Soluciones resumidas del Práctico 2 (Ecuaciones-Inecuaciones)

Ejercicio 1

1. $\sqrt{x^2} = x$.

   Falso. (Contraejemplo: tomar $x = -1$).

2. $\sqrt{x^2+4} = |x| + 2$.

   Falso. (Contraejemplo: tomar $x = 1$).

3. $\frac{x}{x+y} = \frac{1}{1+y}$.

   Falso. (Contraejemplo: tomar $x = 0, y = 1$).

4. $\frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3} = \frac{2x^3+3x^2}{x^5}$.

   Verdadero.

5. $\frac{16+x}{16} = 1 + \frac{x}{16}$.

   Verdadero.

6. $\frac{1}{x^{-1}+y^{-1}} = x + y$.

   Falso. (Contraejemplo: tomar $x = 1, y = 1$).

7. $\frac{2}{4+x} = \frac{1}{2} + \frac{2}{x}$.

   Falso. (Contraejemplo: tomar $x = 1$).

8. $(x^3)^4 = x^7$.

   Falso. (Contraejemplo: tomar $x = 2$).

9. $6 - 4(x+y) = 6 - 4x - 4y$.

   Verdadero.

Ejercicio 2 *Resolver en $\mathbb{R}$ las siguientes ecuaciones y expresarlas de forma factorizada si es posible: En todas las ecuaciones de este ejercicio el dominio son todos los reales ($D = \mathbb{R}$).*

1. $x^2 + 9x - 10 = 0$
   Solución: *Conjunto solución $S = \{-10, 1\}$. Factorización: $x^2 + 9x - 10 = (x+10)(x-1)$*

2. $x^2 + 9 - 6x = 0$
   Solución: *Conjunto solución $S = \{3\}$. Factorización: $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$, 3 es raíz doble*

3. $2x^2 - 50 = 0$
   Solución: *Conjunto solución $S = \{-5, 5\}$. Factorización: $2x^2 - 50 = 2(x-5)(x+5)$*

4. $-2x^2 = 8x$
   Solución: *Conjunto solución $S = \{-4, 0\}$. Factorización: $-2x^2 - 8x = -2x(x+4)$*

5. $6x^2 + 36x = 0$
   Solución: *Conjunto solución $S = \{-6, 0\}$. Factorización: $6x^2 + 36x = 6x(x+6)$*

6. $3x^2 + 5x + 1 = 0$
   Solución: *Conjunto solución $S = \{\frac{-5-\sqrt{13}}{6}, \frac{-5+\sqrt{13}}{6}\}$. Factorización: $3x^2 + 5x + 1 = 3(x - \frac{-5-\sqrt{13}}{6})(x - \frac{-5+\sqrt{13}}{6})$*

7. $-x^2 + 2x - 1 = -2x^2 + x - 3$
   Solución: *Conjunto solución $S = \emptyset$, no se puede factorizar $x^2 + x + 2 = 0$*

8. $x^2 + 6x - 1 = (x-1)(x+7)$
Solución: $6 = 0$ *no tiene solución. Conjunto solución* $S = \emptyset$*, no se puede factorizar.*

9. $x^3 + 27 = 0$
Solución: *Conjunto solución* $S = \{-3\}$*. Factorización:* $x^3 + 27 = (x+3)(x^2 - 3x + 9)$.

10. $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$
Solución: *Conjunto solución* $S = \{1\}$*. Factorización:* $x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)^3$*, 1 raíz triple.*

11. $x^3 + 3x^2 + x - 1 = 0$
Solución:
Conjunto solución $S = \{(-1-\sqrt{2}), -1, (-1+\sqrt{2})\}$*. Factorización:* $x^3+3x^2+x-1 = (x+1)(x+1-\sqrt{2})(x+1+\sqrt{2})$
.

12. $8x^3 + 14x^2 - 5x - 2 = 0$ *sabiendo que 1/2 es raíz.*
Solución: *Utilizando el mismo procedimiento que en caso anterior, llegamos a que el polinomio que contiene las raíces restantes es* $Q(x) = 8x^2 + 18x + 4$*. Observemos que, para hallar sus raíces, podemos dividir todos los coeficientes por 2 para más comodidad en las cuentas. Las raíces de Q son* -2 *y* $-\frac{1}{4}$*, por lo que las raíces de* $P(x)$ *son* $\frac{1}{2}$*,* -2 *y* $-\frac{1}{4}$*. Conjunto solución* $S = \{1/2, -2, -1/4\}$*. Factorización:* $8x^3 + 14x^2 - 5x - 2 = 8(x - \frac{1}{2})(x+2)(x+\frac{1}{4})$.

Ejercicio 3 *Resolver las siguientes ecuaciones en* $\mathbb{R}$ *utilizando propiedades de logaritmo y potencia.*

1. $\frac{2^{3x+4}}{16^{x^2+3}} = 1$*. Dominio* $D = \mathbb{R}$
Solución:
$\frac{2^{3x+4}}{16^{x^2+1}} = 1 \Leftrightarrow 2^{3x+4} = (2^4)^{x^2+1} \Leftrightarrow 3x + 4 = 4(x^2+1) \Leftrightarrow 4x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ *o* $x = 3/4$.
Conjunto solución $S = \{0, 3/4\}$.

2. $3^{2x-5} = (27)^{x^2+1}$*.Dominio* $D = \mathbb{R}$
Solución:
$3^{2x-5} = 27^{x^2+1} \Leftrightarrow 3^{2x-5} = (3^3)^{x^2+1} \Leftrightarrow 2x - 5 = 3(x^2-2) \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ *o* $x = -1/3$.
Conjunto solución $S = \{1, -1/3\}$.

3. $\frac{4^{x-1}}{2^{x+2}} = 128$*. Dominio* $D = \mathbb{R}$
Solución:
$\frac{4^{x-1}}{2^{x+2}} = 128 \Leftrightarrow \frac{2^{2x-2}}{2^{x+2}} = 128 \Leftrightarrow 2^{2x-2} = 2^7(2^{x+2}) \Leftrightarrow 2x - 2 = x + 9 \Leftrightarrow x = 11$
Conjunto solución $S = \{11\}$.

4. $(\frac{9}{4})^{x^2/2} = \frac{3}{2}(\frac{8}{27})^{\frac{x-1}{3}}$*. Dominio* $D = \mathbb{R}$
Solución:
$(\frac{9}{4})^{x^2/2} = (\frac{3^2}{2^2})^{x^2/2} = (\frac{3}{2})^{x^2}$*. Por otro lado,* $\frac{3}{2}(\frac{8}{27})^{\frac{x-1}{3}} = \frac{3}{2}(\frac{2^3}{3^3})^{\frac{x-1}{3}} = \frac{3}{2}(\frac{2}{3})^{x-1} = \frac{3}{2}^{2-x}$ *y encontramos las raíces de* $x^2 + x - 2 = 0$*. Conjunto solución* $S = \{1, -2\}$

5. $\frac{1}{3}log(2x-1) = log(5) - log(3)$
Solución:
Primero observamos que $2x - 1$ *debe ser positivo, o sea,* $x > \frac{1}{2}$*. Dominio* $D = \{x \in \mathbb{R} : x > 1/2\} = (1/2, +\infty)$
$\frac{1}{3}log(2x-1) = log(5) - log(3) = log(\frac{5}{3}) \Leftrightarrow log(2x-1) = 3log(\frac{5}{3}) = log((\frac{5}{3})^3)$
$\Leftrightarrow 2x - 1 = (\frac{5}{3})^3 = \frac{125}{27}$*, es decir* $x = \frac{76}{27}$*. Conjunto solución* $S = \{\frac{76}{27}\}$.

6. $\log_5(2a+1) - \log_5(3a) = 0$
Solución:
Primero observamos que $2a + 1$ *y* $3a$ *deben ser positivos, o sea,* $a > 0$*. Dominio* $D = \{a \in \mathbb{R} : a > 0\} = (0, +\infty)$
$\log_5(2a+1) - \log_5(3a) = 0 \Leftrightarrow \log_5 \frac{2a+1}{3a} = 0 \Leftrightarrow \frac{2a+1}{3a} = 1 \Leftrightarrow a = 1$
Conjunto solución $S = \{1\}$.

7. $\log_2(x+6) = 3$
Solución:
Primero observamos que $x+6$ *debe ser positivo, o sea,* $x > -6$*. Dominio* $D = \{x \in \mathbb{R} : x > -6\} = (-6, +\infty)$
$\log_2(x+6) = 3 \Leftrightarrow 2^3 = x+6 \Leftrightarrow x = 2$
Conjunto solución $S = \{2\}$.

8. $\ln(x) + \ln(x+2) = \ln(x+8)$
Primero observamos que $x, x+2, x+8$ *deben ser positivos, o sea,* $x > 0$*. Dominio* $D = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\} = (0, +\infty)$
Solución:
$\ln(x) + \ln(x+2) = \ln(x+8) \Leftrightarrow \ln(x(x+2)) = \ln(x+8) \Leftrightarrow x(x+2) = x+8 \Leftrightarrow x^2 + x - 8 = 0$
Las raíces del polinomio son $\frac{1}{2}(-1-\sqrt{33})$ *y* $\frac{1}{2}(-1+\sqrt{33})$ *pero solo la segunda es solución de la ecuación ya que es positiva. Conjunto solución* $S = \left\{\frac{1}{2}(-1+\sqrt{33})\right\}$.

Ejercicio 4

1. $|x+3| = |2x+1|$*. Dominio* $D = \mathbb{R}$.
Solución:
$|x+3| = |2x+1| \Leftrightarrow x+3 = \pm(2x+1)$*. Si* $x+3 = 2x+1$ *resulta que* $x = 2$*. Si* $x+3 = -(2x+1)$*, resulta que* $x = -4/3$*. Conjunto solución* $S = \{2, -4/3\}$.

2. $|3x+5| = 1$*. Dominio* $D = \mathbb{R}$.
Solución:
Aqui hay 2 posibilidades $3x+5 = \pm 1$ *y entonces* $x = \frac{-4}{3}$ *o* $x = -2$*.Conjunto solución* $S = \{-2, -4/3\}$.

3. $\left|\frac{2x-3}{x+2}\right| = 3$*. Dominio* $D = \{x \in \mathbb{R} : x \neq -2\} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
Solución:
$\left|\frac{2x-3}{x+2}\right| = 3 \Leftrightarrow |2x-3| = 3|x+2| = |3(x+2)| \Leftrightarrow 2x-3 = \pm 3(x+2)$
Si $2x-3 = 3(x+2)$ *entonces* $x = -9$*. Si* $2x-3 = -3(x+2)$ *entonces* $x = -\frac{3}{5}$*. Conjunto solución* $S = \{-9, -3/5\}$.

4. $\left|\frac{-x+2}{x-3}\right| = |2x-1|$*. Dominio* $D = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 3\} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.
Solución:
$\left|\frac{-x+2}{x-3}\right| = |2x-1| \Leftrightarrow |-x+2| = |2x-1||x-3| = |(2x-1)(x-3)|$*. Nuevamente analizamos los dos casos:*
Si $-x+2 = (2x-1)(x-3)$ *entonces* $x = \frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$.
Si $-x+2 = -(2x-1)(x-3)$ *entonces* $x = \frac{4\pm\sqrt{6}}{2}$.
Conjunto solución $S = \left\{\frac{3-\sqrt{7}}{2}, \frac{4-\sqrt{6}}{2}, \frac{3+\sqrt{7}}{2}, \frac{4+\sqrt{6}}{2}\right\}$.

Ejercicio 5 *Trigonometría*

1. *Usando el círculo trigonométrico completar la tabla.*

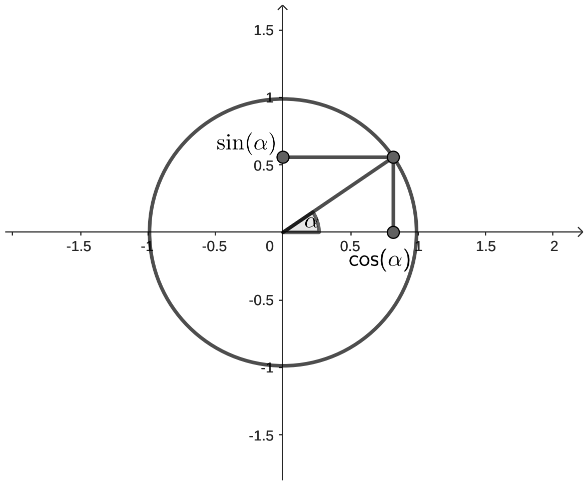

Figura 1: Círculo trigonométrico.

α	$\cos(\alpha)$	$\sin(\alpha)$	$\tan(\alpha)$
0	1	0	0
$\pi/6$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}/3$
$\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
$\pi/3$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}$
$\pi/2$	0	1	$-$
π	-1	0	0
$4\pi/3$	$-1/2$	$-\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}$
$7\pi/6$	$-\sqrt{3}/2$	$-1/2$	$\sqrt{3}/3$
$3\pi/2$	0	-1	$-$
$7\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	-1

2. *Sea* $0 < \theta < \pi/2$. *Usando el círculo trigonométrico calcular en función de* $\sin(\theta)$ *y* $\cos(\theta)$ *el seno y coseno de los siguientes ángulos:*

   a) $\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) = \cos(\theta)$ *y* $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin(\theta)$

   b) $\sin(\frac{\pi}{2} + \theta) = \cos(\theta)$ *y* $\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) = -\sin(\theta)$

   c) $\sin(\pi + \theta) = -\sin(\theta)$ *y* $\cos(\pi + \theta) = -\cos(\theta)$

   d) $\sin(\pi - \theta) = \sin(\theta)$ *y* $\cos(\pi - \theta) = -\cos(\theta)$

   e) $\sin(\frac{3\pi}{2} + \theta) = -\cos(\theta)$ *y* $\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) = \sin(\theta)$

   f) $\sin(\frac{3\pi}{2} - \theta) = -\cos(\theta)$ *y* $\cos(\frac{3\pi}{2} - \theta) = -\sin(\theta)$

3. *Resolver en* $\mathbb{R}$ *las siguientes ecuaciones trigonométricas:*

   a) *Si* $\cos^2(x) = 1$ *entonces* $\cos(x) = 1$ *o* $\cos(x) = -1$. *En el primer caso* $x = 2k\pi$ *con* $k \in \mathbb{Z}$ *y en el segundo* $x = (2k+1)\pi$ *con* $k \in \mathbb{Z}$. *En conclusión, el conjunto solución es*

   $$Sol = \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$$

   b) *Si* $\cos(2x) = \frac{1}{2}$ *entonces* $2x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$ *o* $2x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$ *y por lo tanto* $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ *o* $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. *En conclusión, el conjunto solución es*

   $$Sol = \{\frac{\pi}{6} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\frac{\pi}{6} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$$

   c) *Si* $\sin(2x+\pi) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ *entonces, utilizando la parte anterior,* $-\sin(2x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ *y por lo tanto* $\sin(2x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. *Luego,* $2x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$ *o* $2x = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi$ *y por lo tanto* $x = \frac{4\pi}{6} + k\pi$ *o* $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. *En conclusión, el conjunto solución es*

   $$Sol = \{\frac{2\pi}{3} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\frac{\pi}{6} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$$

   d) *Si* $\tan(x) = -1$ *entonces* $\sin(x) = -\cos(x)$ *lo que implica que* $x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi$ *o* $x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$ *y el conjunto solución es*

   $$Sol = \{\frac{3\pi}{4} + k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$$

e) *Si* $1-2\sin^2(x) = \sin(x-\pi)$*, utilizando la parte anterior, tenemos que* $1-2\sin^2(x) = -\sin(x)$ *y* $1-2\sin^2(x)+\sin(x) = 0$*. Aplicando Bashkara obtenemos que* $\sin(x) = 1$ *0* $\sin(x) = -1/2$*. Luego el conjunto solución es*

$$Sol = \{\frac{\pi}{2} + 2k\pi : k \in \mathbb{Z}\} \cup \{-\frac{\pi}{6} + 2k\pi : k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{7\pi}{6} + 2k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$$

f) *Si* $2\cos^3(x) - 2\cos^2(x) - \cos(x) + 1 = 0$ *hallamos las raíces del polinomio* $2y^3 - 2y^2 - y + 1$ *y obtenemos que* $cos(x) = 1$*,* $cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ *o* $cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ *y el conjunto solución es*

$$Sol = \{2k\pi : k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} : k \in \mathbb{Z}\}$$

Ejercicio 6 1. *¿Cuál es el número que al restarle su tercio a su doble se obtiene 15?* **Solución:** *El número es 9.*

2. *La suma de tres números impares consecutivos es igual a 99. Hallar la suma del menor y el mayor.* **Solución:** *Los impares en cuestión son 31,33 y 35. La suma es 31 + 35 =66.*

3. *Encontrar dos números impares consecutivos tales que su producto sea igual a 195.* **Solución:** *Los números son 13 y 15.*

4. *¿Cuáles son los dos números naturales consecutivos tales que la suma de sus cuadrados de 113?* **Solución:** *Los números son 7 y 8.*

5. *Un joven conductor de un vehículo interrogado por la policía acerca de su edad, respondió: el doble del cuadrado de la edad que tendré dentro de cuatro años, menos el triple del cuadrado de la edad que tenía hace dos años, es el doble de la edad que tendré dentro de 54 años.*

   - *Determinar la edad del joven al responder la pregunta.* **Solución:** *Su edad es 22 años.*

Ejercicio 7 1. *Para un evento se encargaron 500 sándwiches con los siguientes gustos: queso, olímpico y atún. Se sabe que la cantidad de sándwiches de queso es el triple que la cantidad de olímpicos y la cantidad de sándwiches olímpicos supera en 25 a la cantidad de los de atún. ¿Cuántos sándwiches hay de cada gusto?* **Solución:** *Hay 105 olímpicos, 80 de atún y 315 de queso.*

2. *Hallar la medida de los lados de un rectángulo cuya área es 8 y cuyo lado menor mide la mitad del lado mayor.* **Solución:** *El largo es 4 y el ancho 2.*

3. *El costo de una entrada al cine es de* 300 *pesos para adultos y es* 200 *para niños. Si el viernes fueron 250 personas y se recaudaron* $65\dot{0}00$ *pesos. ¿Cuántos adultos y cuántos niños concurrieron ese día al cine?* **Solución:** *Concurrieron 150 adultos y 100 niños.*

4. *En un estadio hay 3400 personas. Por cada 5 visitantes hay 12 locales. ¿Cuántos locales asistieron?* **Solución:** *Asistieron 2400 locales.*

Ejercicio 8 1. $4x - 2 > 3$ **Solución:** *Se cumple para* $x \in \left(\frac{5}{4}, +\infty\right)$.

2. $x^2 + 4x + 1 \geq 0$ **Solución:** *Se cumple para* $x \in (-\infty, -2-\sqrt{3}] \cup [-2+\sqrt{3}, +\infty)$.

3. $x(x-1)(x-2)(x-3) < 0$ **Solución:** *Se cumple para* $x \in (0,1) \cup (2,3)$.

4. $4 - 3x \geq 6$ **Solución:** *Se cumple para* $x \in (-\infty, -2/3]$.

5. $1 - x \leq 2$ **Solución:** *Se cumple para* $x \in [-1, +\infty)$.

6. $1 + 5x > 5 - 3x$ **Solución:** *Se cumple para* $x \in (1/2, +\infty)$.

7. $0 \leq 1 - x < 1$ **Solución:** *Se cumple para* $x \in (0, 1]$.

8. $\frac{2-x}{1+x} \leq 0$ **Solución:** *Se cumple para* $x \in (-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$.

9. $\sqrt{x+4} < x$ **Solución:** *Se cumple para* $x \in \left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}, +\infty\right)$.

10. $\sqrt{2x+8} < x + 4$ **Solución:** *se cumple para* $x \in (-2, +\infty)$

1. *Sea* S_i *el conjunto solución de la inecuación* $i = 1, \ldots, 10$ *de la parte anterior: Escribir* S_i *por extensión, utilizando notación de intervalos:*

- $S_1 = \left(\frac{5}{4}, +\infty\right)$
- $S_2 = (-\infty, -2-\sqrt{3}] \cup [-2+\sqrt{3}, +\infty)$
- $S_3 = (0, 1) \cup (2, 3)$
- $S_4 = (-\infty, -2/3]$
- $S_5 = [-1, +\infty)$
- $S_6 = (1/2, +\infty)$
- $S_7 = (0, 1]$
- $S_8 = (-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$
- $S_9 = \left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}, +\infty\right)$
- $S_{10} = (-2, +\infty)$

a) *Hallar* $S_i \cap S_{i+1}$ *con* $i = 1, \ldots, 9$,

- $S_1 \cap S_2 = \left(\frac{5}{4}, +\infty\right)$
- $S_2 \cap S_3 = (0, 1) \cup (2, 3)$
- $S_3 \cap S_4 = \emptyset$
- $S_4 \cap S_5 = [-1, \frac{-2}{3}]$
- $S_5 \cap S_6 = (1/2, +\infty)$
- $S_6 \cap S_7 = (1/2, 1]$
- $S_7 \cap S_8 = \emptyset$
- $S_8 \cap S_9 = \left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}, +\infty\right)$
- $S_9 \cap S_{10} = \left(\frac{1+\sqrt{17}}{2}, +\infty\right)$

b) *Hallar* $S_{i+1} \setminus S_i$ *con* $i = 1, \ldots, 9$,

- $S_2 \setminus S_1 = (-\infty, -2-\sqrt{3}] \cup [-2+\sqrt{3}, 5/4]$
- $S_3 \setminus S_2 = \emptyset$
- $S_4 \setminus S_3 = (-\infty, -2/3]$
- $S_5 \setminus S_4 = (-2/3, +\infty)$
- $S_6 \setminus S_5 = \emptyset$
- $S_7 \setminus S_6 = [0, 1/2]$
- $S_8 \setminus S_7 = (-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$
- $S_9 \setminus S_8 = \emptyset$
- $S_{10} \setminus S_9 = (-2, \frac{1+\sqrt{17}}{2}]$

c) *Hallar* S_i^c *con i par*

- $S_2^c = (-2-\sqrt{3}, -2+\sqrt{3})$
- $S_4^c = (-2/3, +\infty)$
- $S_6^c = (-\infty, 1/2]$
- $S_8^c = [-1, 2)$
- $S_{10}^c = (-\infty, -2]$

Ejercicio 9

1. $|x| < 3$ **Solución:** $x \in (-3, 3)$.

2. $|x| \geq 3$ **Solución:** $x \in (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$.

3. $|x - 4| < 1$ **Solución:** $x \in (3, 5)$.

4. $|x + 5| \geq 2$ **Solución:** $x \in (-\infty, -7] \cup [-3, +\infty)$.

5. $|2x - 3| \leq 0{,}4$ **Solución:** $x \in [13/10, 17/10]$.

6. $|5x-2|<6$ **Solución:** $x \in (-4/5, 8/5)$.

7. $|2x-5|<|3x+4|$ **Solución:** $x \in (-\infty,-9) \cup (1/5,+\infty)$.

8. $x^2-5|x|+4 \geq 0$ **Solución:** $x \in (-\infty,-4] \cup [-1,1] \cup [4,+\infty)$.

9. $3|x|-|x-2|>2$ **Solución:** $x \in (-\infty,-2) \cup (1,+\infty)$.

10. $\sqrt{x^2+4} \leq |x|+2$ **Solución:** $x \in \mathbb{R}$

1. *Sea S_i el conjunto solución de la inecuación $i=1,\ldots,10$ de la parte anterior: Escribir S_i por extensión, utilizando notación de intervalos:*

   - $S_1=(-3,3)$
   - $S_2=(-\infty,-3] \cup [3,+\infty)$
   - $S_3=(3,5)$
   - $S_4=(-\infty,-7] \cup [-3,+\infty)$
   - $S_5=[13/10,17/10]$
   - $S_6=(-4/5,8/5)$
   - $S_7=(-\infty,-9) \cup (1/5,+\infty)$
   - $S_8=(-\infty,-4] \cup [-1,1] \cup [4,+\infty)$
   - $S_9=(-\infty,-2) \cup (1,+\infty)$
   - $S_{10}=\mathbb{R}$

   a) *Hallar $S_i \cap S_{i+1}$ con $i=1,\ldots,9$,*

   - $S_1 \cap S_2=\emptyset$
   - $S_2 \cap S_3=(3,5)$
   - $S_3 \cap S_4=(3,5)$
   - $S_4 \cap S_5=[13/10,17/10]$
   - $S_5 \cap S_6=[13/10,8/5)$
   - $S_6 \cap S_7=(1/5,8/5)$
   - $S_7 \cap S_8=(-\infty,-9) \cup (1/5,1] \cup [4,+\infty)$
   - $S_8 \cap S_9=(-\infty,-4] \cup [4,+\infty)$
   - $S_9 \cap S_{10}=(-\infty,-2) \cup (1,+\infty)$

   b) *Hallar $S_{i+1} \setminus S_i$ con $i=1,\ldots,9$,*

   - $S_2 \setminus S_1=(-\infty,-3] \cup [3,+\infty)$
   - $S_3 \setminus S_2=\emptyset$
   - $S_4 \setminus S_3=(-\infty,-7] \cup [-3,3] \cup [5,+\infty)$
   - $S_5 \setminus S_4=\emptyset$
   - $S_6 \setminus S_5=(-4/5,13/10)$
   - $S_7 \setminus S_6=(-\infty,-9) \cup [8/5,+\infty)$
   - $S_8 \setminus S_7=[-9,-4] \cup [-1,1/5]$
   - $S_9 \setminus S_8=(-4,-2) \cup (1,4)$
   - $S_{10} \setminus S_9=[-2,1]$

   c) *Hallar S_i^c con i par*

   - $S_2^c=S_1$
   - $S_4^c=(-7,-3)$
   - $S_6^c=(-\infty,-4/5] \cup [8/5,+\infty)$
   - $S_8^c=(-4,-1) \cup (1,4)$
   - $S_{10}^c=\emptyset$

Ejercicio 10 1. $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}>0$ **Solución:** *Se cumple para* $x \in (-1,-1/2) \cup (0,+\infty)$.

2. $\frac{x}{x-1}<\frac{2x+1}{x}$ **Solución:** *Se cumple para* $x \in \left(-\infty, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right) \cup (0,1) \cup \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2},+\infty\right)$.

3. $\sqrt{x^2+1}>2x-3$ **Solución:** *Se cumple para* $x \in (-\infty, 2+\frac{2\sqrt{3}}{3})$.

4. $|\log x|>x^2$ **Solución:** $x \in (0,a)$, *con* $a \sim 0{,}653$ *el valor que verifica que* $\log(a)=a^2$. *Hacer las gráficas en GeoGebra.*

Soluciones resumidas del Práctico 2 (Ecuaciones-Inecuaciones)

Ejercicio 11 *Resolver en* $[0, 2\pi)$ *las siguientes inecuaciones:*

1. $2\cos(x) > \sqrt{3}$. **Solución:** *Se cumple que* $\cos(x) > \sqrt{3}/2$ *entonces esta inecuación se verifica para* $x \in (\frac{11\pi}{6}, 2\pi) \cup [0, \frac{\pi}{6})$
2. $2\sin(x) + 1 \leq 0$. **Solución:** *Se cumple que* $\sin(x) \leq -1/2$ *entonces esta inecuación se verifica para* $x \in [\frac{7}{\pi}6, \frac{11\pi}{6}]$
3. $\cos^2 x - 1 \leq 0$. **Solución:** *Como* $1 = \cos^2(x) + \sin^2(x)$ *esta inecuación siempre se verifica,*

Ejercicio 12

1. $\begin{cases} 1 + 5x > 5 - 3x \\ 0 \leq 1 - x < 1 \end{cases}$

   Solución: *Se cumple para* $x \in (\frac{1}{2}, 1]$.

2. $\begin{cases} x^2 + 4x + 1 \geq 0 \\ x(x-1)(x-2)(x-3) < 0 \end{cases}$

   Solución: *Se cumple para* $x \in (0, 1) \cup (2, 3)$.

3. $\begin{cases} \sqrt{x+4} < x \\ \sqrt{2x+8} < x + 4 \end{cases}$

   Solución: *Se cumple para* $x \in (\frac{1+\sqrt{17}}{2}, +\infty)$.

4. $\begin{cases} (x-2)^2 \geq 4 \\ \sqrt{x-1} \geq 1 \end{cases}$

   Solución: *Se cumple para* $x \in [4, +\infty)$.

5. $\begin{cases} \log(x+3) > 0 \\ x \leq 1 \end{cases}$

   Solución: *Se cumple para* $x \in (-2, 1]$.

6. $\begin{cases} \log_2(x+6) \leq 3 \\ 0 \leq 1 - x < 1 \end{cases}$

   Solución: *Se cumple para* $x \in (0, 1]$.

Ejercicio 13

1. a) *La relación entre las escalas de temperatura Celsius (C) y Fahrenheit (F) está dada por la relación* $C = \frac{5}{9}(F - 32)$.
   1) *¿Qué intervalo en la escala Celsius corresponde al rango* $[50, 95]$ *en la escala Fahrenheit?*
      Solución: *El intervalo que corresponde es* $[10, 35]$.
   2) *El pronóstico de la aplicación del celular dice que mañana la temperatura estará entre 20 grados y 30 grados Celsius. ¿Entre cuántos grados Fahrenheit estará?*
      Solución:
      El intervalo que corresponde es $[68, 86]$.

2. a) *El costo de un taxi en Montevideo (tarifa diurna) es el siguiente: la bajada de bandera cuesta* 47,72$ *y la ficha cada* 100 *metros de recorrido cuesta* 2,79$.
   1) *Describir mediante una inecuación la cantidad de kilómetros que se pueden recorrer con 500 pesos.*
      Solución: *La inecuación es* $47,72 + 27,9 \cdot x \leq 500$.
   2) *¿Cuál es la máxima cantidad de kilómetros que se pueden recorrer con 500 pesos?*
      Solución: *Puede recorrer* 16,2 *kilómetros aproximadamente.*