

# Elementos de Transferencia de Calor

Horacio Failache

2 de septiembre de 2010

# Índice general

<b>1. Elementos de transferencia de calor</b>	<b>1</b>
1.1. Radiación térmica . . . . .	1
1.1.1. Intensidad e irradiancia . . . . .	2
1.1.2. Radiación de cuerpo negro . . . . .	5
1.1.3. Emisividad . . . . .	6
1.1.4. Absortividad, reflectividad . . . . .	9
1.1.5. Ley de Kirchhoff y superficies grises . . . . .	11
1.1.6. Superficies selectivas . . . . .	13
1.1.7. Transmisión de radiación a través de medios transparentes . . . . .	15
1.2. Transferencia radiativa entre superficies . . . . .	20
1.2.1. Factor de vista . . . . .	20
1.2.2. Transferencia radiativa entre cuerpos negros . . . . .	22
1.2.3. Transferencia radiativa entre superficies grises, difusoras en un recinto cerrado . . . . .	23
1.3. Transferencia de calor por conducción y por convección . . . . .	26
1.4. Transferencia de calor por convección (casos particulares) . . . . .	27
1.4.1. Convección natural entre superficies planas . . . . .	27
1.4.2. Convección natural entre cilindros coaxiales . . . . .	29
1.5. Apéndice: Factores de Vista . . . . .	31

# Capítulo 1

## Elementos de transferencia de calor

En este capítulo se tratarán casi en exclusividad aquellos elementos de transferencia de calor que son de utilidad para el diseño y/o análisis de sistemas térmicos de energía solar. La transferencia de calor por conducción y convección son temas de tratamiento relativamente profundo en cursos de grado de ingeniería, y no se realizará en este capítulo un tratamiento en profundidad, salvo en aquellos puntos de especial utilidad en sistemas solares térmicos. En cambio, la transferencia de calor radiativa será especialmente considerada, tanto por su relevancia en los sistemas solares térmicos como por el hecho de que no es abordada con profundidad en cursos de grado. En general este modo de transferencia de calor es despreciable frente a la conducción en la mayoría de las aplicaciones en ingeniería, donde puede ser despreciado. Este no es el caso en los sistemas térmicos de energía solar.

### 1.1. Radiación térmica

La transferencia radiativa de calor es el proceso de intercambio de energía mediado por radiación electromagnética, de modo que no requiere para la transferencia ninguna forma de materia como en el caso de la transferencia por conducción o por convección. La radiación electromagnética se caracteriza por su frecuencia  $\nu$  o su longitud de onda  $\lambda$ . Ambas se encuentran relacionadas a través de la velocidad de propagación  $C$  en el medio correspondiente por la siguiente relación,

$$C = C_o/n = \lambda\nu \quad (1.1)$$

donde  $C_o = 2,998 \times 10^8 m/s$  es la velocidad de la luz en el vacío y  $n$  el índice de refracción del medio.

Un cuerpo a una determinada temperatura emite naturalmente radiación electromagnética. Esta tiene su origen en la excitación térmica de niveles discretos de energía de sus átomos o moléculas y su posterior des-excitación espontánea. Esta des-excitación emite esta energía en forma de ondas electromagnéticas denominada radiación térmica. Los niveles de energía excitados son tanto niveles electrónicos (a nivel de la corteza electrónica de los átomos), como niveles de energía vibracionales y rotacionales de las moléculas. Si bien entonces esta energía toma ciertos valores discretos, naturalmente el espectro de emisión es continuo debido a diversos mecanismos de ensanchamiento espectral y al gran número de niveles energéticos excitados. En medios materiales opacos solo la radiación originada a nivel de la superficie expuesta del medio material es emitida, mientras que la radiación que se origina en el interior del medio material es absorbida. En estos materiales absorbentes la emisión es un fenómeno de superficie.

El espectro de radiación térmica se extiende desde aproximadamente  $0,1\mu m$  hasta  $100\mu m$ . El intercambio radiativo de calor entre cuerpos tiene lugar en esta banda espectral que incluye parte del espectro ultravioleta, el espectro visible y el espectro infrarrojo ( 1.1).

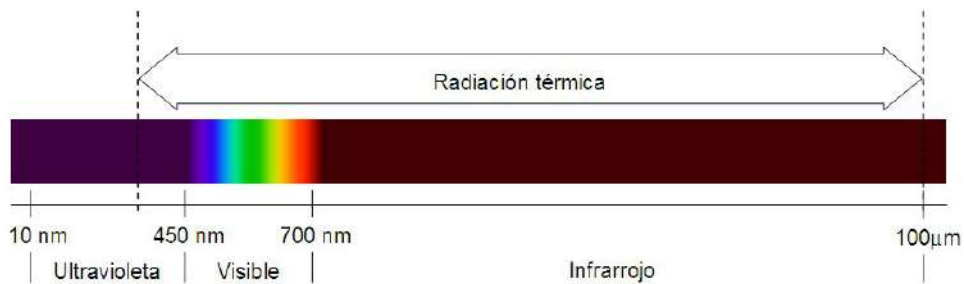


Figura 1.1: La radiación térmica se extiende desde el espectro UV al IR.

### 1.1.1. Intensidad e irradiancia

La radiación emitida por un cuerpo se caracteriza esencialmente por la distribución espectral de su energía y por su dirección de propagación. La magnitud física utilizada para caracterizar la radiación electromagnética emitida por una superficie es la intensidad o intensidad espectral.

La *intensidad espectral* de radiación emitida por una superficie mide el flujo de energía (o sea, la energía de radiación emitida por unidad de tiempo  $Q$  y por unidad de área de superficie perpendicularmente a la dirección de

emisión), por unidad de ángulo sólido  $\delta\Omega$  y por unidad de longitud de onda  $\lambda$ . La *intensidad espectral* depende entonces de la dirección de emisión, caracterizada por ejemplo por los ángulos de coordenadas esféricas  $\theta$  y  $\phi$  (Fig. 1.2), y por la longitud de onda  $\lambda$  de la radiación.

$$I_\lambda(\lambda, \theta, \phi) = \frac{\delta Q}{\delta A \delta \lambda \delta \Omega} \quad (1.2)$$

La *intensidad* de emisión mide el flujo de energía por unidad de ángulo sólido. Para calcular la *intensidad*  $I(\theta, \phi)$  es necesario integrar la *intensidad espectral* sobre el espectro de emisión

$$I(\theta, \phi) = \int_0^\infty I_\lambda(\lambda, \theta, \phi) d\lambda \quad (1.3)$$

A partir de la *intensidad* de emisión es posible calcular la potencia total emitida por una superficie (por unidad de área) o su *emisión*  $E$ , integrando la *intensidad* sobre todas las direcciones del espacio.

$$E = \int I(\theta, \phi) d\Omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I(\theta, \phi) \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (1.4)$$

En esta última ecuación se utilizó la expresión de ángulo sólido en coordenadas esféricas  $\delta\Omega = \sin(\theta)\delta\theta\delta\phi$  y el factor  $\cos(\theta)$  que relaciona los elementos diferenciales de superficie  $\delta S$  y  $\delta A$  ( $\delta S = \delta A \cdot \cos(\theta)$ ) detallados en la Fig. 1.2. Para realizar el cálculo de la ec. 1.4 es obviamente necesario conocer la distribución angular de la radiación emitida. La Fig. 1.3.a muestra el perfil de la distribución angular de emisión de una superficie real genérica asumiendo que esta tiene simetría de revolución en torno a la normal a la superficie. En la Fig. 1.3.b se muestra el caso particular de una superficie *difusora* ideal, para la cual la *intensidad* de emisión es considerada la misma en todas las direcciones del semi-espacio. En el caso de una superficie *difusora* perfecta es posible realizar fácilmente la integral angular de la ec. 1.4. Así, para una superficie *difusora* perfecta la *emisión*  $E$  vale

$$E_d = \int I_d d\Omega = I_d \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \cos(\theta) \sin(\theta) d\theta d\phi = \pi I_d \quad (1.5)$$

Si bien la *intensidad* fue introducida considerando la *emisión* de una superficie, el mismo concepto se extiende directamente a la intensidad incidente sobre una determinada superficie. Así, la *intensidad espectral*  $I_\lambda$  incidente sobre una superficie mide el flujo de energía incidente sobre una superficie a lo largo de una cierta dirección, por unidad de ángulo sólido y por intervalo

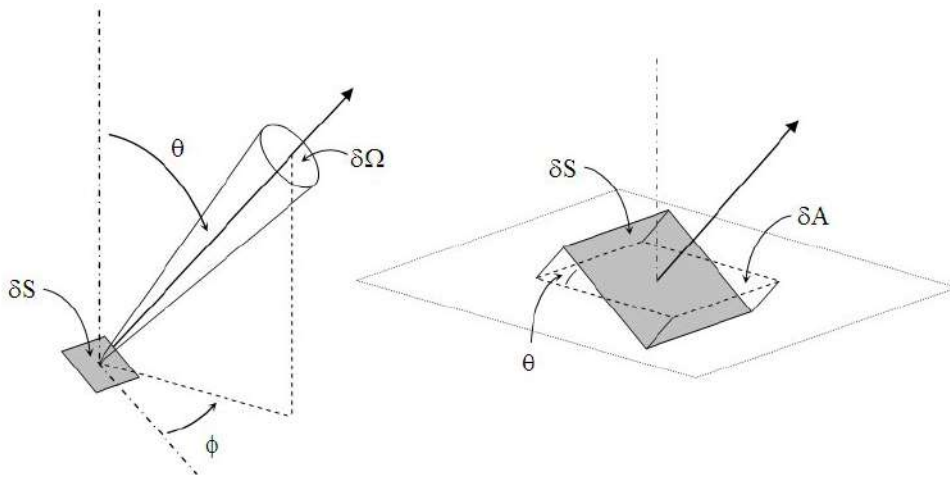


Figura 1.2: La intensidad espectral emitida por una superficie es el flujo de energía emitido por unidad de superficie  $\delta S$ , por unidad de ángulo sólido  $\delta\Omega$  y por unidad de longitud de onda.

de longitud de onda. Análogamente (a la *emisión*  $E$ ) se define la *irradiancia espectral*  $G_\lambda$  sobre una superficie como la potencia total incidiendo sobre la superficie por unidad de área  $\delta A$  y por intervalo de longitud de onda  $\delta\lambda$ . El cálculo de  $G_\lambda$  implica integrar sobre todas las direcciones de incidencia (ec. 1.4). De forma análoga se define la *irradiancia*  $G$  como la potencia total incidente sobre una superficie por unidad de área.

Para cuantificar la potencia total saliente de una superficie incluyendo la *emisión*  $E$  y el porcentaje reflejado de la *irradiancia*  $G$ , se define la radiosidad  $J$  a partir de la intensidad saliente, la cual incluye la intensidad emitida

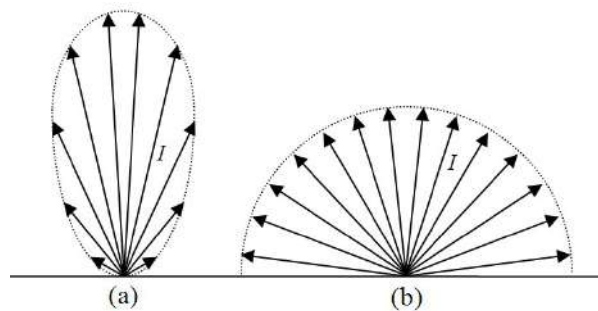


Figura 1.3: Distribución angular de la potencia  $E$  emitida por una superficie real (a), y el caso de una superficie difusora perfecta (b), donde  $E = E_o \cdot \cos(\theta)$ .

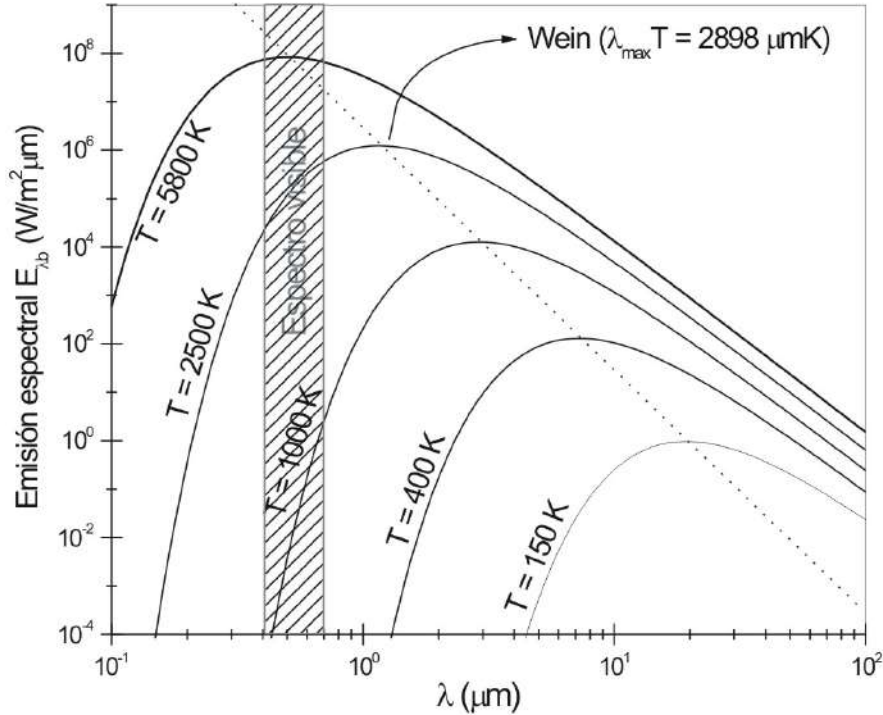


Figura 1.4: Espectro de emisión de cuerpo negro para diferentes temperaturas, incluyendo  $T = 5800\text{K}$ , temperatura de emisión de cuerpo negro que ajusta la emisión solar.

y la reflejada. Se hace notar que tanto los espectros como la distribución de las direcciones de propagación de estas dos intensidades (emitida y reflejada) son generalmente diferentes.

Un modelo de emisor de suma importancia es el modelo de *cuerpo negro*. Dicho modelo describe un emisor ideal utilizado como referencia de emisores reales.

### 1.1.2. Radiación de cuerpo negro

El concepto de *cuerpo negro* describe a un sistema físico que es capaz de absorber toda la energía radiativa que incide sobre él. Equivalentemente un cuerpo negro es un emisor ideal, que en equilibrio térmico emite toda energía que recibe. Un *cuerpo negro* entonces no refleja la radiación incidente.

Además para una temperatura y longitud de onda dada, ninguna superficie puede emitir mas energía que un *cuerpo negro*. Tercero, un cuerpo negro es un emisor difusor perfecto. Bajo estas hipótesis queda descrito el *cuerpo negro* cuyo espectro de emisión está dado por la ecuación de Planck,

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc_o^2}{\lambda^5 [e^{hc_o/\lambda kT} - 1]} \quad (1.6)$$

donde la constante de Planck  $h = 6,63 \times 10^{-34} J.s$ , la constante de Boltzmann  $k = 1,38 \times 10^{-23} J/K$  y  $T$  es la temperatura absoluta del cuerpo negro. Es importante mencionar que solo es posible obtener la ecuación ec. 1.6 asumiendo que la radiación electromagnética tiene su energía cuantizada. Estos cuantos de energía o fotones tienen una energía dada por la expresión  $h\nu$ . Una posible descripción alternativa y muchas veces indispensable para la radiación electromagnética es la de un flujo de fotones. La Fig. 1.4 muestra el espectro de emsión de cuerpo negro tal cual es descrito por la ec. 1.6 para diferentes temperaturas de cuerpo negro. Se observa que la potencia total emitida crece con el aumento de temperatura y simultáneamente la región del espectro dónde se concentra ésta potencia se desplaza hacia la región de menores longitudes de onda. La posición del máximo del espectro presenta una dependencia simple con la temperatura dada por la ley de Wien

$$\lambda_{max} = C_W T^{-1} \quad (C_W = 2897,8 \mu m.K) \quad (1.7)$$

El cálculo de la potencia total emitida por el cuerpo negro  $E_b$  tras realizar la integral de la ec. 1.4 tiene como resultado

$$E_b = \sigma T^4 \quad (\sigma = 5,670 \times 10^{-8} W/m^2.K^4) \quad (1.8)$$

La ecuación 1.8, que es conocida como la ley de Stefan-Boltzmann, muestra la muy fuerte dependencia de la potencia emitida por un cuerpo negro con la temperatura.

### 1.1.3. Emisividad

Para considerar la emisión de una superficie real es útil hacerlo en referencia a la emisión del emisor ideal de cuerpo negro. Así se introduce el concepto de emisividad de una superficie, que está relacionado con el apartamiento de la superficie real del mencionado modelo ideal. La emisividad espectral direccional de una superficie se define como la *intensidad espectral* de emisión de la superficie relativa a la intensidad espectral de emisión de cuerpo negro

$$\epsilon_{\lambda, \theta} = \frac{I_{\lambda}(\lambda, \theta, \phi, T)}{I_{\lambda b}(\lambda, T)}. \quad (1.9)$$



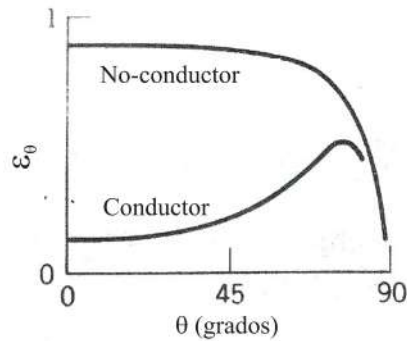


Figura 1.5: Comportamiento cualitativo de la emitancia de conductores y no-conductores.

La *Emisividad direccional* considera el espectro total de emisión a través de la intensidad de emisión

$$\epsilon_{\theta} = \frac{I(\theta, \phi, T)}{I_b(\lambda, T)}. \quad (1.10)$$

La *emisividad espectral* hemisférica contempla la emisión total (en todas las direcciones) de una superficie a una cierta longitud de onda ( 1.5)

$$\epsilon_{\lambda} = \frac{E(\lambda, T)}{E_b(\lambda, T)}. \quad (1.11)$$

y la *emisividad total* (sobre todas las direcciones del semi-espacio y sobre todas las longitudes de onda)

$$\epsilon = \frac{E(T)}{E_b(T)}. \quad (1.12)$$

Como se especifica explícitamente en la eq. 1.12, la *emisividad* de una superficie depende de su temperatura.

Conocida la *emisividad* de una superficie real es sencillo el cálculo de su emisión  $E$ . El conocimiento detallado de la emisividad de superficies reales es en general posible a través de medidas experimentales. Sin embargo, para cálculos aproximados de ingeniería muchas veces es posible recurrir a simplificaciones y/o modelos genéricos. Por ejemplo, el modelo de emisor difusivo no presenta apartamientos significativos del comportamiento real de muchas superficies. Si bien existe una diferencia cualitativa entre superficies conductoras y no-conductoras, como se muestra en la Fig. 1.5, el apartamiento del modelo difusivo no es en general sustancial. En el caso de superficies

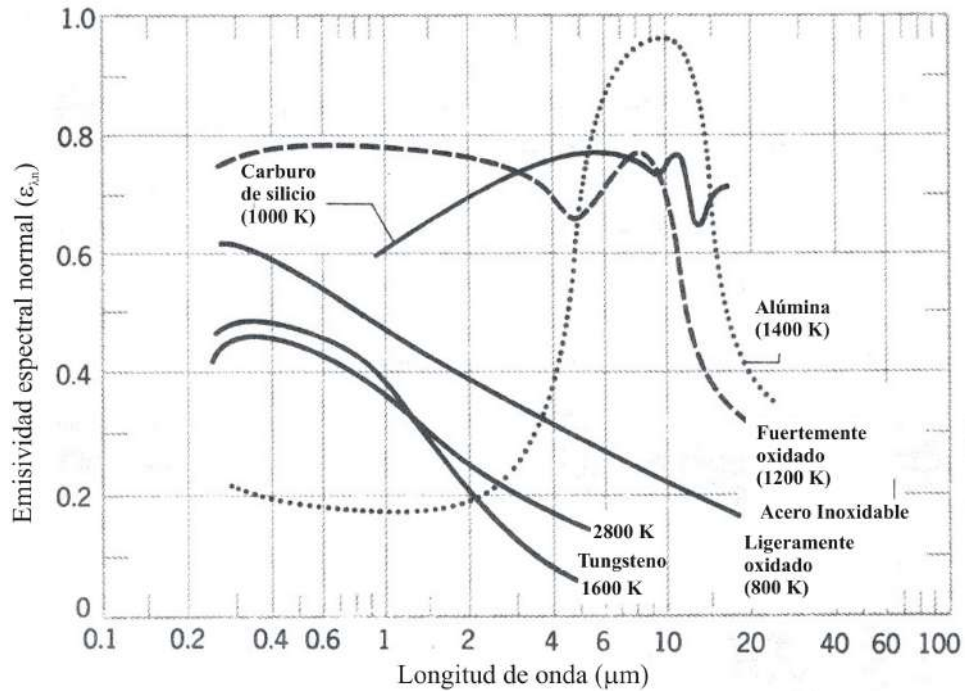


Figura 1.6: Comportamiento cualitativo de la emisividad direccional.

conductoras en general la *emisividad* presenta una variación relativa (respecto a la emisividad normal  $\epsilon_n$  ( $\epsilon_n = \epsilon_\theta(\theta = 0)$ )) aproximadamente dada por  $1 \leq (\epsilon/\epsilon_n) \leq 1,3$ , mientras que en el caso de superficies no-conductoras en general se tiene  $0,95 \leq (\epsilon/\epsilon_n) \leq 1,0$  [2], lo que en muchas aplicaciones hace razonable la aproximación  $\epsilon \approx \epsilon_n$ . La emisión espectral de superficies reales presenta apartamientos relativamente importantes de la emisión de *cuerpo negro*. La emisión depende de la naturaleza del material, del estado de la superficie, tanto de su pulido como de su estado químico (oxidación, impurezas, etc.). Ejemplos de emisividades para algunos materiales se muestran en la Fig. 1.6. A pesar de los apartamientos de la *emisividad espectral* del valor ideal unidad, pueden realizarse algunas generalizaciones:

- i) La *emisividad* de superficies metálicas bien pulidas y sin oxidación es relativamente baja.
- ii) La existencia de óxido puede drásticamente aumentar el valor de la *emisividad* de una superficie metálica.
- iii) Superficies no-conductoras presentan valores de *emisividad* altos, generalmente superando el valor de  $\epsilon_\lambda = 0,6$ .
- iv) En el caso de los conductores, la *emisividad* aumenta con la temper-

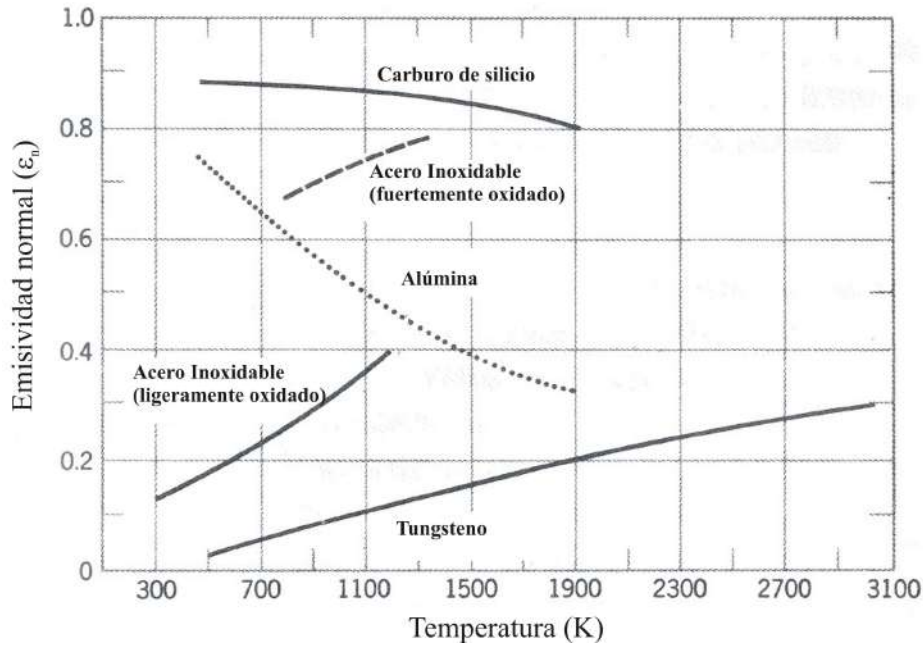


Figura 1.7: Dependencia espectral de la emisividad (normal) para diversos materiales.

atura. Sin embargo, en el caso de no-conductores puede aumentar o disminuir con la temperatura (ver Fig. 1.7).

En general es necesario consultar la literatura para obtener información sobre la *emisividad* de materiales específicos, pero es necesario tener en cuenta que el estado de superficie en lo que respecta por ejemplo a su pulido o a su grado de oxidación, es determinante .

#### 1.1.4. Absortividad, reflectividad

Considerando el caso específico de un material opaco (con transmisión despreciable), la intensidad incidente sobre una superficie  $I_\lambda$  será en parte absorbida ( $I_{\lambda abs}$ ) y en parte reflejada ( $I_{\lambda ref}$ ) por la misma, de modo que se verifica la siguiente relación

$$I_\lambda = I_{\lambda abs} + I_{\lambda ref}. \quad (1.13)$$

La *absortividad* y *reflectividad* de una superficie se definen a partir de la intensidad incidente absorbida y reflejada respectivamente en forma relativa a la intensidad incidente.

La *absortividad espectral direccional* se define entonces,

$$\alpha_{\lambda,\theta} = \frac{I_{\lambda \text{ abs}}(\lambda, \theta, \phi, T)}{I_{\lambda}(\lambda, \theta, \phi, T)}. \quad (1.14)$$

De forma análoga a las eqs. 1.11 y 1.12 se definen la *absortividad espectral*  $\alpha_{\lambda}$

$$\alpha_{\lambda} = \frac{G_{\lambda \text{ abs}}}{G_{\lambda}}. \quad (1.15)$$

y *absortividad* (total)  $\alpha$ ,

$$\alpha = \frac{G_{\text{abs}}}{G}. \quad (1.16)$$

Es muy importante remarcar que la *absortividad* total es una integral espectral y no depende solamente de la absorción específica de la superficie considerada sino que depende igualmente de la irradiancia espectral  $G_{\lambda}$ . La *absortividad* total de una determinada superficie debe especificarse entonces para una determinada distribución espectral de radiación incidente. En el caso específico de este curso se considerará generalmente una irradiancia solar.

La *reflectividad espectral direccional*  $\rho_{\lambda,\theta}$  se define de forma análoga en función de la fracción de intensidad incidente que es reflejada por la superficie

$$\rho_{\lambda,\theta} = \frac{I_{\lambda \text{ ref}}(\lambda, \theta, \phi, T)}{I_{\lambda}(\lambda, \theta, \phi, T)}. \quad (1.17)$$

la *reflectividad espectral*,

$$\rho_{\lambda} = \frac{G_{\lambda \text{ ref}}}{G_{\lambda}}. \quad (1.18)$$

y la *reflectividad* (total),

$$\rho = \frac{G_{\text{ref}}}{G}. \quad (1.19)$$

Las superficies pueden clasificarse según dos comportamientos ideales en reflectores *especulares* o reflectores *difusores*. Las superficies se dicen difusoras si la radiación reflejada es independiente del ángulo (como en un emisor difusivo, Fig. 1.3) e independientemente del ángulo de la radiación incidente. Una superficie reflectante especular es por el contrario aquella cuya emisión tiene lugar en el ángulo de reflexión especular respecto a la radiación incidente. En general una superficie real tiene un comportamiento intermedio y dependiente de la rugosidad de la superficie.

Debido a la ec. 1.13, las siguientes relaciones de conservación deben verificarse,

$$\alpha_{\lambda} + \rho_{\lambda} = 1 \quad (1.20)$$

y

$$\alpha + \rho = 1. \quad (1.21)$$

Lo que en particular implica que para superficies opacas conocer la absorptividad implica conocer la reflectividad y viceversa.

### 1.1.5. Ley de Kirchhoff y superficies grises

Considere un gran recinto isotérmico, dentro del cual se encuentra un conjunto de pequeños cuerpos. Debido a las grandes dimensiones del recinto, éste impone la distribución de la radiación dentro del mismo, la cual se ve perturbada de forma despreciable por la presencia de los cuerpos en su interior. Por definición la radiación dentro del recinto cerrado es una radiación de cuerpo negro. Asumiendo el equilibrio térmico del sistema a temperatura  $T$ , cada cuerpo se encuentra sometido entonces a una radiación de cuerpo negro y debe verificarse que cada cuerpo es irradiado por una emisión de cuerpo negro,

$$G = E_b(T). \quad (1.22)$$

Aplicando un balance energético para un cuerpo genérico  $i$ -ésimo, asumiendo el equilibrio térmico del sistema, se obtiene

$$\alpha_i G = E_i(T_i). \quad (1.23)$$

De las ecuaciones anteriores, tomando  $T_i = T$  se obtiene,

$$\frac{E_i(T)}{\alpha_i} = E_b(T) \quad (1.24)$$

o

$$\epsilon_i = \alpha_i. \quad (1.25)$$

Esta relación facilitará mucho los cálculos del intercambio radiativo de calor entre superficies, de modo que es importante entonces analizar las condiciones que permiten su aplicación.

Primero consideremos el caso de la absorptividad y la emisividad espectral direccional  $\alpha_{\lambda,\theta}$  y  $\epsilon_{\lambda,\theta}$ . Para éstos parámetros la igualdad

$$\epsilon_{\lambda,\theta} = \alpha_{\lambda,\theta} \quad (1.26)$$

se da sin restricciones al ser parámetros intrínsecos de la superficie considerada, ya que no dependen de la naturaleza de la radiación, o sea, ni de su espectro ni de su dirección de propagación. Para un tratamiento riguroso ver

[3]. Dada la relación ec. 1.26, la igualdad para los respectivos parámetros espectrales implica

$$\epsilon_\lambda = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \epsilon_{\lambda,\theta} \cos(\theta) \operatorname{sen}(\theta) d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos(\theta) \operatorname{sen}(\theta) d\theta d\phi} =? = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \alpha_{\lambda,\theta} I_\lambda \cos(\theta) \operatorname{sen}(\theta) d\theta d\phi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_\lambda \cos(\theta) \operatorname{sen}(\theta) d\theta d\phi} = \alpha_\lambda \quad (1.27)$$

Esta última igualdad se verifica si alguna de las siguientes condiciones se verifica:

- i) Si la radiación incidente es difusa, o sea, si  $I_\lambda$  es independiente del ángulo de incidencia.
- ii) La superficie es difusora, de modo que  $\epsilon_{\lambda,\theta}$  y  $\alpha_{\lambda,\theta}$  son independientes de  $\theta$  y  $\phi$ .

La aproximación de radiación difusa no es nada razonable tratándose de radiación solar que involucre la radiación directa. Por otra parte, la aproximación de superficie difusora es razonable en el caso de superficies poco pulidas.

Utilizando las ec. 1.11, ec. 1.15, la relación ec. 1.25 se verifica si

$$\epsilon = \frac{\int_0^\infty \epsilon_\lambda E_{b,\lambda} d\lambda}{E_b} =? = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda G_\lambda d\lambda}{G} = \alpha \quad (1.28)$$

Asumiendo ahora que  $\epsilon_\lambda = \alpha_\lambda$ , las condiciones que aseguran entonces la validez de la ley más general de Kirchhoff son,

- i) La irradiación corresponde a la emisión de cuerpo negro a la temperatura de la superficie considerada, de modo que  $E_{b,\lambda} = G_\lambda$ .
- ii) La superficie en consideración es gris, o sea, su emisividad  $\epsilon_\lambda$  y su absorptividad  $\alpha_\lambda$  son independientes de la longitud de onda.

Si bien en particular la ley de Kirchhoff se verifica bajo las restricciones antes descriptas, en general la absorptividad  $\alpha$  de una superficie depende del espectro incidente  $G_\lambda$ , mientras que la emisividad  $\epsilon_\lambda$  es una propiedad intrínseca de la superficie, de modo que en general la ley de Kirchhoff no es válida al considerar irradiancias diferentes. Por otro lado, la condición de superficie gris, que permite asegurar la validez de la ley de Kirchhoff, puede hacerse menos restrictiva ya no requiere necesariamente la independencia de  $\epsilon_\lambda$  y  $\alpha_\lambda$  sobre todo el espectro. En efecto, es suficiente con que  $\epsilon_\lambda$  y  $\alpha_\lambda$  sean constantes dentro de la banda espectral en la cual la superficie es irradiada y a su vez emite.

En conclusión, una *superficie gris difusora* (para la cual  $\epsilon_{\lambda,\theta}$  y  $\alpha_{\lambda,\theta}$  no dependen ni de  $\lambda$ , ni de  $\theta$ ), verificará necesariamente la ley de Kirchhoff. La hipótesis de superficie gris difusora es muy útil para el cálculo de la transferencia radiativa de calor entre superficies, pero debe realizarse con cuidado.

Observamos que en las condiciones de validez de la ley de Kirchhoff, la ec. 1.21 permite obtener tanto la emitancia como la absorptancia de una superficie si es conocida la reflectancia de la misma. La misma consideración puede realizarse para las emitancias, absorptancias y reflectancias espectrales utilizando la ec. 1.20.

### 1.1.6. Superficies selectivas

El diseño de superficies para la construcción de colectores solares, requiere que éstas presenten una máxima absorptividad  $\alpha$  para la radiación solar. Al mismo tiempo, de modo de evitar la pérdida de energía por emisión térmica es necesario que la superficie presente una baja emisividad  $\epsilon$ . A pesar de la aparente contradicción con la ley de Kirchhoff ( $\alpha=\epsilon$ ), ésta superficie es en general posible, porque la temperatura de la superficie de los colectores rara vez supera los  $470K$ , mientras que la temperatura de emisión del sol (como cuerpo negro) es de  $5800K$ . Entonces como los espectros solar y de emisión de la superficie del colector no tienen prácticamente solapamiento, es posible concebir una superficie ideal o *superficie selectiva* que presente una alta absorptividad en el rango espectral solar y una baja emisividad en el rango de emisión de una superficie a  $470K$  (aprox.  $200^\circ C$ ) que se ubica para longitudes de onda superiores a aproximadamente  $3\mu m$ . La absorptancia de una superficie selectiva ideal se muestra en la Fig. 1.8. Una superficie selectiva ideal se denomina como semi-gris, ya que puede concebirse como una superficie gris a tramos, una superficie gris para el espectro solar y una superficie gris, de reflectancia diferente, en el rango de emisión térmica con frecuencia inferior de corte de  $3\mu m$ . La utilización de Concentradores Solares con generadores térmicos requieren generalmente operar a altas temperaturas del colector para aumentar su eficiencia. Las temperaturas de operación pueden fácilmente superar los  $500^\circ C$ . En este caso, es necesario considerar además la estabilidad de las propiedades de la superficie selectiva, las cuales pueden depender de la temperatura y también del tiempo de operación, debido a una posible degradación.

Existen diferentes formas de obtener selectividad en una superficie. Las superficies selectivas *intrínsecas* se basan en la utilización de materiales para los cuales la selectividad es una propiedad intrínseca. En general se utilizan metales de transición y semiconductores, y a veces requieren un tratamiento anti-reflectivo. Si bien no existen buenas superficies selectivas intrínsecas, estos materiales se utilizan junto a otros en superficies selectivas *multicapas* o en *composite*.

Las superficies selectivas *semiconductor-metal* utilizan semiconductores como Si o Ge para absorber las longitudes de onda cortas y un sustrato

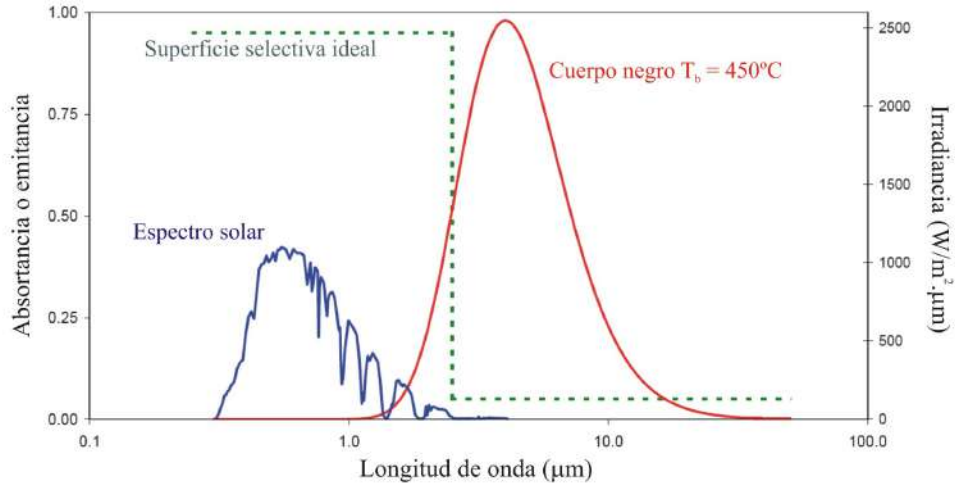


Figura 1.8: Irradiancias solar y de cuerpo negro a temperatura de  $450\text{K}$ , y absorptancia de una superficie selectiva ideal.

metálico para obtener baja emitancia a mayores longitudes de onda. Dado el alto índice de refracción de los semiconductores, que implican altas reflectividades, es necesario utilizar tratamientos anti-reflectivos.

Las superficies selectivas *multicapa* se fabrican con varias capas metálicas y semiconductoras, logrando altas absorptancias del espectro solar y bajas emitancias térmicas, pudiendo ser estables a temperaturas superiores a  $400\text{K}$ .

Las superficies selectivas *composite metal-dieléctrico* utilizan una capa con muy alta absorptividad para la irradiancia solar y transparente en el IR, depositada sobre un substrato metálico que presenta baja emitancia térmica. La capa composite metal-dieléctrico de alta absorptividad se compone de pequeñas partículas metálicas impregnadas en una matriz dieléctrica. La alta absorptividad del composite se logra ya sea intrínsecamente por el material utilizado, por una adecuada estructura geométrica del composite o por ambos métodos.

La utilización de un *texturado* de la superficie, que permite aprisionar parcialmente la radiación solar generando cavidades en la superficie, es un método frecuentemente utilizado para aumentar la absorptividad solar. Por otro lado, a escalas menores, comparables con longitudes de onda visibles, superficies nano-estructuradas, con agujas, poros o dendritas permiten obtener selectividad.

Para un tratamiento más en profundidad del tema de superficies selectivas



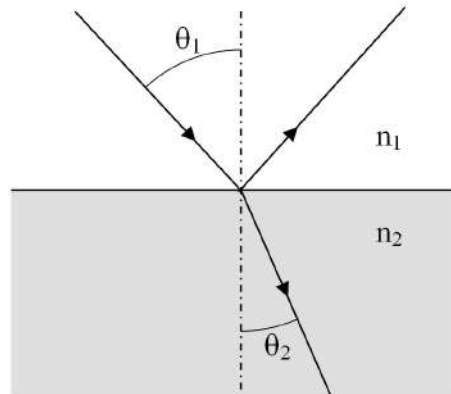


Figura 1.9: Refracción de un haz de luz en la interfase entre dos medios.

se recomienda el reporte técnico [4] y las referencias allí incluidas.

### 1.1.7. Transmisión de radiación a través de medios transparentes

La luz al cruzar la interfase entre dos medios transparentes es difractada, o sea, su dirección de propagación sufre una desviación, que es descrita por la ley de Snell,

$$n_1 \operatorname{sen}(\theta_1) = n_2 \operatorname{sen}(\theta_2) \quad (1.29)$$

dónde los ángulos se miden respecto a la perpendicular a la interfase, y  $n_i$  es el índice de refracción del medio respectivo, como se muestra en la Fig. 1.9. Parte de la luz incidente sobre la interfase es reflejada. El coeficiente de reflexión depende de la polarización incidente. Según si la luz incide con polarización paralela o perpendicular al plano definido por la dirección de incidencia y la perpendicular a la interfase, el coeficiente de reflexión para la intensidad (no confundir con los coeficientes de reflexión de amplitud de campo eléctrico) valen respectivamente

$$r_{\parallel} = \left( \frac{n_2 \cos(\theta_1) - n_1 \cos(\theta_2)}{n_2 \cos(\theta_1) + n_1 \cos(\theta_2)} \right)^2 \quad (1.30)$$

$$r_{\perp} = \left( \frac{n_1 \cos(\theta_1) - n_2 \cos(\theta_2)}{n_1 \cos(\theta_1) + n_2 \cos(\theta_2)} \right)^2. \quad (1.31)$$

Es posible utilizar la ley de Snell para eliminar los índices de refracción de los medios en los coeficientes anteriores y obtener

$$r_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} \quad (1.32)$$

$$r_{\perp} = \frac{\text{sen}^2(\theta_1 - \theta_2)}{\text{sen}^2(\theta_1 + \theta_2)}. \quad (1.33)$$

En el caso de que la luz incidente sea no polarizada, como los coeficientes de reflexión anteriores difieren, la reflexión resultará parcialmente polarizada. Tratándose de luz no-polarizada el coeficiente de reflexión vale

$$r = \frac{r_{\perp} + r_{\parallel}}{2}. \quad (1.34)$$

En muchas situaciones reales el ángulo de incidencia de la luz es muy próximo de la perpendicular a la interface. En dicho caso se observa a partir de las ec. 1.30 y ec. 1.31 que el coeficiente de reflexión es independiente de la polarización y vale

$$r = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2. \quad (1.35)$$

En general, en la gran mayoría de las aplicaciones de cubiertas de vidrio o de algún polímero, la radiación debe atravesar una capa de dicho material, o sea, dos interfaces. En este caso es necesario extender las ecuaciones anteriores para los coeficientes de reflexión a esta situación descrita en la Fig. 1.10. Por ejemplo, se desprende directamente de esta figura que el coeficiente de transmisión para polarización paralela, de una capa de material de cuyo coeficiente de reflexión por interface vale  $r_{\parallel}$ , es

$$\tau_{\parallel} = (1 - r_{\parallel})^2 \sum_{n=0}^{\infty} r_{\parallel}^{2n} = \frac{1 - r_{\parallel}}{1 + r_{\parallel}}. \quad (1.36)$$

Obviamente la misma expresión se obtiene para el caso de polarización perpendicular. El coeficiente de transmisión para luz no-polarizada se calcula como el promedio de los coeficientes para las dos posibles polarizaciones lineales.

En general el índice de refracción de un material depende de la longitud de onda de la luz. En el caso que se considere radiación solar, el cálculo de coeficientes de reflexión o transmisión deberá hacerse con un índice de refracción promedio para material sobre el espectro solar. Por ejemplo, el

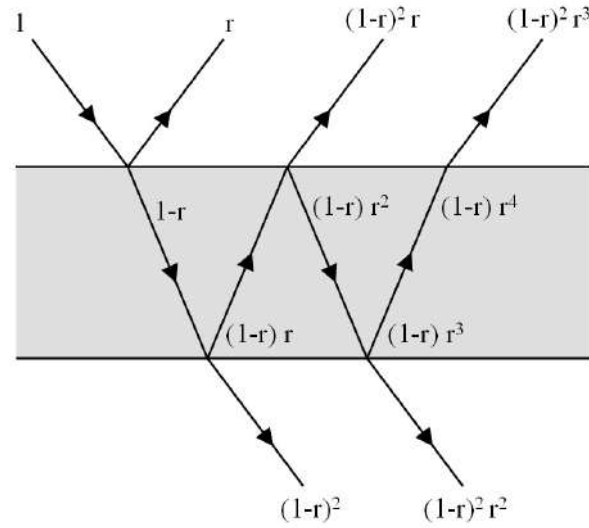


Figura 1.10: Transmisión (y reflexión) de un haz de luz a través de una capa de material transparente.

vidrio tiene un índice de refracción promedio  $n_v \simeq 1.53$ , y una capa de vidrio tendrá una transmisión para la radiación solar en incidencia normal de

$$\tau_r = \frac{1-r}{1+r} \simeq 0,92 \quad (1.37)$$

En la Fig. 1.11 se muestra la dependencia de la transmisión de una capa de vidrio con el ángulo de incidencia. Observe que existe una baja dependencia para ángulos inferiores a  $30^\circ$  aproximadamente.

En la ecuación ec. 1.37, el subíndice  $r$  hace referencia a que se trata de la transmisión calculada tomando exclusivamente en cuenta las reflexiones, despreciando la absorción del medio.

En un medio con baja absorción como el vidrio u otros materiales transparentes, la variación relativa debido a la absorción de la intensidad transmitida puede describirse considerándola proporcional a la longitud de propagación en el medio  $\delta x$ ,

$$\frac{\delta I}{I} = -\kappa \delta x \quad (1.38)$$

siendo  $\kappa$  la constante de absorción del medio. Integrando la ec.1.38, se obtiene el coeficiente de transmisión considerando solamente el efecto de absorción del medio,

$$\tau_a = e^{(-\kappa x)} \quad (1.39)$$

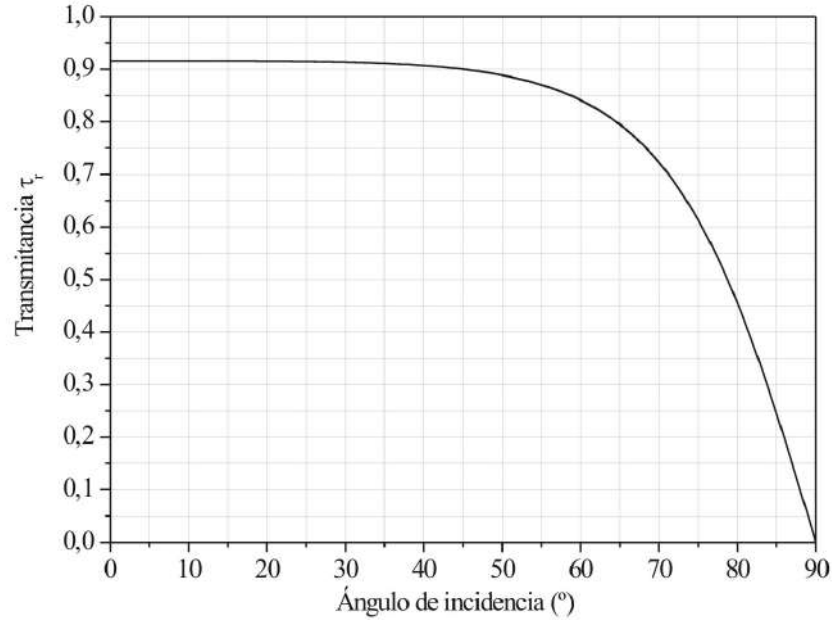


Figura 1.11: Transmitancia de una capa de vidrio ( $n \simeq 1,53$ ) según diferentes ángulos de incidencia.

dónde  $I_o$  es la intensidad de entrada y  $x$  la longitud total del recorrido dentro del material. Por ejemplo, para vidrio el coeficiente de absorción puede variar entre  $\kappa = 4m^{-1}$  para un vidrio con bajo contenido de  $Fe_2O_3$  hasta  $\kappa = 30m^{-1}$  para vidrios con contenidos de  $Fe_2O_3$  superior a 0,5% (vidrios con una ligera coloración verdosa). Los coeficientes de absorción antes mencionados corresponden a transmisiones para una capa de 5mm de espesor (en incidencia normal) de  $\tau_a = 0,98$  y  $\tau_a = 0,86$  respectivamente. El vidrio con alto contenido en  $Fe$  presenta una muy alta absorción de la porción infrarroja del espectro solar, como muestra la Fig.1.12. Un material en general puede presentar una absorción con importantes variaciones dentro de una determinada región espectral. Es así que en aplicaciones en energía solar, el coeficiente de absorción de un determinado material es en realidad un valor medio dentro del espectro de radiación solar.

El cálculo de la transmitancia, reflectancia y absortancia de una capa de material transparente puede realizarse siguiendo el camino del haz como se ejemplifica en la Fig. 1.10. Sin embargo, si el medio tiene poca absorción, como la mayoría de los materiales utilizados en las coberturas de equipamientos

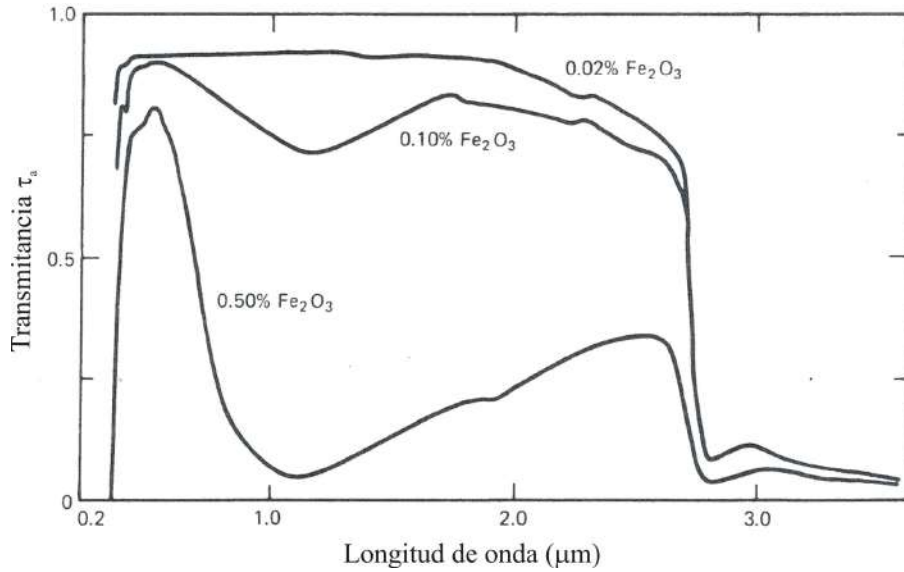


Figura 1.12: Espectro de transmisión de una capa de vidrio de  $6\text{mm}$  de espesor según su contenido de  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ .

de energía solar, y se trabaja con ángulos no muy alejados de la perpendicular, hay aproximaciones que permiten simplificar los cálculos. La transmittancia es bien aproximada por el producto,

$$\tau = \tau_r \tau_a. \quad (1.40)$$

La absorptancia es naturalmente calculada a través de

$$\alpha = 1 - \tau_r. \quad (1.41)$$

Entonces, la reflectancia de una capa se puede calcular a través de la ecuación de conservación  $\rho = 1 - \alpha - \tau$ , para dar

$$\rho = \tau_a - \tau. \quad (1.42)$$

Hasta el momento en esta sección se ha considerado solamente radiación propagándose a lo largo de una única dirección. Esto modela muy bien la radiación solar directa, pero no es posible incluir fácilmente la radiación difusa. Para incluir la radiación difusa, es necesario integrar la intensidad de radiación difusa sobre todos los posibles ángulos de incidencia. Es posible definir un ángulo de incidencia efectivo y tratar a la radiación difusa como directa con este ángulo de incidencia. Sin embargo, para definir este ángulo efectivo es necesario previamente conocer el valor exacto de la integral mencionada.

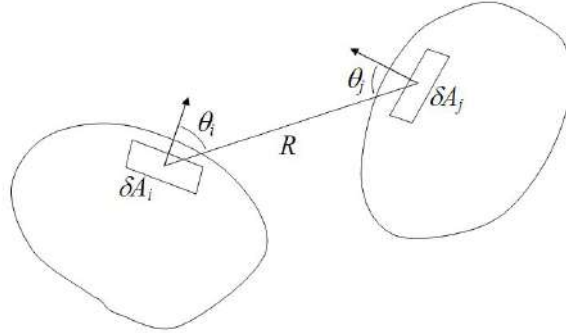


Figura 1.13: Elementos utilizados para el cálculo del *factor de vista* entre dos cuerpos.

Para la mayoría de las aplicaciones con colectores planos este ángulo efectivo de incidencia para radiación difusa desde el cielo puede considerarse aproximadamente  $60^\circ$  (por detalles referirse a [1]).

## 1.2. Transferencia radiativa entre superficies

Los procesos radiativos involucrando a una superficie que se han descrito permiten describir los intercambios radiativos entre superficies. En este intercambio de energía térmica es fundamental la posición y orientación relativa entre las superficies involucradas. Esta información se introducirá a través del denominado factor de configuración o de factor de vista.

### 1.2.1. Factor de vista

Se define el *factor de vista*  $F_{ij}$ , de una determinada superficie  $A_i$  sobre otra  $A_j$ , como la fracción de la energía radiada por la superficie  $A_i$  que efectivamente llega a la superficie  $A_j$ . Este factor depende de la posición y orientación relativa de las superficies consideradas. Para obtener una expresión general del *factor de vista*  $F_{ij}$ , comenzamos considerando dos elementos diferenciales de superficie  $\delta A_i$  y  $\delta A_j$ . La orientación relativa entre dichos elementos de superficie se describe con los ángulos  $\theta$  que se muestran en la Fig. 1.13. A partir de la intensidad  $I_i$  emitida por  $\delta A_i$ , la tasa de energía de radiación que llega a  $\delta A_j$  se calcula

$$\delta q_{ij} = I_i \cos(\theta_i) dA_i d\omega_{ij}. \quad (1.43)$$

## 1.2. Transferencia radiativa entre superficies

---

donde  $d\omega_{ij}$  es el ángulo sólido abarcado por  $\delta A_j$  desde  $\delta A_i$  (ver Fig. ??). Como  $d\omega_{ij} = (\cos(\theta_j)dA_j)/R^2$ , entonces

$$\delta q_{ij} = I_i \frac{\cos(\theta_i)\cos(\theta_j)}{R^2} dA_i dA_j. \quad (1.44)$$

La intensidad  $I_i$  depende en general de la posición sobre la superficie (o sea, del elemento diferencial  $\delta A_i$  considerado) y del ángulo  $\theta_i$ . Asumiendo una superficie difusora, la integral angular de intensidad se calcula fácilmente en función de la radiosidad obteniendo  $J_i = \pi I_i$ .

La tasa total de intensidad saliente de la superficie  $A_i$  y que es interceptada por la superficie  $A_j$ , se calcula integrando

$$q_{ij} = J_i \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos(\theta_i)\cos(\theta_j)}{\pi R^2} dA_i dA_j. \quad (1.45)$$

donde fue posible sacar como factor común a  $J_i$  asumiendo su uniformidad sobre toda la superficie. Así, el *factor de vista*  $F_{ij}$  definido como la fracción de la energía radiada por la superficie  $A_i$  interceptada por la superficie  $A_j$  se puede expresar como,

$$F_{ij} = \frac{q_{ij}}{A_i J_i} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos(\theta_i)\cos(\theta_j)}{\pi R^2} dA_i dA_j. \quad (1.46)$$

En general, salvo configuraciones geométricas sencillas, para conocer el *factor de vista* de una superficie sobre otra es necesario realizar la integral 1.46 sobre ambas superficies (o recurrir a tablas, como la que aparece en el apéndice al final del capítulo).

Los factores de vista tienen algunas propiedades útiles para deducir su valor en configuraciones nuevas a partir de configuraciones conocidas. De la eq. 1.46 se deduce inmediatamente la relación de reciprocidad

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \quad (1.47)$$

Si se consideran todas las  $N$  superficies cerrando un determinado recinto, la relación de suma siguiente es evidente

$$1 = \sum_{j=1}^N F_{ij} \quad (1.48)$$

ya que expresa que toda la radiación saliente de la superficie  $A_i$  es interceptada por las superficies del recinto (incluyendo a la propia  $A_i$ ).

## 1.2. Transferencia radiativa entre superficies

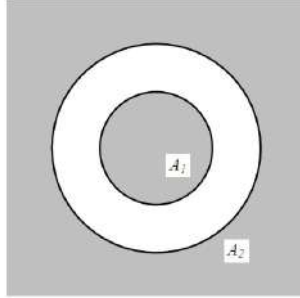


Figura 1.14: Factores de vista para un sistema de dos cilindros coaxiales o dos esferas concéntricas.

Si la superficie  $A_j$  está compuesta por varias superficies  $A_k$ , de modo que  $A_j = \bigcup_{k=1}^N A_k$ , entonces es claro que se verifica la relación

$$F_{ij} = \sum_{k=1}^N F_{ik}. \quad (1.49)$$

Considerando como ejemplo las superficies cilíndricas de la Fig. 1.14, obviamente se verifica  $F_{ij} = 1$  y  $F_{ii} = 0$ . Utilizando la relación de reciprocidad se obtiene  $F_{ji} = \frac{A_i}{A_j} F_{ij} = \frac{A_i}{A_j}$ . Además,  $1 = F_{ji} + F_{jj}$ , de modo que  $F_{jj} = 1 - \frac{A_i}{A_j}$ .

### 1.2.2. Transferencia radiativa entre cuerpos negros

El intercambio radiativo entre superficies consideradas como cuerpos negros, simplifica mucho el cálculo, ya que de forma inherente toda la radiación emitida por una superficie negra que es interceptada por la otra superficie negra será absorbida, no existiendo la reflexión.

La tasa de energía radiante emitida por la superficie negra  $A_i$  interceptada por  $A_j$  vale simplemente

$$q_{ij} = J_i A_i F_{ij} \quad (1.50)$$

dado que para un cuerpo negro su radiosidad  $J$  iguala a su emisividad  $E$ , utilizando la relación de Stefan-Boltzmann ec. 1.8, se obtiene,

$$q_{ij} = A_i F_{ij} \sigma T_i^4 \quad (1.51)$$

En particular el intercambio neto entre las dos superficies negras vale

$$q_{ij} - q_{ji} = A_i F_{ij} \sigma T_i^4 - A_j F_{ji} \sigma T_j^4 = A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4). \quad (1.52)$$



### 1.2.3. Transferencia radiativa entre superficies grises, difusoras en un recinto cerrado

Si bien la hipótesis de cuerpo negro simplifica el cálculo de la transferencia radiativa entre cuerpos, dicha hipótesis no aproxima suficientemente bien muchas superficies utilizadas en la ingeniería de sistemas solares térmicos. Algunas otras hipótesis permiten simplificar igualmente el cálculo de los intercambios radiativos en un recinto cerrado adaptándose mejor a algunas situaciones reales. Estas hipótesis son en general que las superficies tienen una temperatura bien definida y uniforme (*isotermas*), y tienen una *radiosidad*  $J_i$  (e *irradiancia*  $G_i$ ) *uniforme*. También se realizarán las hipótesis de superficies *opacas* (sin transmisión), *difusoras* y *grises*. Bajo estas hipótesis, la tasa neta  $\bar{q}_i$  de intercambio radiativo de una superficie genérica  $i$  del recinto se puede calcular como

$$\bar{q}_i = A_i(J_i - G_i) \quad (1.53)$$

o sea, como la tasa de energía emitida menos la tasa de energía incidente. Introduciendo la radiosidad  $J_i = E_i + \rho_i G_i = \epsilon_i E_{bi} + (1 - \epsilon_i)G_i$ , la emisividad  $G_i$  puede escribirse en función de  $J_i$  e introducirse en la ecuación ec. 1.53 obteniendo

$$\bar{q}_i = A_i \left( J_i - \frac{J_i - \epsilon_i E_{bi}}{1 - \epsilon_i} \right) \quad (1.54)$$

o, re-escribiendo la ecuación precedente,

$$\bar{q}_i = \frac{E_{bi} - J_i}{(1 - \epsilon_i)/(\epsilon_i A_i)} \quad (1.55)$$

Esta ecuación permite una representación en términos de análogo eléctrico, donde la transferencia de energía radiante se calcula con el "potencial" ( $E_{bi} - J_i$ ) y la "resistencia" de la superficie radiativa  $(1 - \epsilon_i)/(\epsilon_i A_i)$ . Esta analogía eléctrica se esquematiza en el diagrama de la Fig. 1.15.a. La dificultad inherente a la utilización de la ec. 1.55 es la necesidad de conocer la radiosidad  $J_i$ .

La irradiancia de la superficie considerada, puede evaluarse en función de las radiosidades de todas las  $N$  superficies del recinto mediante

$$A_i G_i = \sum_{j=1}^N F_{ji} A_j J_j \quad (1.56)$$

dicha ecuación se puede re-escribir utilizando la relación de reciprocidad

$$A_i G_i = \sum_{j=1}^N F_{ij} A_i J_j \quad (1.57)$$

## 1.2. Transferencia radiativa entre superficies

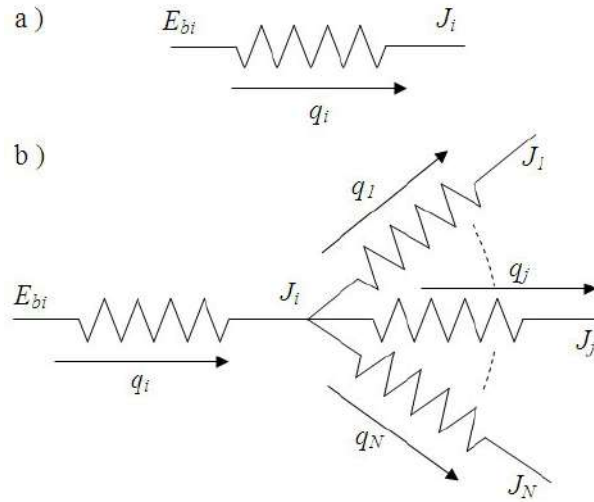


Figura 1.15: Analogía eléctrica para el cálculo de intercambio radiativo entre superficies.

Despejando  $G_i$  y sustituyéndola en la ec. 1.53, se obtiene

$$\bar{q}_i = A_i \left( J_i - \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j \right) \quad (1.58)$$

La ec. 1.48 permite escribir

$$\bar{q}_i = A_i \left( \sum_{j=1}^N F_{ij} J_i - \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j \right) \quad (1.59)$$

entonces

$$\bar{q}_i = \sum_{j=1}^N A_i F_{ij} (J_i - J_j) \quad (1.60)$$

Esta ecuación permite describir la transferencia de energía entre dos superficies a través de un análogo eléctrico o donde la diferencia de potencial se establece a través de la diferencia de radiosidades  $J_i - J_j$ , y la resistencia a la transferencia entre las superficies  $i \rightarrow j$  vale  $\frac{1}{A_i F_{ij}}$ , como se esquematiza en la Fig. 1.15.b.

El cálculo se simplifica en un recinto cerrado, ya que como veremos no será necesario conocer las radiosidades  $J_i$ . Consideremos por ejemplo una configuración frecuente en sistemas solares térmicos como es la de los colectores solares planos, donde se considera el recinto formado por la superficie

## 1.2. Transferencia radiativa entre superficies

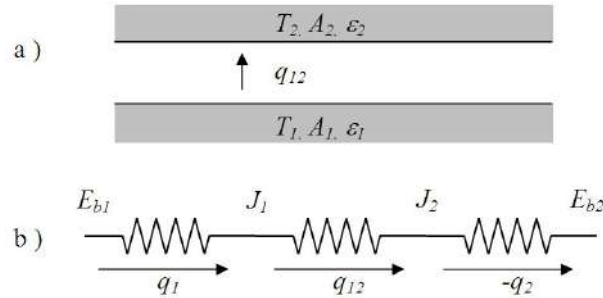


Figura 1.16: Analogía eléctrica para el cálculo de intercambio radiativo entre las superficies de un recinto cerrado por dos superficies. Posible modelo de un colector solar.

del colector y la cobertura. El análisis de la transferencia radiativa entre las dos superficies de este recinto cerrado puede realizarse fácilmente utilizando la analogía eléctrica evidenciada antes. Así, en la Fig. 1.16.a, se esquematiza el recinto considerado formado por dos superficies de temperaturas bien definidas (uniformes) y conocidas. Utilizando el análogo eléctrico esquematizado en la Fig. ??b, la tasa de transferencia neta de energía entre las superficies vale,

$$\bar{q}_{12} = \frac{E_{b1} - E_{b2}}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}} \quad (1.61)$$

Utilizando la ec. 1.8, la ecuación precedente puede escribirse

$$\bar{q}_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1 A_1} + \frac{1}{A_1 F_{12}} + \frac{1-\epsilon_2}{\epsilon_2 A_2}} \quad (1.62)$$

Esta ecuación es de suma importancia ya que permite evaluar la potencia intercambiada entre dos superficies de temperatura conocida. En particular la ecuación presenta la dificultad de que no es lineal en la variable temperatura, como lo son en general las ecuaciones lineales de conducción de calor. En ingeniería, para simplificar el proceso de evaluación se busca "linealizar" la ec. 1.62, introduciendo el coeficiente de conducción de calor por radiación  $h_r$

$$h_r = \frac{\sigma(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)}{\frac{1-\epsilon_1}{\epsilon_1} + \frac{1}{F_{12}} + \frac{(1-\epsilon_2)A_1}{\epsilon_2 A_2}} \quad (1.63)$$

que permite escribir la ec. 1.62, como una ecuación lineal de transferencia de calor con coeficiente de conducción  $h_r$

$$\bar{q}_{12} = A_1 h_r (T_1 - T_2) \quad (1.64)$$

Obviamente este coeficiente de conducción  $h_r$  depende de las temperaturas de los cuerpos involucrados, y si bien la linealidad de la ec. 1.64 simplifica enormemente la resolución de un problema de conducción de calor, esta requiere utilizar un proceso iterativo tras una estimación inicial de las temperaturas.

El caso particular de la conducción radiativa entre dos superficies paralelas es de particular interés en colectores planos. Si se desprecian los efectos de borde, esto permite asumir  $F_{12} = 1$ , y dado que  $A_1 = A_2 = A$ , la ec. 1.62 se simplifica para dar,

$$\bar{q}_{12} = \frac{\sigma A(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} \quad (1.65)$$

Otro caso particular de interés es la de un cuerpo (de superficie convexa) dentro de un recinto cerrado muy grande, como modelo por ejemplo de un colector radiando hacia el cielo. En este caso  $F_{12} = 1$ , y  $A_1 \ll A_2$ , entonces

$$\bar{q}_{12} = \epsilon_1 \sigma A_1 (T_1^4 - T_2^4) \quad (1.66)$$

donde, para el ejemplo mencionado,  $T_2$  corresponde a la temperatura de cuerpo negro efectiva para el cielo. Existen ecuaciones que permiten estimar el valor de  $T_2$  (ver [1]).

### 1.3. Transferencia de calor por conducción y por convección

La transferencia de calor por conducción es el proceso por el cual se establece un flujo de calor desde un cuerpo o región de mayor temperatura hacia otro cuerpo o región de menor temperatura a través de un medio material, sólido, líquido o gaseoso. Este flujo de calor se establece entonces entre cuerpos en contacto físico, y es proporcional al gradiente de temperatura entre los cuerpos en contacto ( $\Delta T/\Delta x$ ), donde la constante de proporcionalidad ( $k$ ) es la conductividad térmica del material que conduce el calor. Esta conducción térmica se da aunque el material de contacto esté en reposo. La transferencia de calor por conducción queda entonces descrita por la ecuación

$$q = -kA \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (1.67)$$

donde  $A$  es el área de contacto y el signo de menos establece que el flujo de calor se da desde el cuerpo de mayor temperatura y hacia el de menor temperatura. Por ejemplo, el calor que se pierde por conducción a través de una pared de espesor  $L$ , construida con un material de conductividad térmica

## 1.4. Transferencia de calor por convección (casos particulares)

$k_p$ , cuando la temperatura de sus superficies interior y exterior son  $T_i$  y  $T_e$  respectivamente, vale  $q = k_d(T_i - T_e)/L$ .

En el caso de que los cuerpos entre los cuales se considera la conducción de calor estén en contacto a través de un fluido, ya sea un líquido o un gas, un mecanismo adicional de transferencia de calor puede aparecer debido al movimiento del fluido. En este caso se establece además una transferencia de calor por convección. El calor que es transferido a una determinada superficie cuya temperatura es  $T_s$ , por un fluido convectivo a temperatura  $T_f$  está dado por la ecuación

$$q = h_c A (T_f - T_s) \quad (1.68)$$

donde  $h_c$  es el coeficiente de conducción por convección. La determinación del coeficiente  $h_c$  es un problema complicado, depende del fluido convectivo considerado, de la naturaleza de su movimiento (laminar o turbulento) y de la geometría y orientación del sistema físico. En las próximas secciones se abordan a modo de ejemplo dos situaciones comunmente encontradas en sistemas solares térmicos. Otras geometrías pueden ser abordadas siguiendo el mismo procedimiento, pero obviamente con ecuaciones específicas.

## 1.4. Transferencia de calor por convección (casos particulares)

### 1.4.1. Convección natural entre superficies planas

Es de sumo interés en la estimación de la disipación de colectores planos conocer la transferencia de calor debido a la convección entre dos superficies planas que presentan una determinada inclinación.

En general los cálculos de la transferencia de calor por convección natural o forzada se relizan utilizando parámetros adimensionados del sistema como son los números de *Nusselt*, *Rayleigh* y *Prandtl*, que están respectivamente dados por las relaciones:

$$Nu = \frac{h L}{k} \quad (1.69)$$

$$Ra = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu \alpha} \quad (1.70)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (1.71)$$

donde los diversos parametros son:

- $h$ : coeficiente de transferencia de calor (por convección para esta sección),
- $L$ : distancia entre las placas (o distancia característica del sistema),

#### 1.4. Transferencia de calor por convección (caso particular) transferencia de calor

$k$ : conductividad térmica del fluido considerado,  
 $g$ : aceleración de la gravedad,  
 $\beta$ : coeficiente de expansión volumétrico ( $\beta = \frac{1}{T}$  en el caso de un gas diluido)  
 $\Delta T$ : diferencia de temperatura entre las placas,  
 $\nu$ : viscosidad cinemática,  
 $\alpha$ : difusividad térmica.

La determinación del número de *Nusselt* permite determinar el coeficiente de transferencia de calor (por convección)  $h$ . El número de *Nusselt* es el cociente entre la resistencia térmica de conducción ( $\frac{L}{k}$ ) y la resistencia térmica de convección ( $(\frac{1}{h})$ ), de modo que el caso  $Nu = 1$  implica una situación de conducción térmica pura (sin convección).

Considerando la convección debido al aire contenido entre dos placas inclinadas un ángulo  $\gamma$  respecto a un plano horizontal, el número de *Nusselt* puede evaluarse utilizando la ecuación:

$$Nu = 1 + 1,44 \left( 1 - \frac{1708 (\sin(1,8\gamma))^{1,6}}{Ra \cos\gamma} \right) \left( 1 - \frac{1708}{Ra \cos\gamma} \right)^+ + \left[ \left( \frac{Ra \cos\gamma}{5830} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right]^+ \quad (1.72)$$

donde el exponente  $+$  significa que dicho término sólo debe considerarse si es positivo, y en caso contrario debe considerarse nulo. La ec. 1.72 se grafica en la Fig.1.17, para facilitar la determinación estimada del parámetro  $Nu$ . Si bien estrictamente la ec. 1.72 es válida para ángulos  $0 \leq \gamma \leq 75^\circ$ , los valores predichos para superficies con ángulos superiores a  $75^\circ$ , incluyendo la vertical, son bien estimadas por la ec. 1.72 para  $\gamma = 75^\circ$ .

El desempeño de un colector real es difícilmente predecible teóricamente, siendo en general indispensable un ensayo específico. Sin embargo, el modelado teórico es importante ya que permite predecir los beneficios o perjuicios de los cambios introducidos en un determinado sistema durante el proceso de diseño.

Diversos métodos se han empleado para reducir la transferencia de calor por convección. Obviamente una opción es eliminar el fluido convectivo generando el vacío. Sin embargo esta opción muchas veces es descartada por la dificultad de conservar un vacío suficientemente bueno durante la vida útil del dispositivo. Este no es por ejemplo el caso de sistemas de vidrio sellado que permiten preservar excelentes niveles de vacío. Una alternativa para eliminar la convección es sustituir el fluido por un material de muy baja conductividad térmica y muy alta transmisividad para el espectro solar, como por ejemplo el aerogel de silica. Otra opción para eliminar o reducir la convección es compartimentar el recinto entre las placas. En este caso el diseño debe ser muy

## 1.4. Transferencia de calor por convección (casos particulares) transferencia de calor

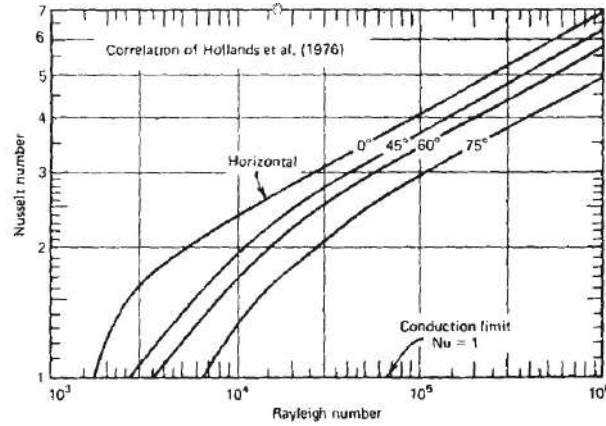


Figura 1.17: Cálculo del número de Nusselt según la ec. 1.72

cuidadoso, ya que muchas veces el resultado es perjudicial, ya sea porque las pérdidas por convección son incrementadas o porque la estructura utilizada para compartimentar reduce la radiación solar que llega a la placa colectora.

### 1.4.2. Convección natural entre cilindros coaxiales

La convección natural entre dos cilindros coaxiales largos y horizontales es de utilidad en colectores concentradores cilíndricos. En este caso el cilindro central se encuentra a mayor temperatura  $T_i$  que la del cilindro exterior ( $T_e$ ). Entre los cilindros se genera una convección donde el fluido caliente asciende en trono al cilindro central y desciende junto al cilindro exterior más frío. La tasa de transferencia de calor (por longitud de cilindro) se puede calcular,

$$q = \frac{2 \pi k_{ef}}{\ln(D_e/D_i)} (T_i - T_e) \quad (1.73)$$

donde  $D_i(D_e)$  es el diámetro del cilindro interior(exterior), y  $k_{ef}$  es la conductividad térmica efectiva (debida a los efectos de la convección). La conductividad  $k_{ef}$  puede estimarse utilizando la ecuación

$$\frac{k_{ef}}{k} = 0,386 \left( \frac{Pr}{0,861 + Pr} \right)^{\frac{1}{4}} Ra_c^{\frac{1}{4}} \quad (1.74)$$

donde

$$Ra_c = \frac{[\ln(D_e/D_i)]^4}{L^3 (D_i^{-\frac{3}{5}} + D_e^{-\frac{3}{5}})} Ra_L \quad (1.75)$$

#### 1.4. Transferencia de calor por convección (casos particulares) Transferencia de calor

---

donde  $L$  es la distancia entre las superficies de los cilindros. la ec. 1.74 es válida para  $10^2 \leq Ra_c \leq 10^7$ , donde para  $Ra_c < 10^2$ ,  $k_{ef} = k$ .

Si la densidad del gas entre los cilindros es muy baja, de modo que el libre camino medio de las moléculas es comparable a  $L$ , entonces debe utilizarse otra expresión para  $k_{ef}$  (ver [1]).

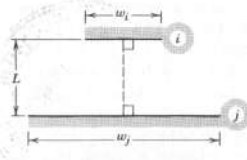
Además de las pocas situaciones de transferencia de calor consideradas a modo de ejemplo en este capítulo, otras muy diversas situaciones serán necesariamente encontradas en los diversos sistemas térmicos de energía solar. Otros mecanismos como la conducción o convección forzada, y otras geometrías serán consideradas en el tratamiento de cada problema específico. Como referencias se recomiendan [2][1].



## 1.5. Apéndice: Factores de Vista

Seguidamente se detallan algunas fórmulas correspondientes a los factores de vista de algunas configuraciones útiles (copiado directamente de [2]).

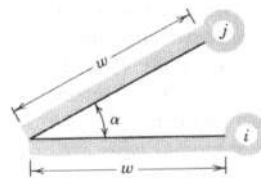
Parallel Plates with Midlines Connected by Perpendicular



$$F_{ij} = \frac{\left[ (W_i + W_j)^2 + 4 \right]^{1/2} - \left[ (W_j - W_i)^2 + 4 \right]^{1/2}}{2W_i}$$

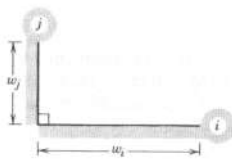
$W_i = w_i/L, W_j = w_j/L$

Inclined Parallel Plates of Equal Width and a Common Edge



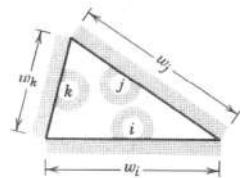
$$F_{ij} = 1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

Perpendicular Plates with a Common Edge



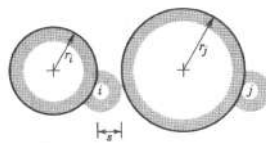
$$F_{ij} = \frac{1 + (w_j/w_i) - \left[ 1 + (w_j/w_i)^2 \right]^{1/2}}{2}$$

Three-Sided Enclosure



$$F_{ij} = \frac{w_i + w_j - w_k}{2w_i}$$

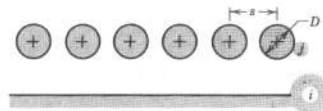
Parallel Cylinders of Different Radius



$$F_{ij} = \frac{1}{2\pi} \left\{ \pi + \left[ C^2 - (R+1)^2 \right]^{1/2} - \left[ C^2 - (R-1)^2 \right]^{1/2} + (R-1) \cos^{-1} \left[ \left( \frac{R}{C} \right) - \left( \frac{1}{C} \right) \right] - (R+1) \cos^{-1} \left[ \left( \frac{R}{C} \right) + \left( \frac{1}{C} \right) \right] \right\}$$

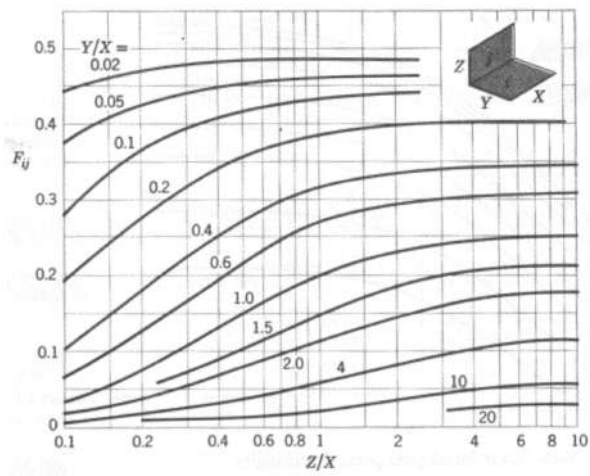
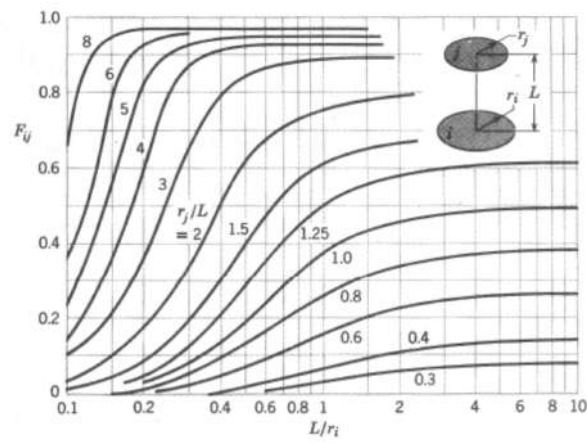
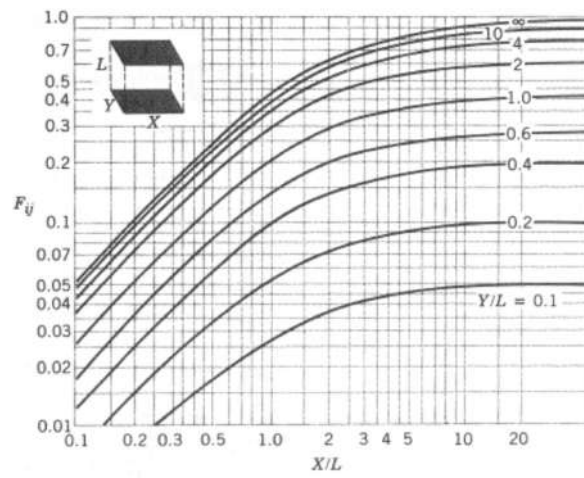
$R = r_j/r_i, S = s/r_i$   
 $C = 1 + R + S$

Infinite Plane and Row of Cylinders



$$F_{ij} = 1 - \left[ 1 - \left( \frac{D}{s} \right)^2 \right]^{1/2} + \left( \frac{D}{s} \right) \tan^{-1} \left( \frac{s^2 - D^2}{D^2} \right)^{1/2}$$

1.5. Apéndice: Factores de Vista 1. Elementos de transferencia de calor



# Bibliografía

- [1] J. A. Duffie y W. A. Beckman, Solar engineering of thermal processes (3<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons).
- [2] F. P. Incropera & D. P. De Witt, Fundamentals of heat and mass transfer (3<sup>th</sup> ed., John Wiley & Sons).
- [3] R. Siegel & J. R. Howell, Thermal Radiation Heat Transfer (4<sup>th</sup> ed., Taylor & Francis, New York (2002)).
- [4] C. E. Kennedy, Review of Mid- to High Temperature Solar Selective Absorber Materials. National Renewable Energy Laboratory Technical report 520-31267, julio 2002).