Pruebas 1 y 2
Primer semestre 2020

Grupo	Apellido y Nombre	Cédula

Ejercicio 1 *Sean A y B dos conjuntos tales que $|A \setminus B| = 20$, $|A^c| = 30$ y $|B^c| = 45$. La mínima cantidad de elementos que tiene el conjunto $A \cup B$ es:*

i) 55; ii) **25**; *iii) 20; iv) 50.*

Ejercicio 2 *Se considera los conjuntos $A = \{1, \{1\}, 2, \{2\}\}$ y $B = \{1, 2, \{2\}, \{1,2\}\}$. Marque Verdadero o Falso en cada caso (puede haber más de un verdadero y más de un falso).*

1. $B \subset A$
2. $|B| = 2$
3. $\{2\} \subset A \cap B$
4. $\{2\} \in A \cap B$

Ejercicio 3 *La expresión $\sqrt[6]{\sqrt[5]{a^7 a^{-2}}} \times \sqrt{a^3} \times a^{-\frac{2}{3}}$:*

i) existe para todo $a \geq 0$ y vale a^1;
ii) existe para todo $a \geq 0$ y vale a^4;
iii) **existe para todo** $a > 0$ **y vale** a;
iv) existe para todo $a \geq 1$ y vale a^0.

Ejercicio 4 *La expresión $\dfrac{\sqrt{0{,}01}\sqrt{0{,}0064}}{8 \times 10^{-3}}$ es igual a:*

i) 1000; ii) **1**; *iii) 8000; iv) 8.*

Ejercicio 5 *La expresión:*

$$3^{x(x-2)}\left(\frac{1}{27}\right)^x = \frac{1}{9^{-2+x}}$$

i) no tiene solución;
ii) tiene exactamente dos soluciones positivas;
iii) tiene exactamente una solución;
iv) **tiene exactamente dos soluciones: una positiva y la otra negativa.**

Ejercicio 6 *La ecuación*

$$2.\ln(x) - \ln(x+6) = 0$$

i) no tiene solución;
ii) **tiene exactamente una solución;**
iii) tiene exactamente dos soluciones positivas;
iv) tiene exactamente dos soluciones, una positiva y una negativa.

Ejercicio 7 *Un arco parábolico tiene 18 m de altura y 24 m de ancho. Si la parte superior del arco es el vértice de la parábola, ¿A qué altura sobre la base tiene la parábola un ancho de 16 metros?*

i) 8; **ii) 10**; iii) $\frac{18}{3}$; iv) -494.

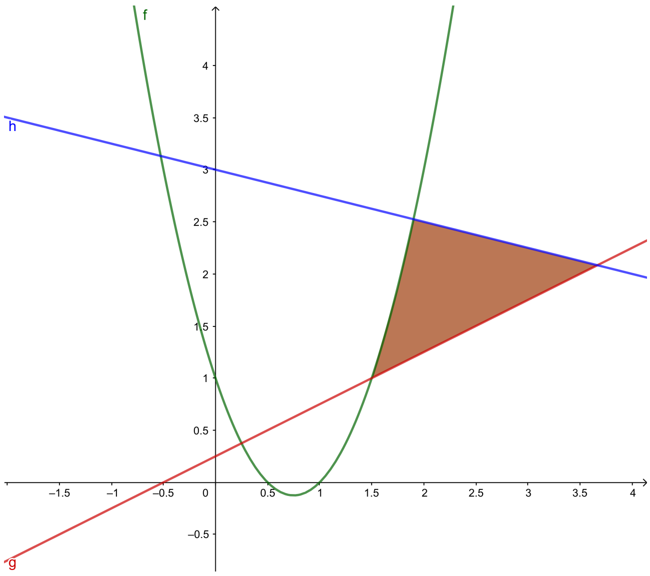
Ejercicio 8 *Se considera la circunferencia $\mathcal{C}$ de ecuación*

$$x^2 + 4x + y^2 - 2y + a = 0$$

que pasa por el punto $A = (2,1)$. Entonces $\mathcal{C}$ es

1. *la circunferencia de centro $(0,0)$ y radio 4.*
2. *la circunferencia de centro $(1,-2)$ y radio 1.*
3. **la circunferencia de centro $(-2,1)$ y radio 4.**
4. *la circunferencia de centro $(-2,1)$ y radio 1.*

Ejercicio 9 *La región sombreada en el siguiente dibujo se representa mediante el sistema:*



1. $\begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 \geq y \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \leq y \\ -\frac{1}{4}x + 3 \geq y \end{cases}$.

3. $\begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 \leq y \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \leq y \\ -\frac{1}{4}x + 3 \leq y \end{cases}$.

2. $\begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 \geq y \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \leq y \\ -\frac{1}{4}x + 3 \leq y \end{cases}$.

4. $\begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 \geq y \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \geq y \\ -\frac{1}{4}x + 3 \geq y \end{cases}$.

Ejercicio 10 *¿Verdadero o falso? Si es correcta la frase "Después de las 22 horas, el supermercado* Deloq haino faltanada, *está cerrado" entonces "si el supermercado no está cerrado entonces son antes de las 22 horas".*

Ejercicio 11 *¿Verdadero o falso? La negación de la frase "Todos las clases de Matemática Inicial se ofrecen por Zoom" es "Ninguna clase de Matemática Inicial se ofrece por Zoom".*

Ejercicio 12 *Pruebe que*

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{9}+\cdots+\frac{1}{n^2}\leq 2-\frac{1}{n}$$

para todo natural $n \geq 1$.

Ejercicio 13 *Pruebe que*

$$0\times 1+1\times 2+\cdots+(n-1)\times n=\frac{n\times(n-1)\times(n+1)}{3}$$

para todo natural $n \geq 2$.

Ejercicio 14 *Demuestre por Inducción Completa que* $3^n > 3n^2+5n+1$*, estableciendo la base inductiva.*