Optimización Continua y Aplicaciones (OCA)

(Obligatorio 1)

Bipartición, Programación Dinámica y Aplicaciones de CMTDH

Claudio Risso, Pablo Rodríguez Bocca

18 de agosto de 2023

El objetivo de este obligatorio es ejercitar las técnicas más básicas de optimización sin restricciones, explorar experimentalmente algunas propiedades fundamentales de las Cadenas de Markov de Tiempo Discreto, y tomar contacto con los lenguajes de programación que serán usados en este curso.

1 Ajustes de Series de Tiempo

Se cuenta con los *registros diarios* de aportes hidrológicos en la cuenca de cierta represa `hidroUY1` durante un período de $T = 100$ años. El archivo con esos datos es `aptsHUY1.txt`. El conjunto de muestras $S = \{s_t\}$ está expresado en hm^3, siendo la equivalencia de unidades $1\text{hm}^3 = 10^6\text{m}^3$. Se asume que todos los años son de 365 días y que se cuenta con el dato en el día 0, de donde el número total de muestras es 36501. El índice temporal t expresado en años queda $0 \leq t \leq 100$, en un conjunto discreto de pasos de duración 1/365: $t \in \{0, \frac{1}{365}, \ldots, 100\}$. Se aprecia en Fig-1 la estacionalidad de los aportes promedio en cada mes.

De un modelo teórico surge que la expresión para el valor esperado de los aportes en un día t cualquiera, que denominaremos $a(t)$, tiene la expresión $a(t) = s_0 e^{\mu \sin(2\pi t)}$ (recordar que $t \in \{0, \frac{1}{365}, \ldots, 100\}$), siendo s_0 la muestra de aportes inicial de la serie. Se busca estimar el parámetro μ en esa expre-

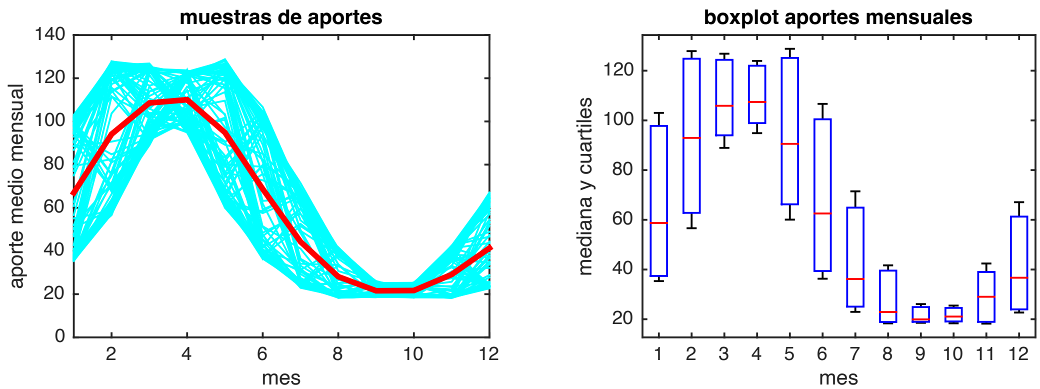

Figura 1: [IZQ] Las 100 realizaciones del proceso de aportes y la media (rojo). [DER] Boxplot de la misma serie.

sión minimizando el error cuadrático medio entre la función anterior y las muestras reales de aportes S, esto es, buscando el mínimo de la expresión:

$$err(\mu) = \frac{1}{|S|-1} \sum_{t=\frac{1}{365}}^{T} (e^{\mu \sin(2\pi t)} - \frac{s_t}{s_0})^2, \tag{1}$$

donde se han normalizado las muestras con s_0.

Las actividades previstas en esta sección comprenden las siguientes partes:

a) Implemente una función Matlab `[error]=errMu(mu)` que calcule para un `mu` dado el valor de Eq-1. Estime manualmente el μ probando con valores hasta aproximar a una precisión de un dígito decimal.

b) Implemente para una función `[derr]=errMup(mu)`, que corresponda a la derivada de `errMu(mu)`. Use el método de bipartición para calcular μ con un error menor a $1e^{-6}$ partiendo del intervalo [0,2]. Analice la evolución del error absoluto $|r_n - \bar{\mu}|$, asumiendo que el valor final es el óptimo $\bar{\mu}$.

c) Tomando como referencia exacta el $\bar{\mu}$ de la parte b), calcule la serie de desviaciones relativas $DR = \{dr_t\}$ siendo $dr_t = \dfrac{s_t}{s_0\ e^{\bar{\mu}\sin(2\pi t)}}$. Grafique el histograma del logaritmo de las muestras en DR.

d) En base a la observación anterior, ajuste las probabilidades de transición en una Cadena de Markov con cinco estados $E = \{-0.6, -0.3, 0, 0.3, 0.6\}$, asociando $\log(dr_t)$ al estado más cercano ¿Cuál es la matriz de transición de la cadena? ¿Existen la distribuciones estacionaria y límite?

e) Opcional: Proponga un generador aleatorizado de muestras discretas que aproximen la variable aleatoria *aportes diarios*.

2 Optimización de Despacho Hidrotérmico

La planificación de un sistema eléctrico como el Uruguayo embebe múltiples fuentes de incertidumbre de distintas dinámicas y horizontes temporales, que surgen de variaciones en lluvias, vientos, temperaturas y demanda, precios internacionales de combustibles fósiles, nuevas tecnologías, etc.

Una versión simplificada del problema es la de un sistema que consta de tres fuentes de energía: una unidad térmica, una hidráulica (en la figura de una represa) y la posibilidad de comprar energía a los países vecinos. Los principales datos de esas fuentes se muestran en Tab-1.

Fuente	**Potencia Máxima**	**Rendimiento**
Importación	——	300USD/MWh
Térmica	500MW	100USD/MWh
Hidráulica	250MW	$0.3125\text{MW}/\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

Tabla 1: Fuentes de energía y sus principales parámetros.

Puede asumirse que la demanda es predecible con precisión en los días por venir (e.g., una semana). Buscando un bajo costo de generación, una estrategia agresiva y miope para atender la demanda en esos días pasaría por usar toda la hidráulica posible en primer lugar, complementando con la térmica y eventualmente recurrir a la importación de ser necesario.

En general, esa forma de planificar la generación no es óptima cuando se sostiene en el tiempo, ya que el lago de la represa tiende a estar todo el tiempo en su mínimo técnico, indisponible, lo que conduce a la importación sistemática de energía. La generación hidráulica no tiene costo directo, pero sí tiene costo de oportunidad, porque el agua usada en un período deja de estar disponible para su uso futuro. En esta sección se busca valorar (i.e., estimar el costo) del agua en el embalse de una represa mediante una optimización a largo plazo del despacho energético del sistema, que será resuelta usando Programación Dinámica.

La unidad hidráulica tiene un lago que permite gestionar el stock de agua entre límites técnicos (mínimo y máximo). Ese volumen corresponde al estado de la represa. Asumimos que el lago recibe aportes hidrológicos determinísticos e iguales a la regresión de la sección 1. Sin pérdida de generalidad, asumimos que un volumen 0 en el lago corresponde al mínimo técnico de la represa, que tiene a su vez un máximo de $VM = 8000\text{hm}^3 = 8e^9\text{m}^3$. Cualquier aporte incremental por encima del valor anterior debe ser vertido, esto es, tirado río abajo sin pasar por las turbinas (i.e., sin generar energía).

Asumimos también que en ese rango, la unidad hidráulica tiene una eficiencia fija a igual a $CE = 0.3125\text{MW}/\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ y un turbinado máximo $TM = 800\frac{m^3}{s}$. Si x_t es el flujo de agua expresado en $\frac{m^3}{s}$ siendo turbinado en un instante t cualquiera, debe cumplirse $0 \leq x_t \leq 800$ y la potencia generada [MW] será $CE \cdot x_t$. De ahí surge que la potencia hidráulica máxima es $800 \times 0.3125 = 250\text{MW}$, según consta en Tab-1. También puede pensarse que si x_t es el flujo sostenido de agua $[\frac{m^3}{s}]$ siendo turbinado en una hora t cualquiera, la energía producida será $CE \cdot x_t$ [MWh].

La discretización usada para el paso temporal en este ejercicio será de una semana. Puede asumirse que un año consta de 52 semanas. El horizonte de planificación es un parámetro T y se mide en años.

Se pide:

a) Calcule el vector de aportes semanales esperado: `apt`, promediando los aportes diarios de la función $a(t)$ de la sección 1. El vector tendrá 52 valores y se pide expresar esos valores en $\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$. Por ejemplo, si luego de promediar la primera semana se llega a `apt(1)`$=50\frac{hm^3}{d}$, luego de normalizar las unidades se llegará al valor $50e^6/(24 \times 3600) = 578.7037\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$.

   Asimismo y asumiendo que la demanda promedio semanal (i.e., potencia en MW) en la semana s de un año cualquiera responde a la función $d(s) = 150 \cdot (4 + 2\cos(2\pi\frac{s}{52}))$, calcule el vector `dem`, con la demanda promedio de energía [MWh] a lo largo de las semanas del año.

b) Escriba la función `cgen(x,d)` que dé como resultado el costo total de generación (en USD) necesario para atender una demanda semanal promedio de `d`MW, cuando la generación hidráulica es la resultante de turbinar sostenidamente `x`$\frac{m^3}{s}$. Por ejemplo, si `d`=800MW y `x`=400$\frac{m^3}{s}$, la generación hidroeléctrica será 125MW, que se complementarán con 500MW de térmica (a un costo de $100 \times 500 \times 24 \times 7 = 8.400.000$USD) y con importaciones por 175MW (a un costo de $300 \times 175 \times 24 \times 7 = 8.820.000$USD), que resulta en `cgen(400,800)`=17.220.000USD.

c) Resuelva el problema de despacho optimizado para el sistema anterior cuando $T = 1$ año, asumiendo que el valor final del agua es nulo. Se discretizará el control en $M = 11$ y el estado en $N = 161$ niveles, uniformes en ambos casos. Tomar como esqueleto de referencia el siguiente código:

```
for t=52*T:-1:1, for v=1:N,
  fBllmn=zeros(M,1);
  for x=1:M,
   if (apt(t)*SegXsem+Dv*(v-1)>=Dx*(x-1)*SegXsem),
    volumen=apt(t)*SegXsem+Dv*(v-1)-Dx*(x-1)*SegXsem;
    [val,idx]=min(abs(volumen-niveles));
    fBllmn(x)=cgen(Dx*(x-1),dem(t))+A(idx,t+1);
   else
    fBllmn(x)=inf;
   end;
  end;
  [val,idx]=min(fBllmn); A(v,t)=val; C(v,t)=idx;
 end; end;
```

Siendo: `niveles=0:Dv:VM`, `A=zeros(N,52*T+1)` y `C=zeros(N,52*T)`. Grafique el costo futuro de despacho en el período como función del volumen inicial en el lago e interprete los resultados.

d) Partiendo del lago al 25% de su rango operativo: ¿cuál es el costo anual de despacho y el plan para operar la represa en el mes por venir (i.e., cuatro semanas)? ¿Cómo cambiaría el resultado si la demanda y aportes fueran constantes e iguales a sus promedios respectivos?

e) Compare el costo optimizado del lago al 25% con el que hubiera resultado de usar toda el agua disponible todo el tiempo posible.

f) Opcional: Calcule cuál debería ser el valor de T (i.e., el horizonte en años) para que, partiendo del lago al 25%, la diferencia relativa del costo anual promedio de un T al siguiente sea menor que 1%.