

## Ejercicio 7) d) del practico 10

federicorrea314@gmail.com

Queremos calcular el volumen del area del conjunto  $X = \{(x, y, z) : x^2 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$ . Observar que las cotas de  $z$  coinciden en la elipse:

$$1 = \frac{x^2}{(\sqrt{2})^2} + \frac{y^2}{2^2}$$

Si llamamos  $E$  al interior de la elipse en  $\mathbb{R}^2$  entonces

$$Vol(X) = \int \int_E \int_{x^2}^{4-x^2-y^2} 1 dz dx dy$$

utilizando las coordenadas  $x = \sqrt{2}\rho \cos \theta$ ,  $y = 2\rho \sin \theta$  la integral de arriba nos queda:

$$\begin{aligned} Vol(x) &= \int_0^{2\pi} \int_0^1 ((4 - 2\rho^2 \cos^2(\theta) - 4\rho^2 \sin^2(\theta)) - 2\rho^2 \cos^2(\theta)) 2\sqrt{2}\rho d\rho d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} \int_0^1 (\rho - \rho^3) 8\sqrt{2} d\rho d\theta = \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) 8\sqrt{2} d\theta \\ &= 8\sqrt{2}\pi (= \frac{16\pi}{\sqrt{2}}) \end{aligned}$$