

## VERSION 1

**Ejercicio 1** Considere los siguientes conjuntos:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{\frac{x+1}{3x-3}} < 1 \right\} \quad y \quad B = \{x \in \mathbb{R} : \ln(x) \geq 0\}$$

Hallar  $B \setminus A$ .

**Ejercicio 2** Probar que para todo  $n \geq 1$  se verifica

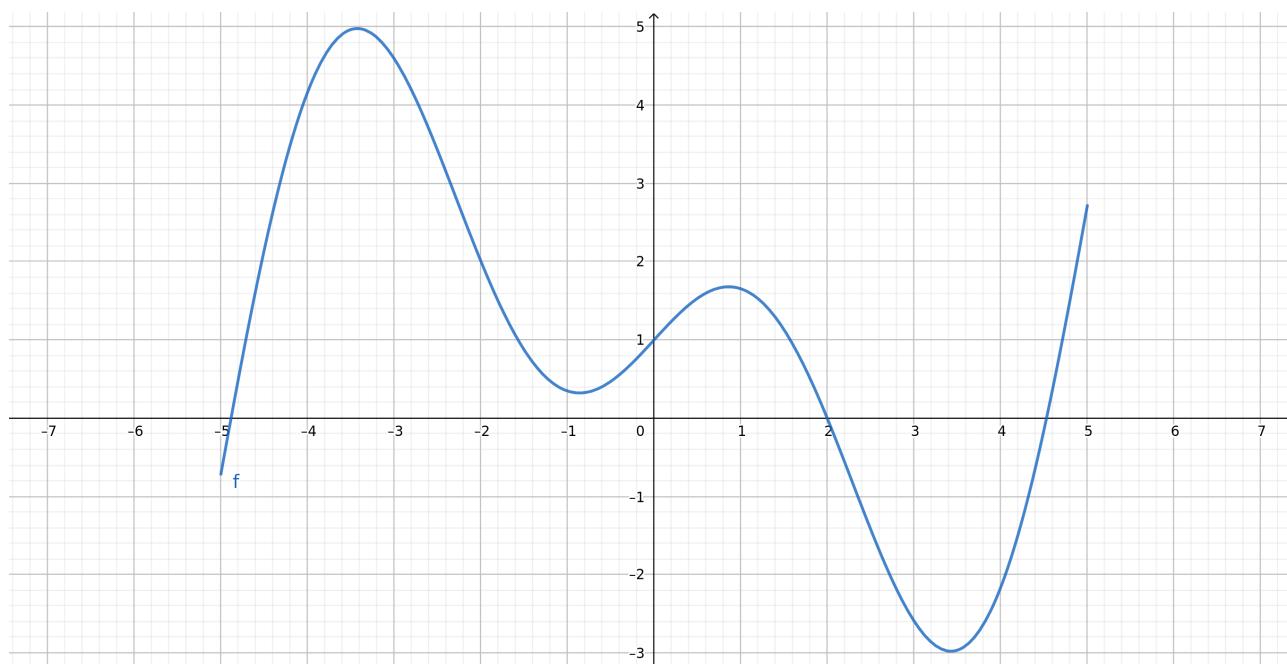
$$\sum_{i=1}^n (2i + 1) = n^2 + 2n$$

**Ejercicio 3** Considere la siguiente afirmación:

$$\exists x \geq 0, x^3 < x.$$

1. Probar que la afirmación es verdadera.
2. Determinar la negación de la afirmación.
3. Hallar  $b \in \mathbb{R}$  de manera que la afirmación para todo  $x < b, x^3 < x$  sea verdadera.
4. Escribir el contrarrecíproco de la afirmación: si  $x < b$  entonces  $x^3 < x$ .

**Ejercicio 4** El siguiente gráfico corresponde a una función  $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ .



1. Determinar la imagen de  $f$ ,  $Im(f)$ .
2. ¿Cuántas preimágenes tiene  $y = 1$ ?
3. ¿Cuál es la imagen de  $x = 2$ ?
4. Indicar un valor en  $Im(f)$  con exactamente dos preimágenes.
5. Indicar el número de soluciones de la ecuación  $f(x) = 0$ .

## VERSION 2

**Ejercicio 5** Considere los siguientes conjuntos:

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \log_{10} \left( \frac{x+1}{2x-2} \right) < 0 \right\}$$

$$B = \{ x \in \mathbb{R} : \sqrt{x} \geq 1 \}$$

Hallar  $B \setminus A$ .

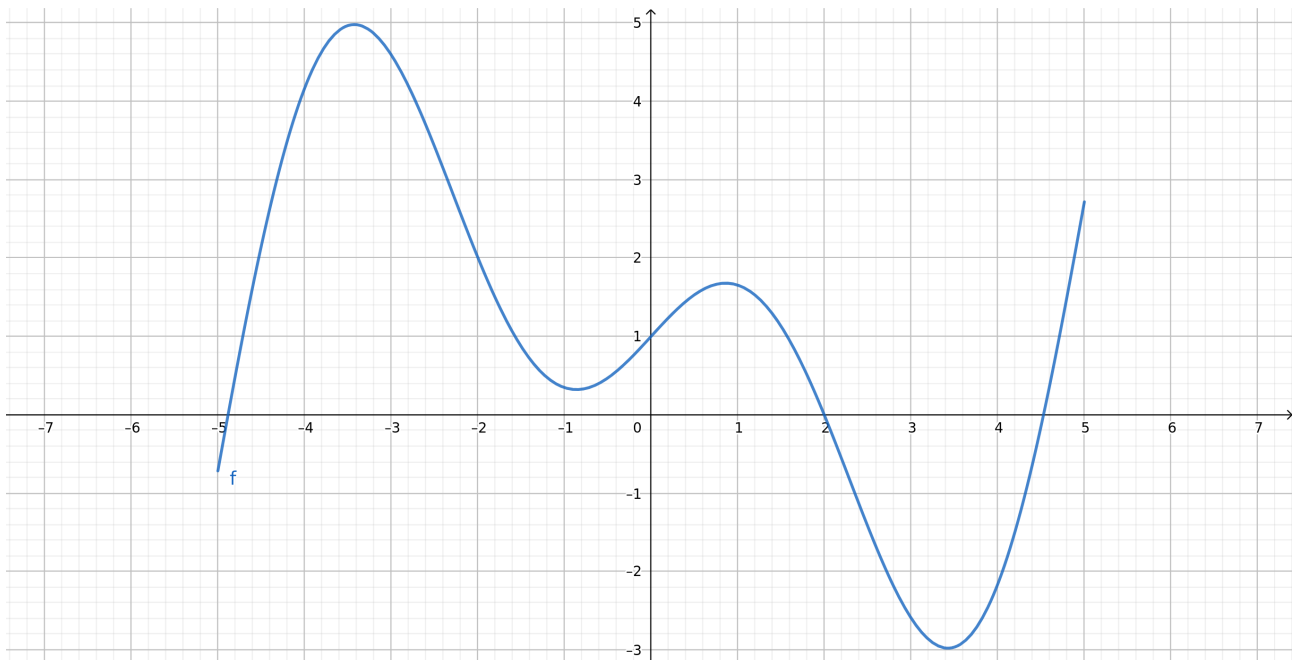
**Ejercicio 6** Probar que para todo  $n \geq 1$  se verifica que  $4^n - 1$  es divisible por 3.

**Ejercicio 7** Considere la siguiente afirmación:

$$\forall x > \sqrt{2}, \ln(x - \sqrt{2}) \geq 0.$$

1. Probar que la afirmación es falsa.
2. Determinar la negación de la afirmación.
3. Hallar  $b \in \mathbb{R}$  de manera que la afirmación para todo  $x > b$ ,  $\ln(x - \sqrt{2}) > 0$  sea verdadera.
4. Escribir el contrarrecíproco de la afirmación: si  $x > b$ , entonces  $\ln(x - \sqrt{2}) > 0$ .

**Ejercicio 8** El siguiente gráfico corresponde a una función  $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ .



1. Determinar la imagen de  $f$ ,  $Im(f)$ .
2. ¿Cuántas preimágenes tiene  $y = 0$ ?
3. ¿Cuál es la imagen de  $x = -2$ ?
4. Indicar un valor en  $Im(f)$  con exactamente dos preimágenes.
5. Indicar el número de soluciones de la ecuación  $f(x) = 1$ .