

VERSION 1

Ejercicio 1 Considere los siguientes conjuntos:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{\frac{x+1}{3x-3}} < 1 \right\} \quad y \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \ln(x) \geq 0\}$$

Hallar $B \setminus A$.

Ejercicio 2 Probar que para todo $n \geq 1$ se verifica

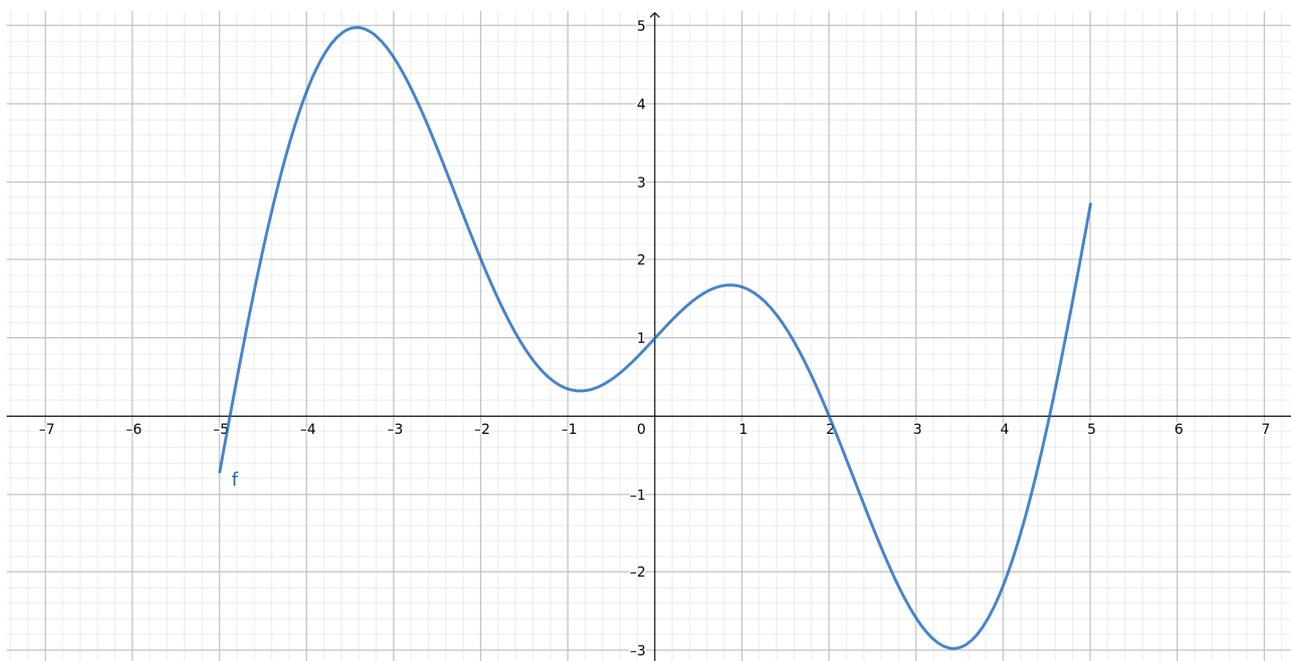
$$\sum_{i=1}^n (2i+1) = n^2 + 2n$$

Ejercicio 3 Considere la siguiente afirmación:

$$\exists x \geq 0, x^3 < x.$$

1. Probar que la afirmación es verdadera.
2. Determinar la negación de la afirmación.
3. Hallar $b \in \mathbb{R}$ de manera que la afirmación para todo $x < b, x^3 < x$ sea verdadera.
4. Escribir el contrarrecíproco de la afirmación: si $x < b$ entonces $x^3 < x$.

Ejercicio 4 El siguiente gráfico corresponde a una función $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$.



1. Determinar la imagen de f , $Im(f)$.
2. ¿Cuántas preimágenes tiene $y = 1$?
3. ¿Cuál es la imagen de $x = 2$?
4. Indicar un valor en $Im(f)$ con exactamente dos preimágenes.
5. Indicar el número de soluciones de la ecuación $f(x) = 0$.

VERSION 2

Ejercicio 5 Considere los siguientes conjuntos:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \log_{10} \left(\frac{x+1}{2x-2} \right) < 0 \right\}$$

$$B = \{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{x} \geq 1 \}$$

Hallar $B \setminus A$.

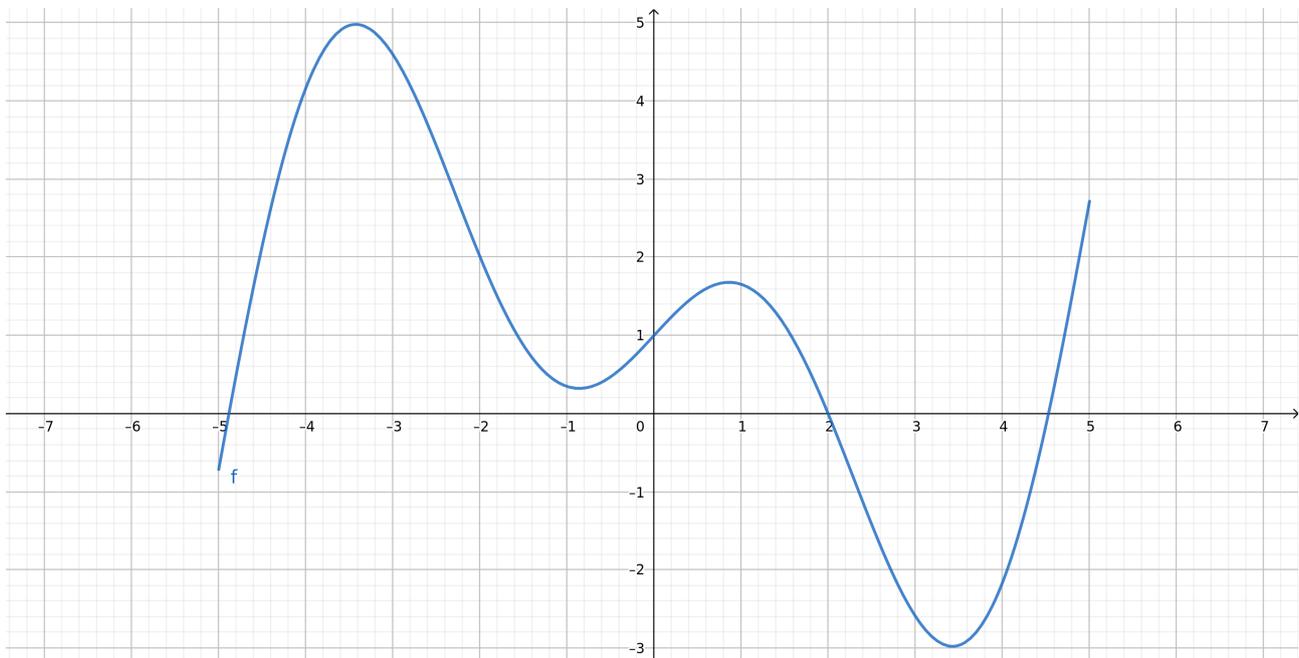
Ejercicio 6 Probar que para todo $n \geq 1$ se verifica que $4^n - 1$ es divisible por 3.

Ejercicio 7 Considere la siguiente afirmación:

$$\forall x > \sqrt{2}, \ln(x - \sqrt{2}) \geq 0.$$

1. Probar que la afirmación es falsa.
2. Determinar la negación de la afirmación.
3. Hallar $b \in \mathbb{R}$ de manera que la afirmación para todo $x > b$, $\ln(x - \sqrt{2}) > 0$ sea verdadera.
4. Escribir el contrarrecíproco de la afirmación: si $x > b$, entonces $\ln(x - \sqrt{2}) > 0$.

Ejercicio 8 El siguiente gráfico corresponde a una función $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$.



1. Determinar la imagen de f , $Im(f)$.
2. ¿Cuántas preimágenes tiene $y = 0$?
3. ¿Cuál es la imagen de $x = -2$?
4. Indicar un valor en $Im(f)$ con exactamente dos preimágenes.
5. Indicar el número de soluciones de la ecuación $f(x) = 1$.