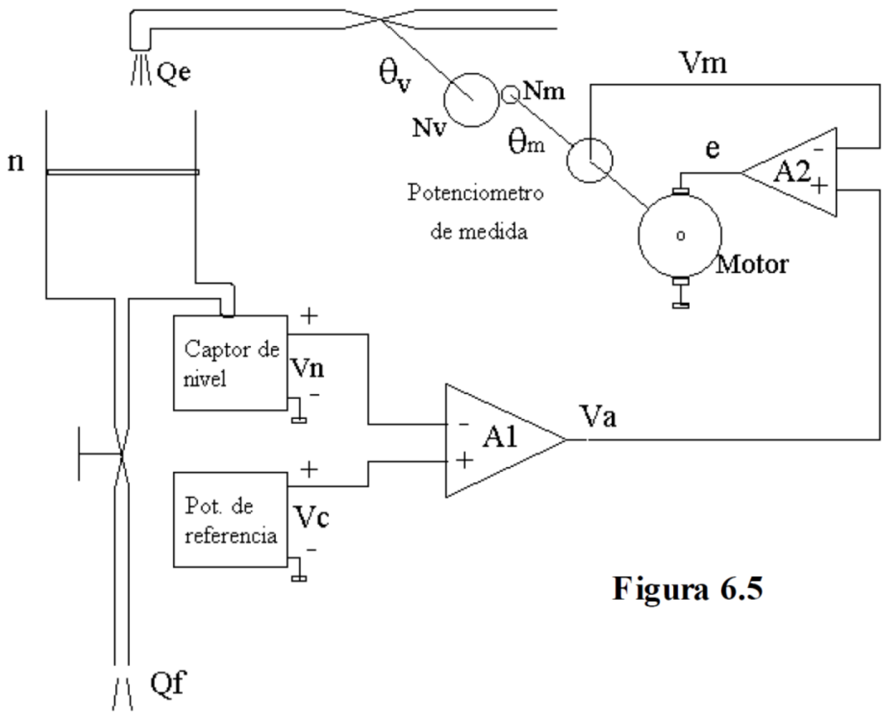


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Proponemos

$$u = [n_c, Q_f]$$

$$x = [n, \theta_m \dot{\theta}_m]$$

- $V_a = A_1.f(n_c - n)$
- $e = A_2(V_a - K_p\theta_m)$
- $\dot{\theta}_m(t) + T_m\ddot{\theta}_m(t) = k_m.e(t)$
- $\theta_m = 20.\theta_v$
- $Q_e = k_v\theta_v$
- $S\dot{n} = Q_e - Q_f$

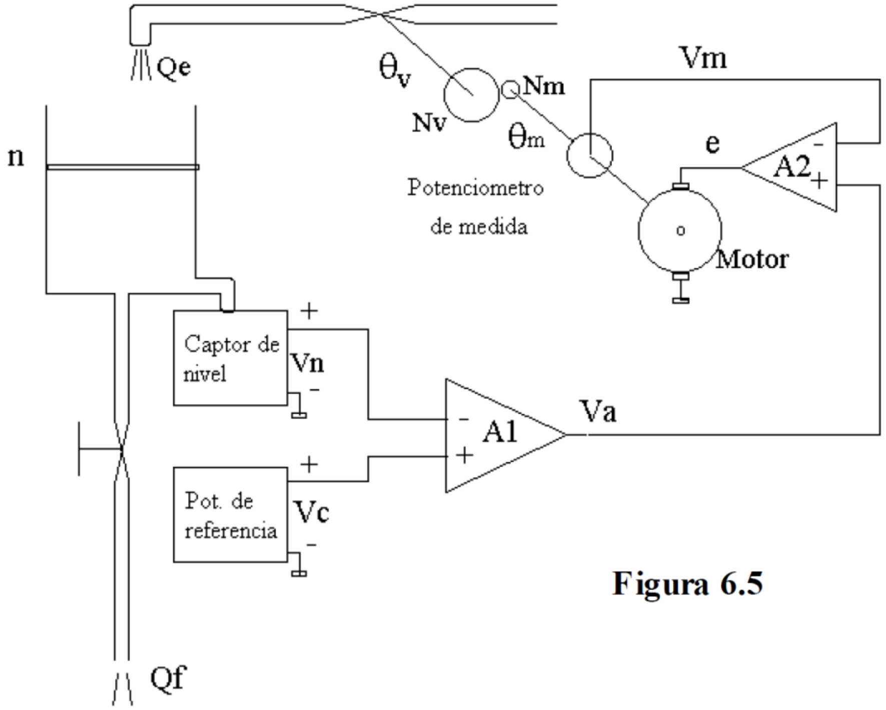


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Proponemos

$$u = [n_c, Q_f]$$

$$x = [n, \theta_m \dot{\theta}_m]$$

- $e = A_2\left(A_1 . f(n_c - n) - K_p\theta_m\right)$
- $\dot{\theta}_m(t) + T_m\ddot{\theta}_m(t) = k_m . e(t)$
- $\theta_m = 20.\theta_v$
- $Q_e = k_v\theta_v$
- $S\dot{n} = Q_e - Q_f$

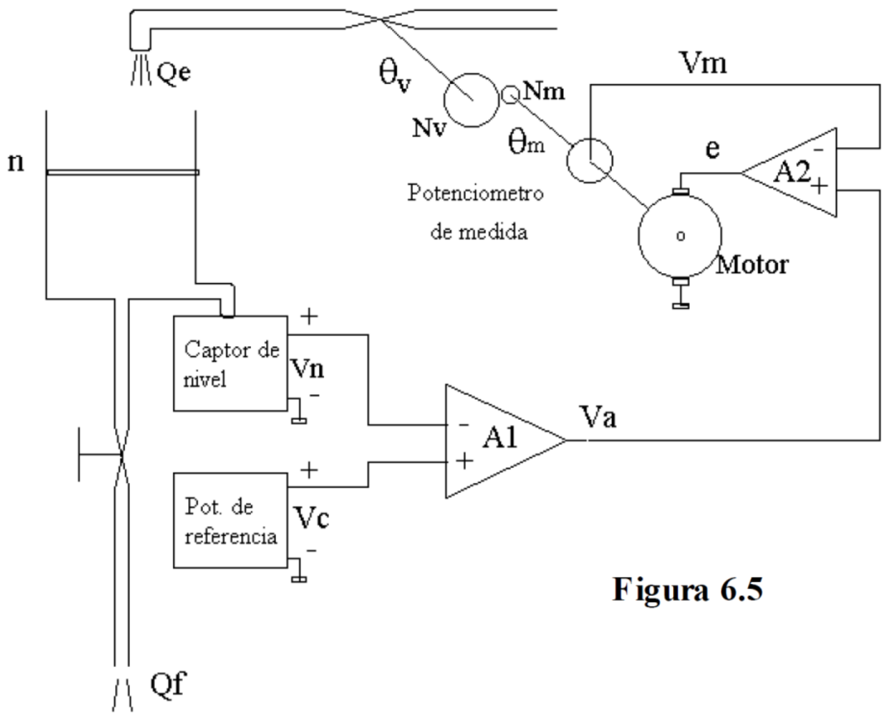


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Proponemos

$$u = [n_c, Q_f]$$

$$x = [n, \theta_m \dot{\theta}_m]$$

- $e = A_2\left(A_1.f(n_c - n) - K_p\theta_m\right)$
- $\dot{\theta}_m(t) + T_m\ddot{\theta}_m(t) = k_m.A_2\left(A_1.f(n_c - n) - K_p\theta_m\right)$
- $\theta_m = 20.\theta_v$
- $Q_e = k_v\theta_v$
- $S\dot{n} = Q_e - Q_f$

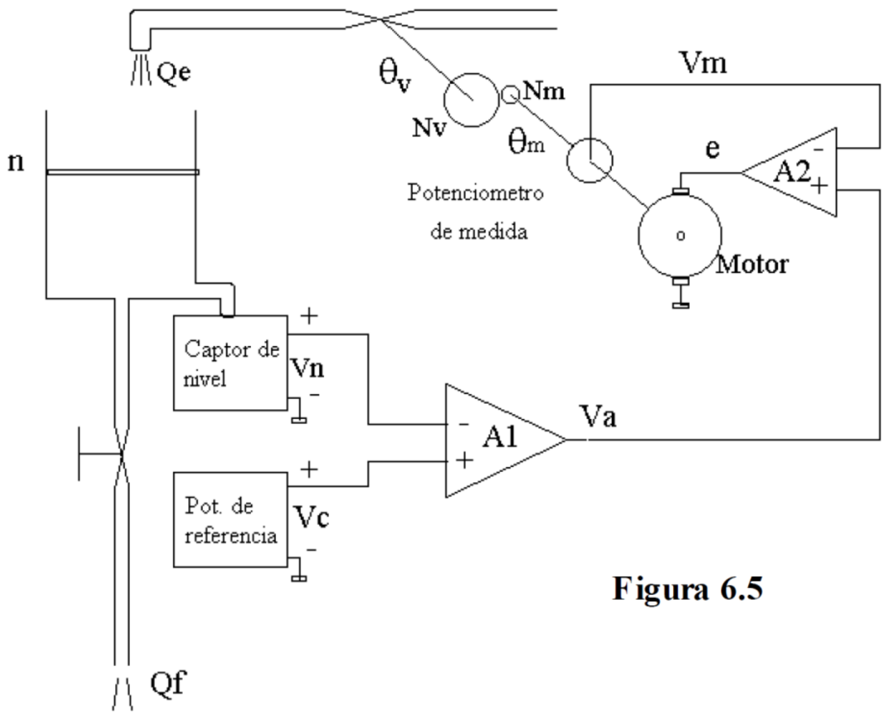


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Proponemos

$$u = [n_c, Q_f]$$

$$x = [n, \theta_m \dot{\theta}_m]$$

- $e = A_2(A_1.f(n_c - n) - K_p\theta_m)$
- $\ddot{\theta_m}(t) = \frac{\dot{\theta_m}(t)}{T_m} = \frac{k_m}{T_m}.A_2(A_1.f(n_c - n) - K_p\theta_m)$
- $\theta_m = 20.\theta_v$
- $Q_e = k_v\theta_v$
- $S\dot{n} = Q_e - Q_f$

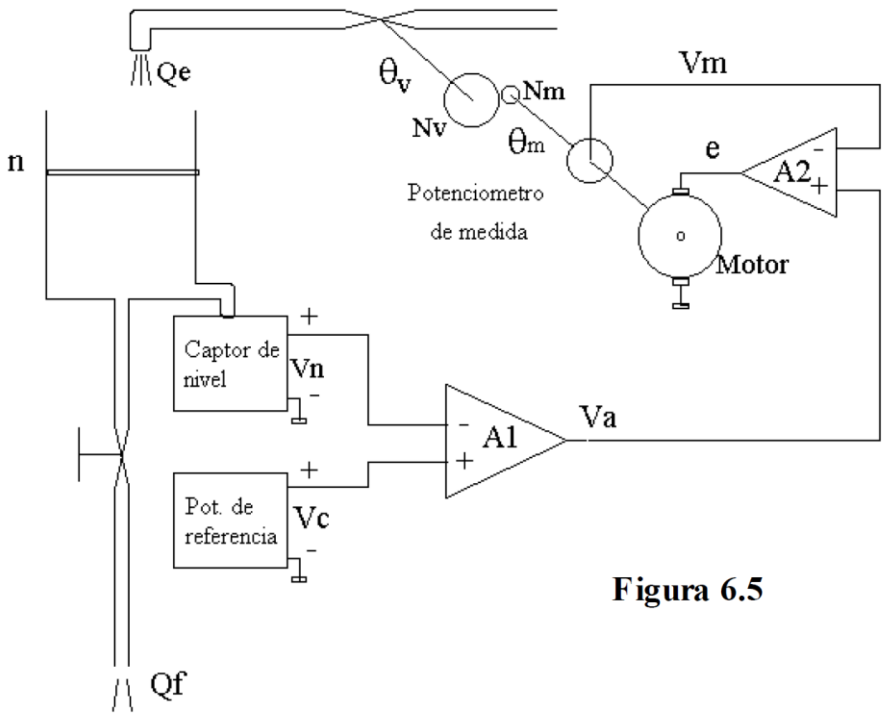


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Proponemos

$$u = [n_c, Q_f]$$

$$x = [n, \theta_m \dot{\theta}_m]$$

- $e = A_2(A_1.f(n_c - n) - K_p\theta_m)$
- $\ddot{\theta_m}(t) = \frac{\dot{\theta_m}(t)}{T_m} = \frac{k_m}{T_m}.A_2(A_1.f(n_c - n) - K_p\theta_m)$
- $Q_e = \frac{k_v}{20}\theta_m$
- $S\dot{n} = Q_e - Q_f$

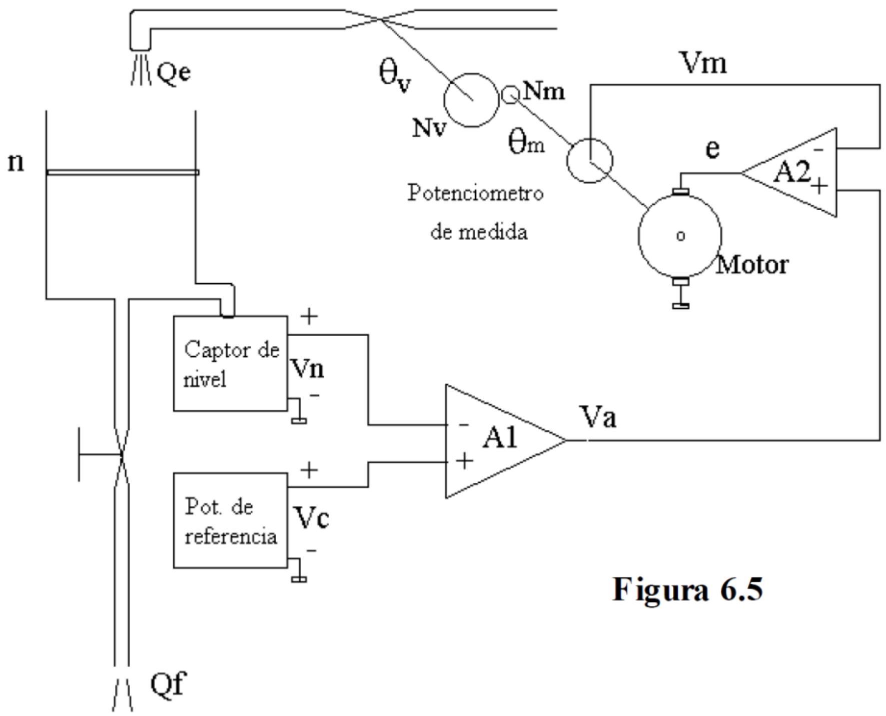


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Proponemos

$$u = [n_c, Q_f]$$

$$x = [n, \theta_m \dot{\theta}_m]$$

- $e = A_2\left(A_1.f(n_c - n) - K_p\theta_m\right)$
- $\ddot{\theta_m}(t) = \frac{\dot{\theta_m}(t)}{T_m} = \frac{k_m}{T_m}.A_2\left(A_1.f(n_c - n) - K_p\theta_m\right)$
- $S\dot{n} = \frac{k_v}{20}\theta_m - Q_f$

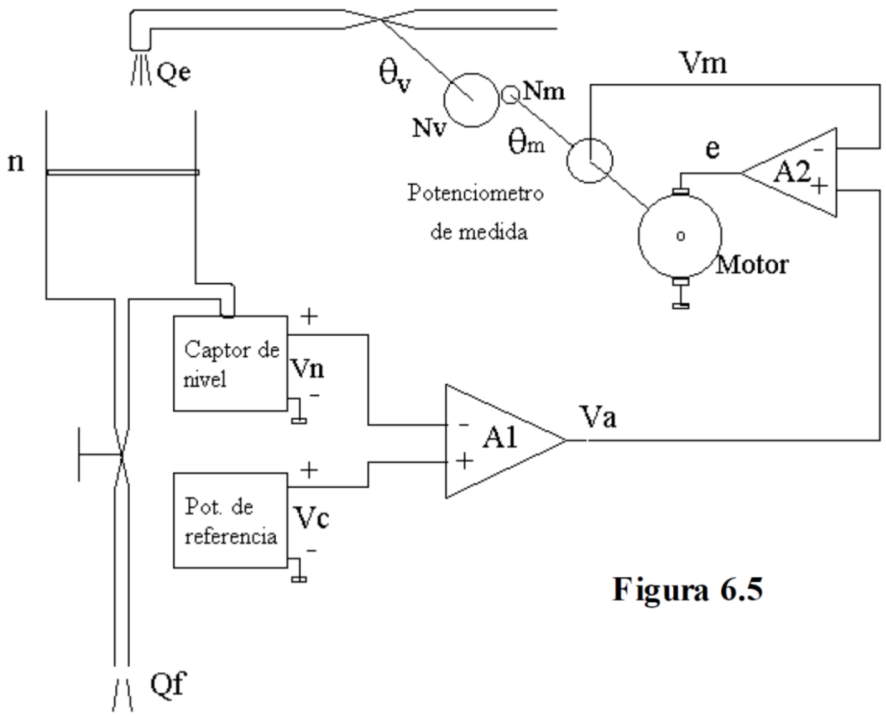


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

Proponemos

$$u = [n_c, Q_f]$$

$$x = [n, \theta_m \dot{\theta}_m]$$

- $e = A_2\big(A_1.f(n_c - n) - K_p\theta_m\big)$
- $\ddot{\theta}_m(t) = \frac{\dot{\theta}_m(t)}{T_m} = \frac{k_m}{T_m}.A_2\big(A_1.f(n_c - n) - K_p\theta_m\big)$
- $\dot{n} = \frac{k_v}{20S}\theta_m - \frac{Q_f}{S}$

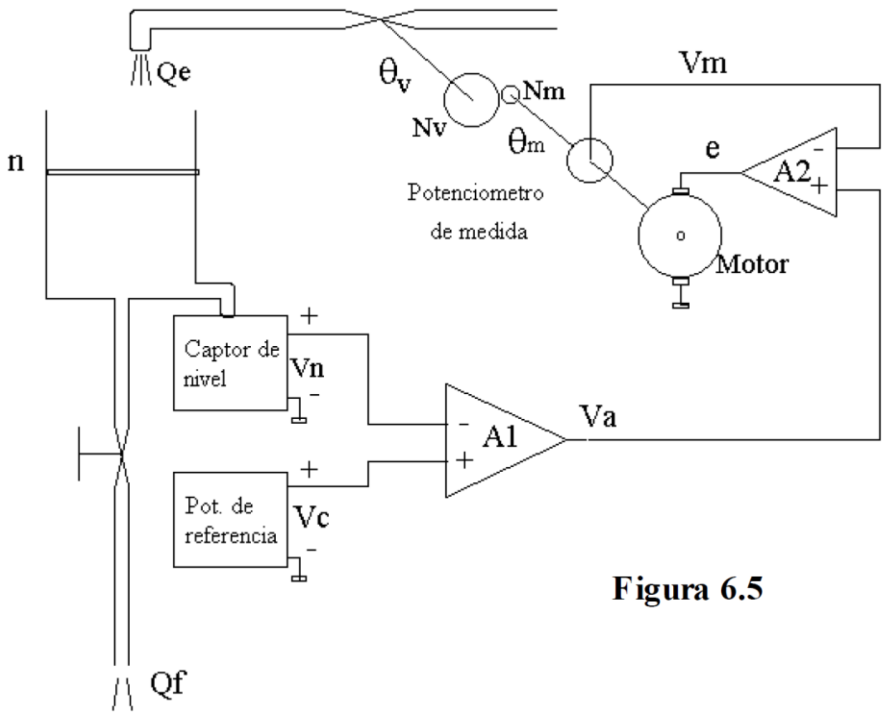


Figura 6.5

Hoja 6. Ejercicio 5

$$u = [n_c, Q_f]$$

$$x = [n, \theta_m \dot{\theta}_m]$$

- $e = A_2\big(A_1.f(n_c - n) - K_p\theta_m\big)$
- $\ddot{\theta}_m(t) = \frac{\dot{\theta}_m(t)}{T_m} = \frac{k_m}{T_m}.A_2\big(A_1.f(n_c - n) - K_p\theta_m\big)$
- $\dot{n} = \frac{k_v}{20S}\theta_m - \frac{Q_f}{S}$

$$\begin{bmatrix} \dot{n} \\ \dot{\theta}_m \\ \ddot{\theta}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{k_v}{20S} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{-k_m A_1 A_2 f}{T_m} & -\frac{k_m K_p A_2}{T_m} & -\frac{1}{T_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n \\ \theta_m \\ \dot{\theta}_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{S} \\ 0 & 0 \\ \frac{-k_m A_1 A_2 f}{T_m} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_c \\ Q_f \end{bmatrix}$$

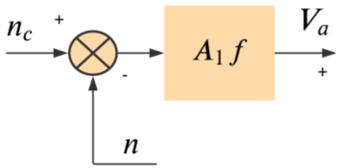
$$[n] = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} n \\ \theta_m \\ \dot{\theta}_m \end{bmatrix} + [0 \quad 0] \begin{bmatrix} n_c \\ Q_f \end{bmatrix}$$

Hoja 6. Ejercicio 5

Solo resta determinar el diagrama de bloques del sistema

Para eso, volvamos a las ecuaciones originales

- $V_a = A_1 . f(n_c - n)$

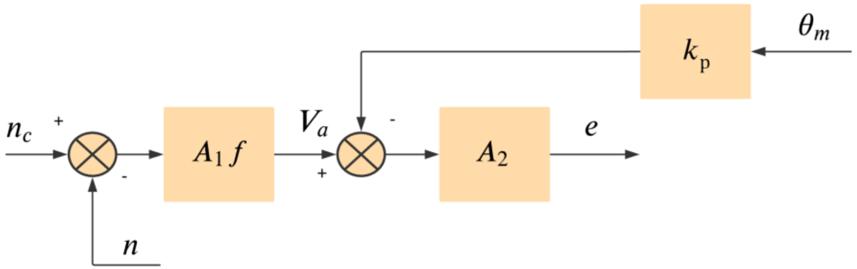


Hoja 6. Ejercicio 5

Solo resta determinar el diagrama de bloques del sistema

Para eso, volvamos a las ecuaciones originales

- $V_a = A_1.f(n_c - n)$
- $e = A_2(V_a - K_p\theta_m)$

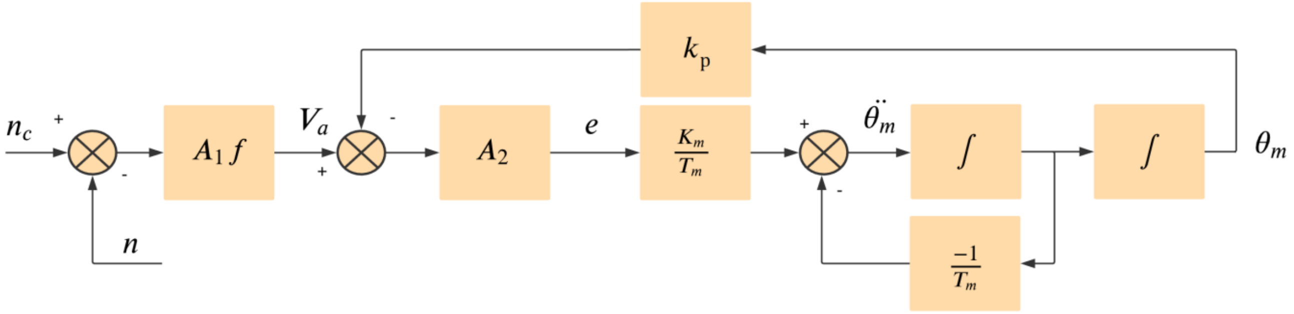


Hoja 6. Ejercicio 5

Solo resta determinar el diagrama de bloques del sistema

Para eso, volvamos a las ecuaciones originales

- $V_a = A_1.f(n_c - n)$
- $e = A_2\left(V_a - K_p\theta_m\right)$
- $\dot{\theta_m}(t) + T_m\ddot{\theta_m}(t) = k_m.e(t)$

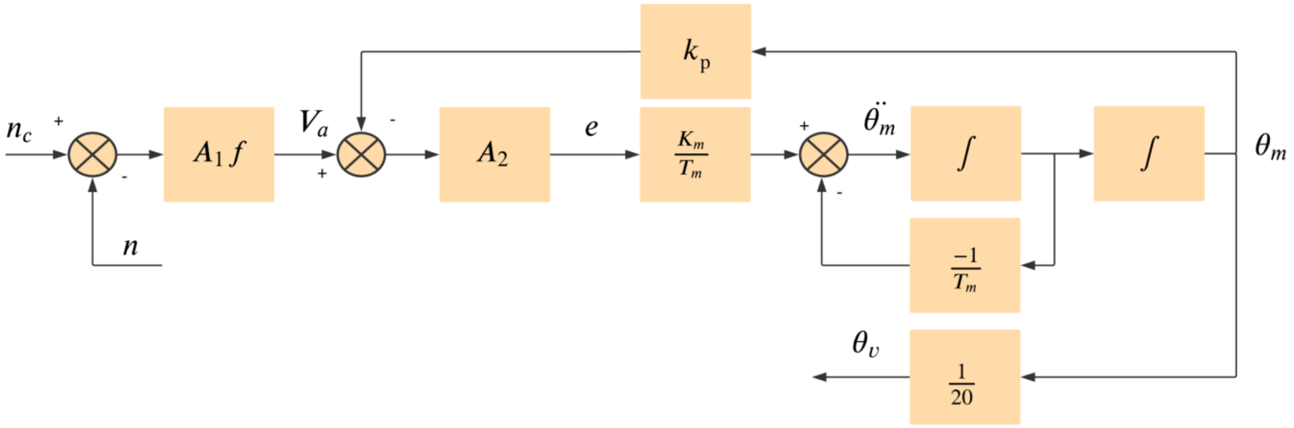


Hoja 6. Ejercicio 5

Solo resta determinar el diagrama de bloques del sistema

Para eso, volvamos a las ecuaciones originales

- $V_a = A_1 . f(n_c - n)$
- $e = A_2\left(V_a - K_p\theta_m\right)$
- $\dot{\theta_m}(t) + T_m\ddot{\theta_m}(t) = k_m . e(t)$
- $\theta_m = 20. \theta_v$

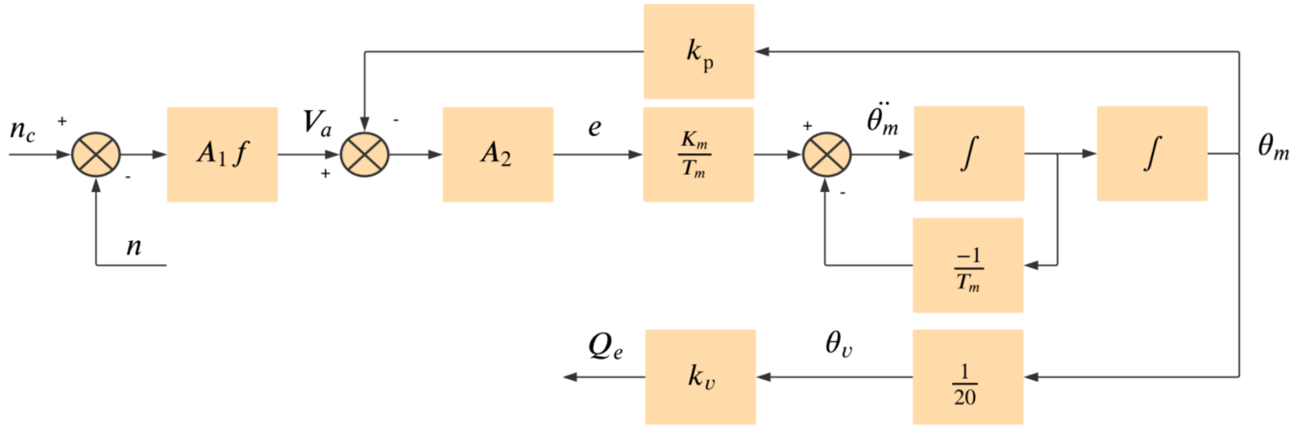


Hoja 6. Ejercicio 5

Solo resta determinar el diagrama de bloques del sistema

Para eso, volvamos a las ecuaciones originales

- $V_a = A_1 . f(n_c - n)$
- $e = A_2\left(V_a - K_p\theta_m\right)$
- $\dot{\theta_m}(t) + T_m\ddot{\theta_m}(t) = k_m . e(t)$
- $\theta_m = 20.\theta_v$
- $Q_e = k_v\theta_v$

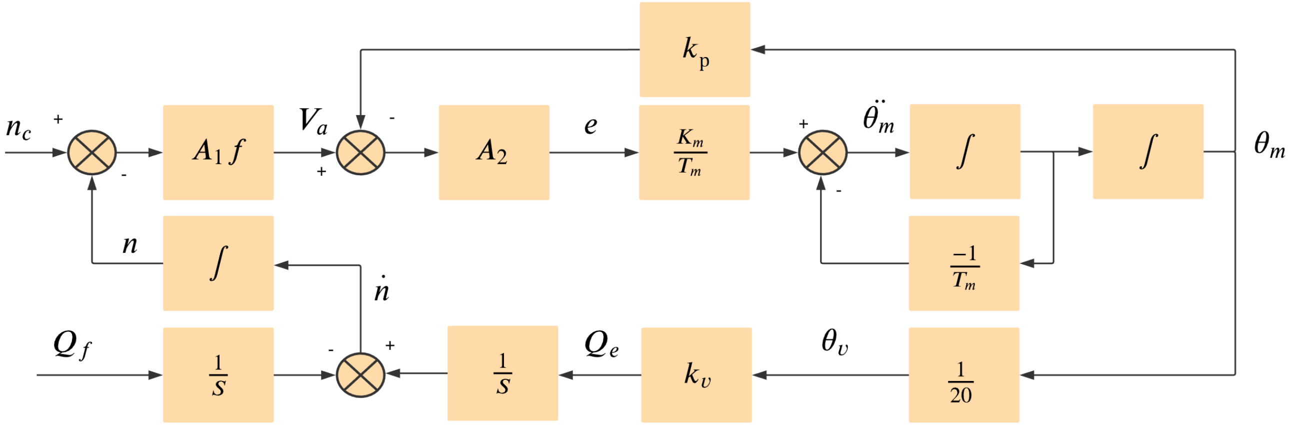


Hoja 6. Ejercicio 5

Solo resta determinar el diagrama de bloques del sistema

Para eso, volvamos a las ecuaciones originales

- $V_a = A_1 . f(n_c - n)$
- $e = A_2\left(V_a - K_p\theta_m\right)$
- $\dot{\theta}_m(t) + T_m\ddot{\theta}_m(t) = k_m . e(t)$
- $\theta_m = 20. \theta_v$
- $Q_e = k_v\theta_v$
- $S\dot{n} = Q_e - Q_f$

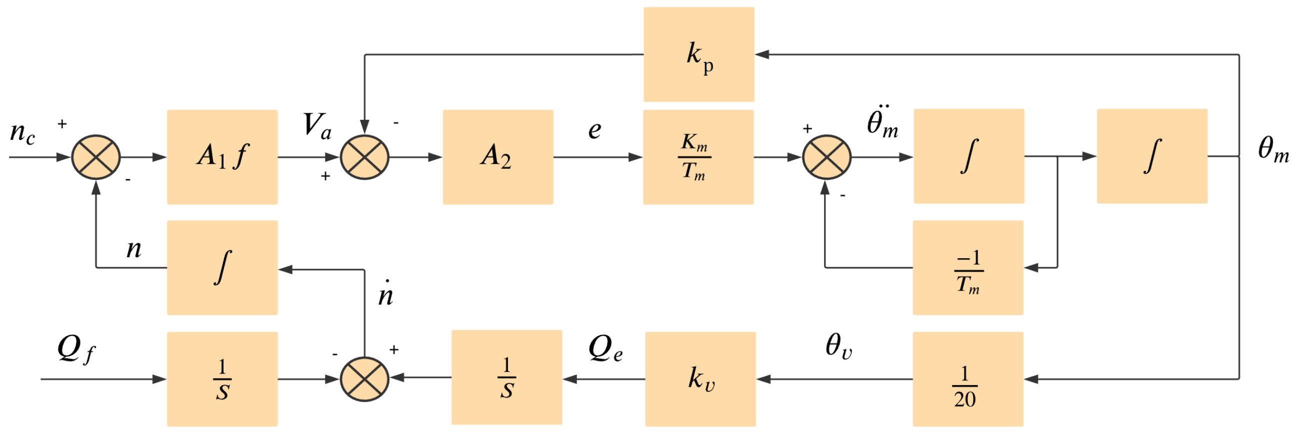


Hoja 6. Ejercicio 5

Solo resta determinar el diagrama de bloques del sistema

Para eso, volvamos a las ecuaciones originales

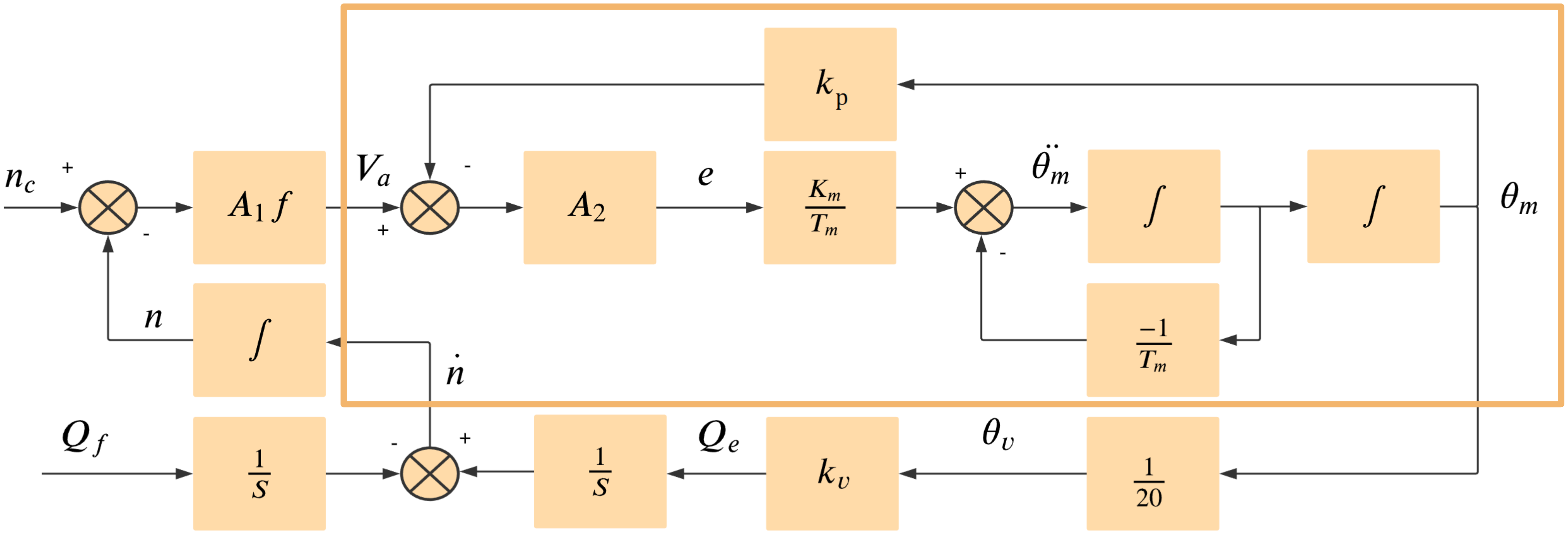
- $V_a = A_1.f(n_c - n)$
- $e = A_2(V_a - K_p\theta_m)$
- $\dot{\theta_m}(t) + T_m\ddot{\theta_m}(t) = k_m.e(t)$
- $\theta_m = 20.\theta_v$
- $Q_e = k_v\theta_v$
- $S\dot{n} = Q_e - Q_f$



Hoja 6. Ejercicio 5

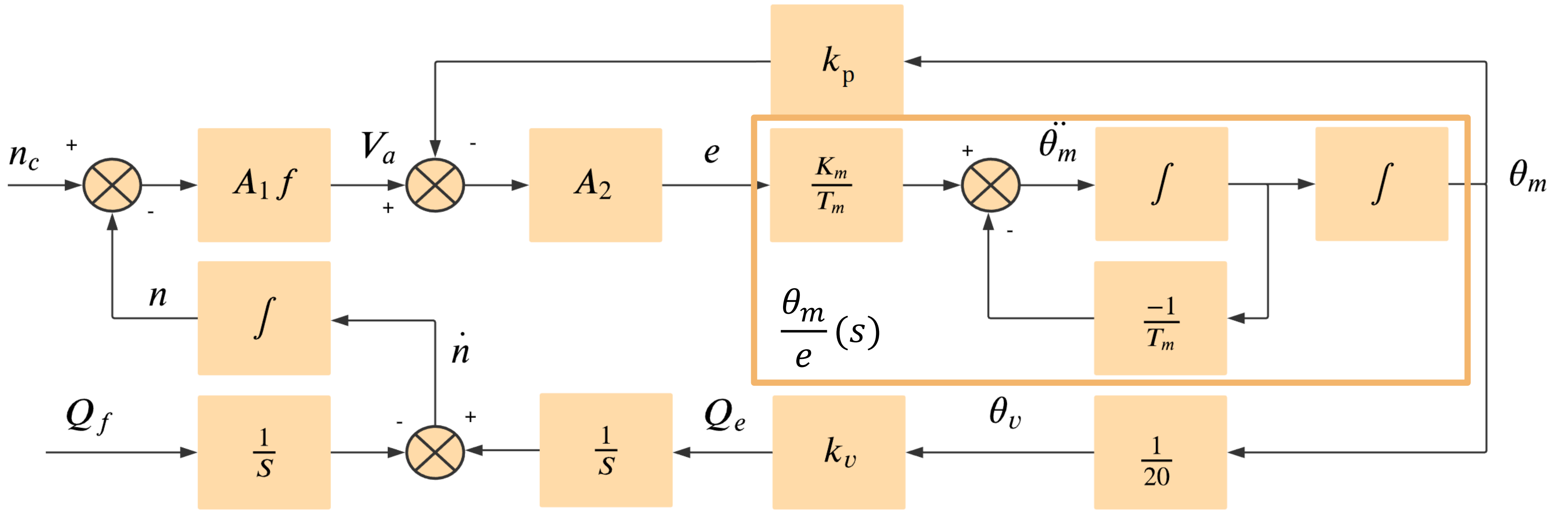
b) Hallar la transferencia del servomecanismo de la válvula θ_m/v_a y la función de transferencia en bucle abierto sin tener en cuenta la realimentación de nivel.

Hoja 6. Ejercicio 5

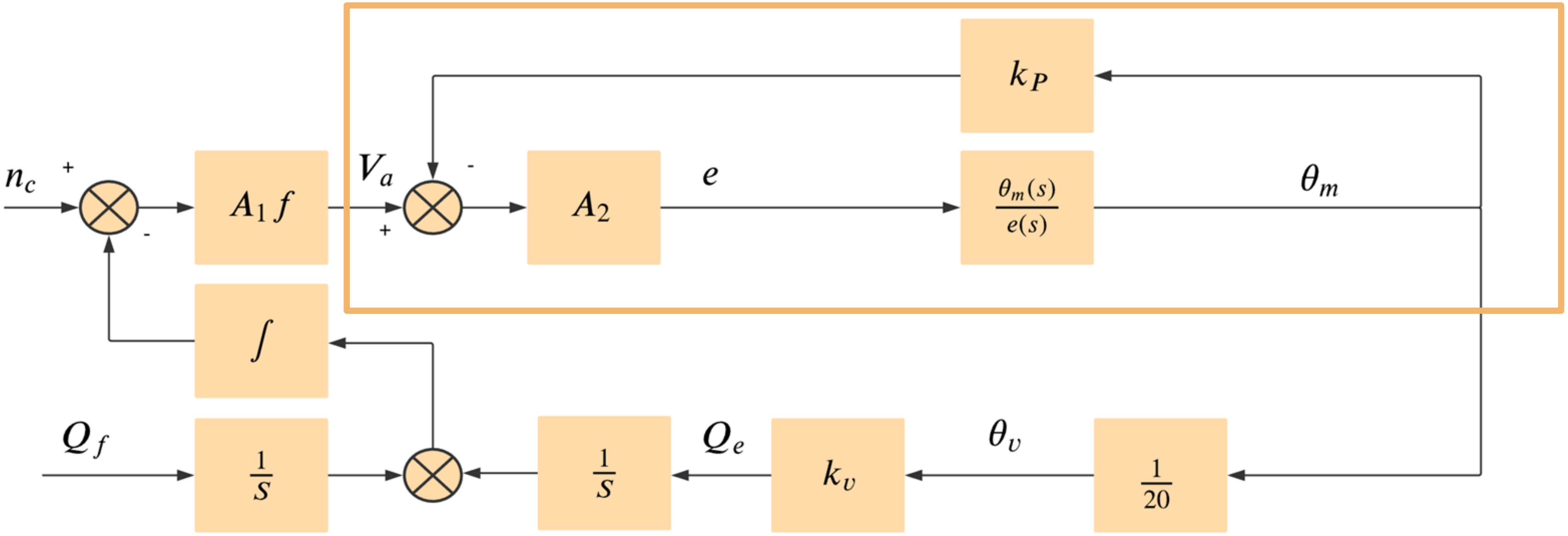


$$\frac{\theta_m}{e}(s)$$

Hoja 6. Ejercicio 5



Hoja 6. Ejercicio 5



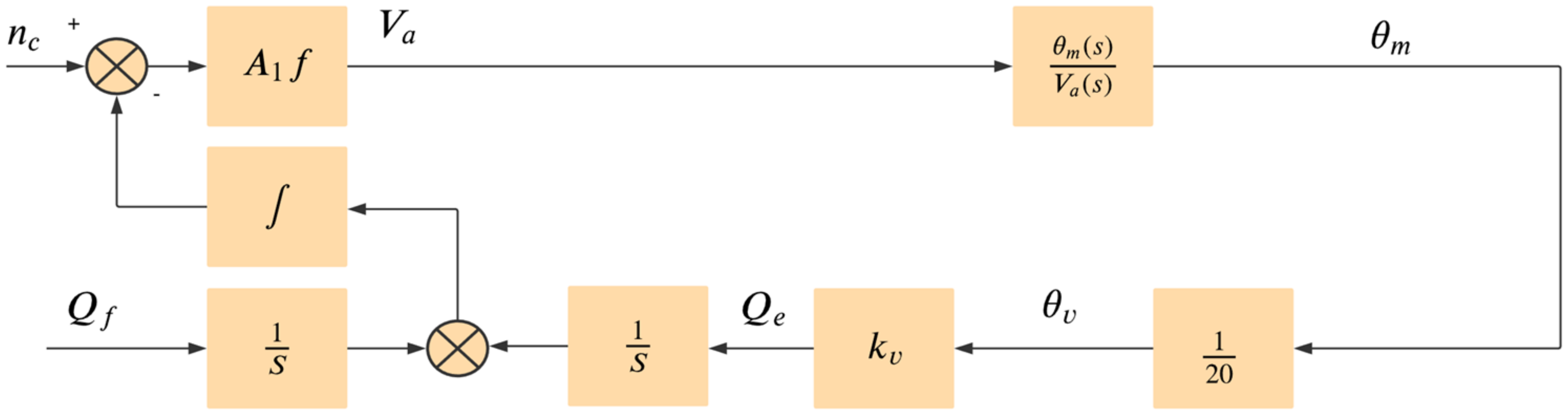
Hoja 6. Ejercicio 5

Aplicando resultados demostrados en clase de teórico

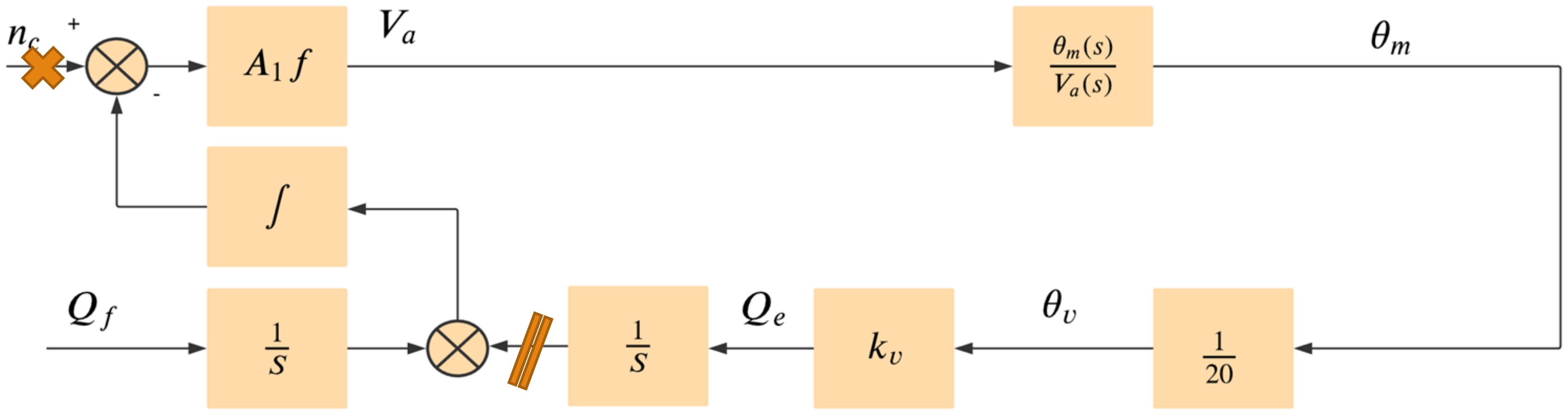
$$\frac{\theta_m}{v_a} = \frac{A_2 \frac{\theta_m}{v_a}}{1 + A_2 k_P \frac{\theta_m}{v_a}} = \frac{A_2 \frac{K_m}{s(1+T_m s)}}{1 + A_2 k_P \frac{K_m}{s(1+T_m s)}}$$

$$\frac{\theta_m}{v_a} = \frac{A_2 K_m}{s(1+T_m s) + A_2 k_P K_m}$$

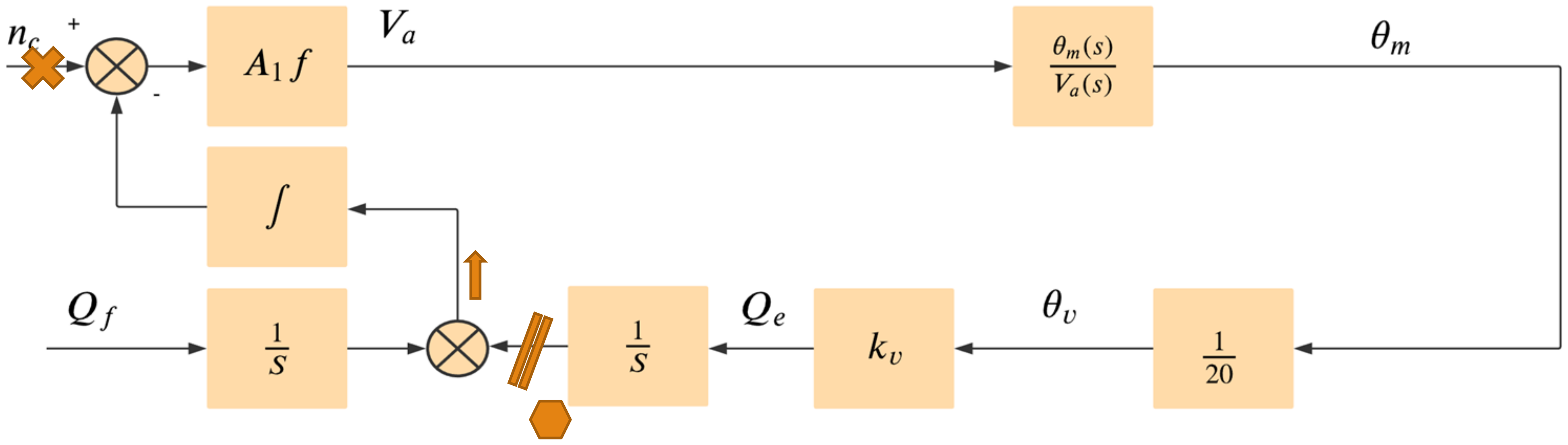
Hoja 6. Ejercicio 5



Hoja 6. Ejercicio 5



Hoja 6. Ejercicio 5



Hoja 6. Ejercicio 5

Aplicando resultados demostrados en clase de teórico

$$G_{OL}(s) = \frac{1}{s}.A_1 f.\frac{\theta_m}{v_a}.\frac{1}{20}.\mathrm{k_v}.\frac{1}{S}$$

$$G_{OL}(s) = \frac{n}{n_c} = \frac{1}{20S}.\frac{A_1 f A_2 K_m \mathrm{k_v}}{s[s(1+T_m s)+A_2 k_P K_m]}$$

Hoja 6. Ejercicio 5

c) Calcular $\mathbf{A_2}$ para que la respuesta de $\theta_{\mathbf{m}}$ a un escalón en $\mathbf{v_a}$ presente un sobrepulso máximo de 0,0388%.

Hoja 6. Ejercicio 5

$$\frac{\theta_m}{v_a} = \frac{A_2K_m}{s(1+T_ms)+A_2k_PK_m} = \frac{\frac{A_2K_m}{T_m}}{s^2+\frac{s}{T_m}+\frac{A_2k_PK_m}{Tm}} = \frac{K_{???}}{S^2-2\zeta\omega_0+\omega_0^2}$$

Hoja 6. Ejercicio 5

$$\frac{\theta_m}{v_a} = \frac{A_2 K_m}{s(1+T_m s)+A_2 k_P K_m} = \frac{\frac{A_2 K_m}{T_m}}{s^2+\frac{s}{T_m}+\frac{A_2 k_P K_m}{Tm}} = \frac{K_{???}}{S^2-2\zeta\omega_0+\omega_0^2}$$

Sistema de 2do orden sin ceros

$$\begin{cases} 2\zeta\omega_0 = \frac{1}{T_m} = 10s^{-1} \\ \omega_0^2 = \frac{A_2 k_P K_m}{Tm} = 5A_2 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{5A_2} \end{cases}$$

Hoja 6. Ejercicio 5

$$\frac{\theta_m}{v_a} = \frac{A_2 K_m}{s(1+T_m s)+A_2 k_P K_m} = \frac{\frac{A_2 K_m}{T_m}}{s^2+\frac{s}{T_m}+\frac{A_2 k_P K_m}{Tm}} = \frac{K_{???}}{S^2-2\zeta\omega_0+\omega_0^2}$$

Sistema de 2do orden sin ceros

$$\begin{cases} 2\zeta\omega_0 = \frac{1}{T_m} = 10s^{-1} \rightarrow \zeta = \frac{10s^{-1}}{2\omega_0} = \sqrt{\frac{5}{A_2}} \\ \omega_0^2 = \frac{A_2 k_P K_m}{Tm} = 5A_2 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{5A_2} \end{cases}$$

Hoja 6. Ejercicio 5

$$\frac{\theta_m}{v_a} = \frac{A_2 K_m}{s(1+T_m s)+A_2 k_P K_m} = \frac{\frac{A_2 K_m}{T_m}}{s^2+\frac{s}{T_m}+\frac{A_2 k_P K_m}{Tm}} = \frac{K_{???}}{S^2-2\zeta\omega_0+\omega_0^2}$$

Sistema de 2do orden sin ceros

$$\begin{cases} 2\zeta\omega_0 = \frac{1}{T_m} = 10s^{-1} \rightarrow \zeta = \frac{10s^{-1}}{2\omega_0} = \sqrt{\frac{5}{A_2}} \\ \omega_0^2 = \frac{A_2 k_P K_m}{Tm} = 5A_2 \rightarrow \omega_0 = \sqrt{5A_2} \end{cases}$$

Máximo sobretiro y tiempo de máximo sobretiro:

$$M_p(\%) = 100e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}} \qquad \zeta^2 = \frac{\left[\ln\left(\frac{M_p(\%)}{100}\right)\right]^2}{\pi^2+\left[\ln\left(\frac{M_p(\%)}{100}\right)\right]^2} \qquad t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}$$

Hoja 6. Ejercicio 5

$$e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} = \frac{0{,}0388}{100}$$

$$\frac{\pi^2\zeta^2}{1-\zeta^2} = \log\left(\frac{0{,}0388}{100}\right)^2 = a^2$$

$$(\pi^2 + a^2)\zeta^2 = a^2$$

$$\zeta^2 = \frac{5}{A_2} = \frac{a^2}{\pi^2 + a^2} \rightarrow A_2 = 5\left[\left(\frac{\pi}{\log\frac{0{,}0388}{100}}\right)^2 + 1\right] = 5{,}8$$

Hoja 6. Ejercicio 5

la

d) Para ese $\mathbf{A_2}$, calcular los valores de los coeficientes de transferencia en bucle abierto del conjunto, en función de $\mathbf{A_1}$. Hallar los valores de $\mathbf{A_1}$ para los cuales la respuesta del nivel $\mathbf{n}$ a una entrada de escalón unitario $\mathbf{n_c}$ es no oscilatoria.

Hoja 6. Ejercicio 5

Sustituyendo

- $G_{OL}(s) = \frac{n}{n_c} = \frac{1}{20S} \cdot \frac{A_1 f A_2 K_m \mathrm{k_v}}{s[s(1+T_m s)+A_2 k_P K_m]} = \frac{5,8A_1}{s^3+10s^2+29s+5,8A_1}$

Hoja 6. Ejercicio 5

Sustituyendo

- $G_{OL}(s) = \frac{n}{n_c} = \frac{1}{20S} \cdot \frac{A_1 f A_2 K_m \mathrm{k_v}}{s[s(1+T_m s)+A_2 k_P K_m]} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s}$
- $G_{CL}(s) = \frac{G_{OL}(s)}{1+G_{OL}(s)} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s+5{,}8A_1}$

Hoja 6. Ejercicio 5

Sustituyendo

- $G_{OL}(s) = \frac{n}{n_c} = \frac{1}{20S} \cdot \frac{A_1 f A_2 K_m \mathrm{k_v}}{s[s(1+T_m s)+A_2 k_P K_m]} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s}$
- $G_{CL}(s) = \frac{G_{OL}(s)}{1+G_{OL}(s)} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s+5{,}8A_1}$
- Respuesta al escalón no oscilatoria → Polos de $G_{CL}(s)$ $Re < 0$
  - Estudiemos las raíces del polinomio $p(s) = s^3 + 10s^2 + 29s + 5{,}8A_1$

Hoja 6. Ejercicio 5

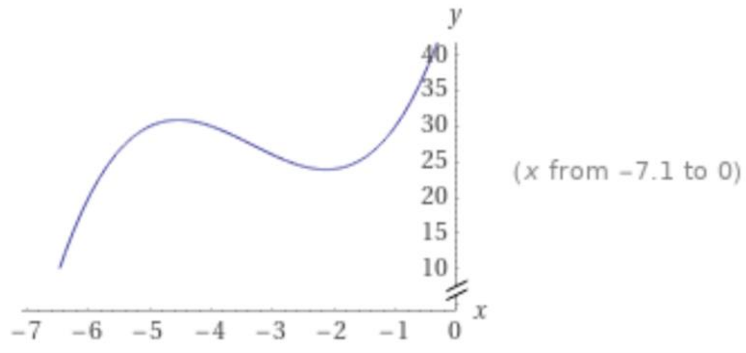
Sustituyendo

- $G_{OL}(s) = \frac{n}{n_c} = \frac{1}{20S} \cdot \frac{A_1 f A_2 K_m \mathrm{k_v}}{s[s(1+T_m s)+A_2 k_P K_m]} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s}$
- $G_{CL}(s) = \frac{G_{OL}(s)}{1+G_{OL}(s)} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s+5{,}8A_1}$
- Respuesta al escalón no oscilatoria → Polos de $G_{CL}(s)$ $Re < 0$
  - Estudiemos las raíces del polinomio $p(s) = s^3 + 10s^2 + 29s + 5{,}8A_1 = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$
  - En primer lugar, $a_3 > 0$

Hoja 6. Ejercicio 5

Sustituyendo

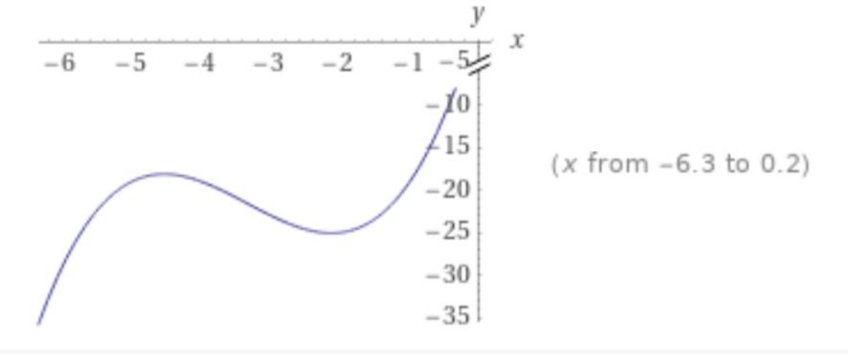
- $G_{OL}(s) = \frac{n}{n_c} = \frac{1}{20S} \cdot \frac{A_1 f A_2 K_m \mathrm{k_V}}{s[s(1+T_m s)+A_2 k_P K_m]} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s}$
- $G_{CL}(s) = \frac{G_{OL}(s)}{1+G_{OL}(s)} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s+5{,}8A_1}$
- Respuesta al escalón no oscilatoria → Polos de $G_{CL}(s)$ $Re < 0$
  - Estudiemos las raíces del polinomio $p(s) = s^3 + 10s^2 + 29s + 5{,}8A_1 = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$
  - En primer lugar, $a_3 > 0$



Hoja 6. Ejercicio 5

Sustituyendo

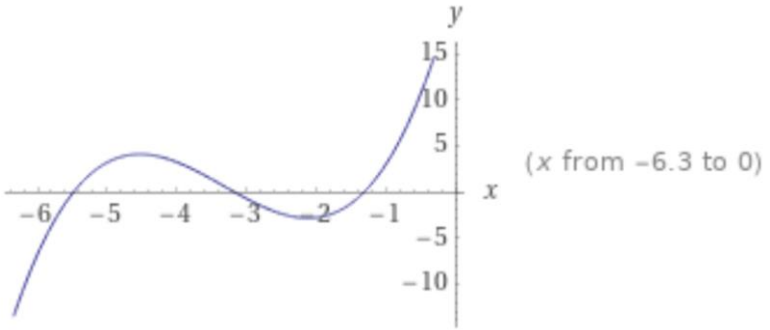
- $G_{OL}(s) = \frac{n}{n_c} = \frac{1}{20S} \cdot \frac{A_1 f A_2 K_m \mathrm{k_v}}{s[s(1+T_m s)+A_2 k_P K_m]} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s}$
- $G_{CL}(s) = \frac{G_{OL}(s)}{1+G_{OL}(s)} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s+5{,}8A_1}$
- Respuesta al escalón no oscilatoria → Polos de $G_{CL}(s)$ $Re < 0$
  - Estudiemos las raíces del polinomio $p(s) = s^3 + 10s^2 + 29s + 5{,}8A_1 = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$
  - En primer lugar, $a_3 > 0$



Hoja 6. Ejercicio 5

Sustituyendo

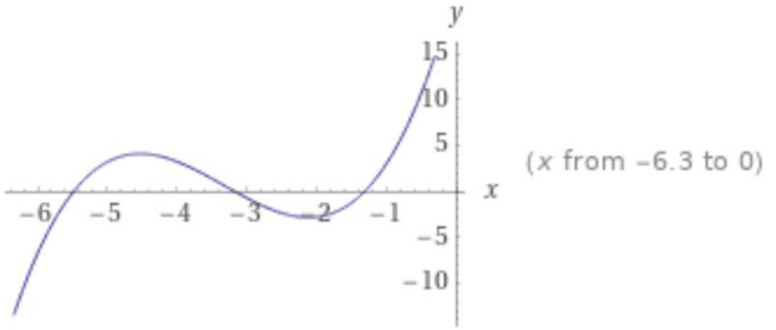
- $G_{OL}(s) = \frac{n}{n_c} = \frac{1}{20S} \cdot \frac{A_1 f A_2 K_m \mathrm{k_V}}{s[s(1+T_m s)+A_2 k_P K_m]} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s}$
- $G_{CL}(s) = \frac{G_{OL}(s)}{1+G_{OL}(s)} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s+5{,}8A_1}$
- Respuesta al escalón no oscilatoria → Polos de $G_{CL}(s)\ Re < 0$
  - Estudiemos las raíces del polinomio $p(s) = s^3 + 10s^2 + 29s + 5{,}8A_1 = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$
  - En primer lugar, $a_3 > 0$



Hoja 6. Ejercicio 5

Sustituyendo

- $G_{OL}(s) = \frac{n}{n_c} = \frac{1}{20S} \cdot \frac{A_1 f A_2 K_m \mathrm{k_V}}{s[s(1+T_m s)+A_2 k_P K_m]} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s}$
- $G_{CL}(s) = \frac{G_{OL}(s)}{1+G_{OL}(s)} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s+5{,}8A_1}$
- Respuesta al escalón no oscilatoria → Polos de $G_{CL}(s)\ Re < 0$
  - Estudiemos las raíces del polinomio $p(s) = s^3 + 10s^2 + 29s + 5{,}8A_1 = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$
  - En primer lugar, $a_3 > 0$
  - Para que el polinomio tenga tres raíces reales es necesario que su máximo local sea > 0 y el mínimo local sea < 0



Hoja 6. Ejercicio 5

Sustituyendo

- $G_{OL}(s) = \frac{n}{n_c} = \frac{1}{20S} \cdot \frac{A_1 f A_2 K_m \mathrm{k_v}}{s[s(1+T_m s)+A_2 k_P K_m]} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s}$
- $G_{CL}(s) = \frac{G_{OL}(s)}{1+G_{OL}(s)} = \frac{5{,}8A_1}{s^3+10s^2+29s+5{,}8A_1}$
- Respuesta al escalón no oscilatoria → Polos de $G_{CL}(s)\ Re < 0$
  - Estudiemos las raíces del polinomio $p(s) = s^3 + 10s^2 + 29s + 5{,}8A_1 = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$
  - En primer lugar, $a_3 > 0$
  - Para que el polinomio tenga tres raíces reales es necesario que su máximo local sea > 0 y el mínimo local sea < 0
  - Para encontrar los mínimos locales hallo $p'(s) = 3s^2 + 20s + 29$ y hallo sus raíces
    - $\alpha_1 = \frac{\sqrt{13}-10}{3}$
    - $\alpha_2 = \frac{-\sqrt{13}-10}{3}$

Hoja 6. Ejercicio 5

Sustituyendo

- Para encontrar los mínimos locales hallo $p'(s) = 3s^2 + 20s + 29$ y hallo sus raíces
  - $\alpha_1 = \frac{\sqrt{13}-10}{3}$
  - $\alpha_2 = \frac{-\sqrt{13}-10}{3}$
- Una vez halladas las raíces $[\alpha_1, \alpha_2]$ de $p'(s)$, evalúo $p(\alpha_1)$, $p(\alpha_2)$ e impongo los signos
  - $\begin{cases} p(\alpha_1) \leq 0 \rightarrow -19{,}121 + 5{,}8A_1 \geq 0 \rightarrow A_1 \geq 3{,}297 \\ p(\alpha_2) \geq 0 \rightarrow -26{,}065 + 5{,}8A_1 \leq 0 \rightarrow A_1 \leq 4{,}494 \end{cases}$