Teo. Virtual: Claudio Qureshi
cqureshi@fing.edu.uy
Ma, Ju, Vi - 19:30 a 21:00

Bibliografía: Notas del curso (en el eva)
Calculus I - Tom Apostol.

Temas:

S1 - Conjuntos y funciones (notas)
S2 - Axiomas de números reales (Calculus - Cap I Parte 3)
S3,4 - Integrales de Riemann (Notas)
S5,6 - Límites (Notas)
S7 - Continuidad (Calculus - Cap 3)
- 1° Parcial (40 ptos)
S9 - Funciones inversas (Calculus - Cap 3)
S10,11,12 - Derivadas (Calculus - Cap 4)
S13,14 - Teo. fund. del cálculo y aplicaciones (Calculus - Cap 5)
S15,16 - Polinomios de Taylor (Calculus - Cap 7)
- 2° Parcial (60 ptos)

Puntaje total $\begin{cases} < 25 \rightarrow \text{Reprueban el curso} \\ \geq 25 \rightarrow \text{Aprueban el curso} \\ \geq 60 \rightarrow \text{Exoneración del examen} \end{cases}$

Importante: Inscripción obligatoria a los parciales.

Notas Cap 1: Conjuntos

ϕ = conjunto vacío.
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ (conjunto de números naturales)
$\mathbb{Z}^+ = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$ (" " " enteros positivos)

$\mathbb{Z}^- = \{-1, -2, -3, -4, \dots\}$ (cjto. de enteros negativos)
$\mathbb{Z} = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\} = \mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^- \cup \{0\}$ (cjto. de los enteros)
$\mathbb{Q} = \{a/b : a, b \in \mathbb{Z},\ b \neq 0\}$ (cjto. de números racionales)
$\mathbb{R}$ = cjto. de los números reales (los definimos más adelante)

Relación de pertenencia: $0 \in \mathbb{N}$, $0 \notin \mathbb{Z}^+$, $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$, $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, etc...

- $X = \{\square, \triangle, \blacktriangle, \circ\}$ (extensión)
  $\blacktriangle \in X$, $\blacksquare \notin X$, $\circ \in X$

- $X = \{$nombres de personas que empiecen con la letra "A"$\}$ (comprensión)
  Alfonso $\in X$, Ana $\in X$, Bruno $\notin X$.

Dos formas de describir un cjto. → extensión
→ comprensión

$X = \{0, 1, 4, 9, 16, 25\}$ (extensión)
→ $X = \{x^2 : x \in \mathbb{N},\ x \leq 5\}$ (comprensión)
$X = \{n \in \mathbb{N} : \sqrt{n} \in \mathbb{N},\ n \leq 25\}$

$X = \{11, 13, 15, 17, 19\}$
$X = \{2n+1 : n \in \mathbb{N},\ 5 \leq n \leq 9\}$
$X = \{n \in \mathbb{N} : \frac{n-1}{2} \in \mathbb{N},\ 11 \leq n \leq 19\}$

Obs: En un conjunto no importa el orden ni las repeticiones.
$\{1,2,3\} = \{3,2,1\} = \{2,1,3\} = \{1,3,3,2,1\}$

$\#\{1,5\} = 2$, $\#\{1,5,5,1\} = 2$, $\#\mathbb{N} = \infty$, $\#\emptyset = 0$

cardinal
(cant. de elementos sin repetir)

$\#\{\emptyset\} = 1$, $\#\{\{\emptyset\}\} = 1$

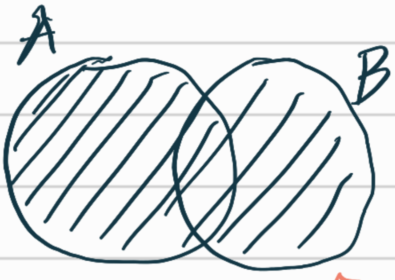
. Unión e intersección:

Def. A, B conjuntos $\Rightarrow$ $A \cup B = \{x : x \in A \text{ o } x \in B\}$
$A \cap B = \{x : x \in A \text{ y } x \in B\}$

unión

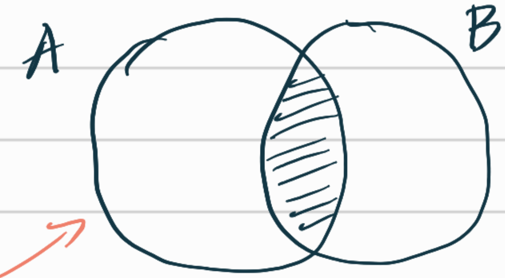
no excluyente (x puede estar en ambos)

intersección



$A \cup B$

Diagramas de Venn



$A \cap B$

Ej: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$A \cap B = \{3, 4, 5\}$

$\mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^- = \{n \in \mathbb{Z} : n \neq 0\}$

Propiedades:
- $A \cup A = A$, $A \cap A = A$
- $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$
- $A \cup \phi = A$, $A \cap \phi = \phi$

Inclusión de conjuntos: $A \subset B$ $(A \subseteq B)$ significa que si $x \in A \Rightarrow x \in B$

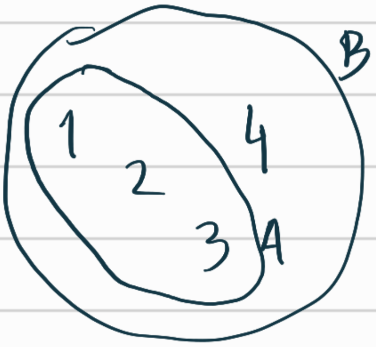
implica

Todos los elementos de A están también en B.

Inclusión estricta: $A \subsetneq B$ si $A \subseteq B$ pero $A \neq B$.

$\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4\}$ ✓
$\{1, 2, 3\} \subsetneq \{1, 2, 3, 4\}$ ✓
$\{1, 2, 3\} \subsetneq \{1, 2, 3\}$ ✗

$\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ ✓
$\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3\}$ ✓



$A = \{1,2,3\}$, $B = \{1,2,3,4\}$

$A \subset B$

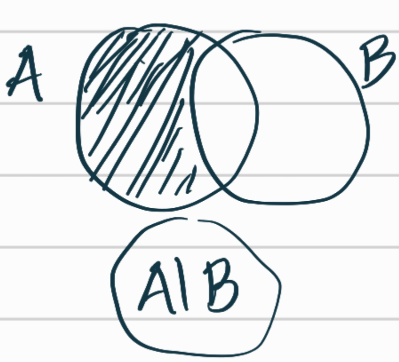
<u>Obs</u>: $\emptyset \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

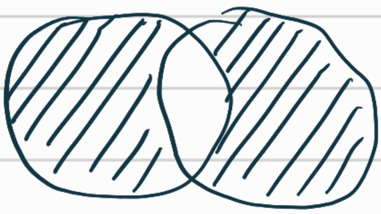
<u>Obs</u>: $A = B \iff A \subset B$ y $B \subset A$.

"si y solo si"

<u>Diferencia y complemento</u>:

<u>Def</u>. Sean A, B conjuntos $\Rightarrow A \setminus B = \{x \in A : x \notin B\}$

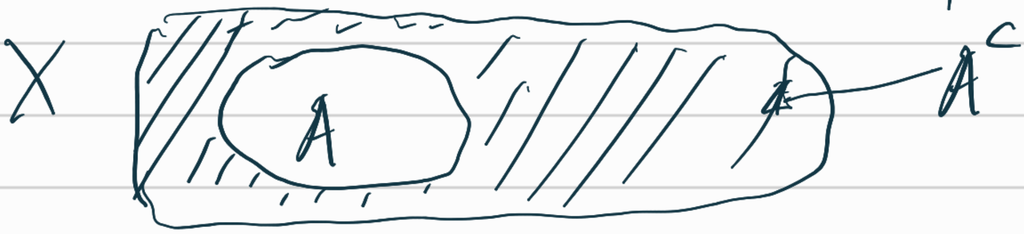




$(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$

<u>Def</u>: $A \subseteq X \Rightarrow$ El complemento de A (con respecto de X)

es $A^c = \{x \in X : x \notin A\}$

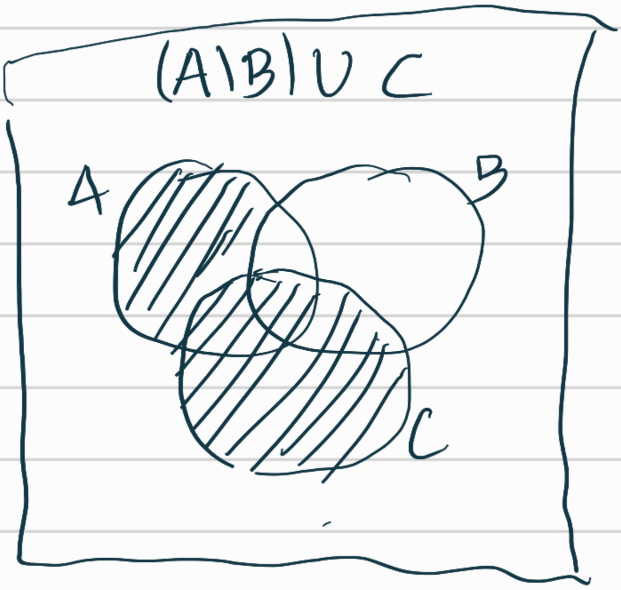


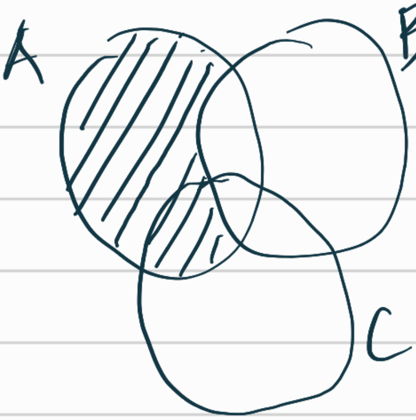
Prop. $A \setminus A = \phi$

$A \setminus \phi = A$

$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$

$A \setminus (B \cup C)$





$A \setminus B$

$(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$

Ejercicio: $A \cup C = \{0,1,2,3,4,5,7,8,9\}$

$B \cup C = \{2,5,7,8,9\}$

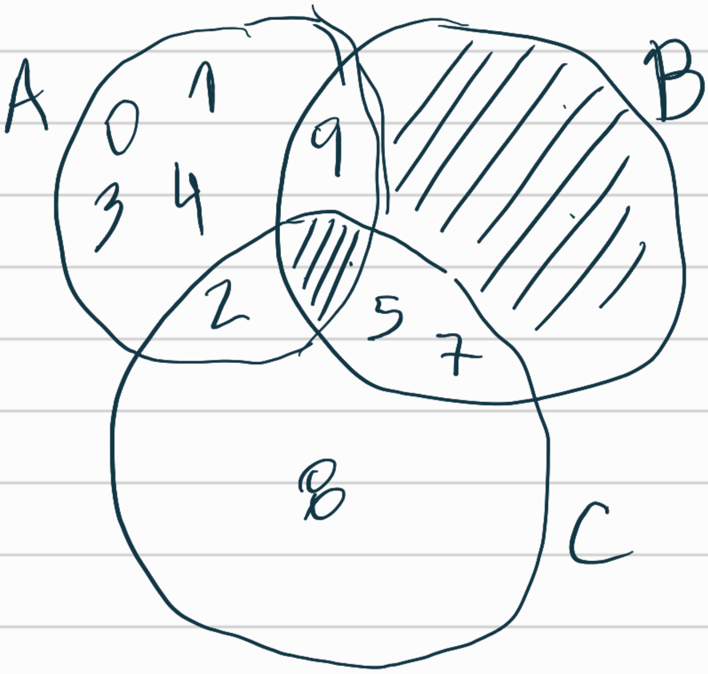
$B \cap C = \{5,7\}$

$A \cap C = \{2\}$

$C \setminus (A \cup B) = \{8\}$

Hallar A, B, C.

$(A \cup B) \setminus (B \cup C) = A \setminus (B \cup C) = \{0,1,3,4\}$



$2 \notin B \cap C$

$2 \in A \cap C$

$0 \notin B \cup C$

$0 \in A$

$0 \in A \setminus (B \cup C)$