

Práctico 2: Cálculo de probabilidades ¹

1. Determinar el espacio muestral asociado a cada uno de los siguientes experimentos aleatorios, y en el caso que sea finito, indicar su cardinal. ²
 - (a) Lanzar al aire una moneda tres veces
 - (b) Extraer dos fichas sucesivamente y sin reposición de una bolsa que contiene fichas numeradas con los 5 dígitos pares.
 - (c) Lanzar una moneda finalizando el experimento si sale número; si sale cara, tirar además un dado.
 - (d) Seleccionar al azar dos alumnos de una clase de 30.
 - (e) Valor de la tasa de inflación para este año.
2. (a) Se juega a un juego del tipo 5 de Oro: hay que acertar 5 números, elegidos dentro de 36 posibilidades.
 - i. Construir un espacio muestral para este experimento.
 - ii. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?
 - iii. ¿Cuál es la probabilidad de acertar en al menos 3 números (es decir, acertar exactamente 3, exactamente 4, o exactamente 5 números)?
 - iv. Y si en lugar de 36, se elige sobre 20 números, ¿cuánto dan las probabilidades anteriores?(b) Se juega a la baraja con 40 cartas, 10 de cada palo. Si uno toma 3 cartas, ¿cuál es la probabilidad de elegir las todas del mismo palo?
3. Si a un ómnibus con n asientos suben i personas con $i \leq n$.
 - (a) ¿De cuántas maneras pueden elegirse los asientos en los que se sentará la gente?
 - (b) ¿De cuántas maneras distintas puede disponerse la gente en el ómnibus?
 - (c) * Asumamos ahora que la gente se dispone al azar y que cada disposición particular tiene la misma probabilidad (equiprobabilidad). Supongamos que $n = 4m$ y que el ómnibus tiene un pasillo en el medio; y que a cada costado del pasillo hay m filas de 2 asientos. Para darle un toque romántico, suponga ahora que sube al ómnibus Keanu Reeves o Angelina Jolie (según la opción de cada uno), ¿qué probabilidad tiene Ud. de quedar sentado al lado del personaje en cuestión?
4. (a) Calcular la probabilidad de obtener una suma de puntos menor que 18 al tirar 3 dados.
 - (b) * Se elige un grupo de n personas al azar. Descartando los años bisiestos y suponiendo por lo tanto años de 365 días, ¿cuál es la probabilidad de que al menos dos personas cumplan el mismo día? ¿Cuánto tiene que ser n para que dicha probabilidad supere a 0.5?
5. Si un dado está cargado de modo tal que $\mathbb{P}(\{i\}) = \alpha i, \forall i = 1, 2, \dots, 6$.
 - (a) Determinar el valor de α
 - (b) ¿Cuál es la probabilidad de sacar 5?
 - (c) ¿Cuál es la probabilidad de sacar par?
6. * Un secretario o secretaria coloca aleatoriamente n cartas diferentes en sobres. En cada uno de los sobres está escrito el nombre del destinatario en cada una de las n cartas, de modo que lo único que debe hacer es acertar cada carta en el sobre que le corresponde.
 - (a) Calcular la probabilidad p_n de que al menos una carta vaya a parar al sobre que le toca.
 - (b) Calcular $\lim_n p_n$

¹Nota: Los ejercicios indicados con (*) son un poco más difíciles.

²El cardinal de un conjunto finito es su cantidad de elementos, y se denota por $\text{card}(A)$, $\#A$ o $|A|$.

Sugerencia: Considere la siguiente generalización de la fórmula de la probabilidad de la unión:

$$\mathbf{P}\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{1 \leq i \leq n} \mathbf{P}(A_i) - \sum_{1 \leq i < j \leq n} \mathbf{P}(A_i \cap A_j) + \dots + (-1)^{n-1} \mathbf{P}(A_1 \cap \dots \cap A_n)$$