

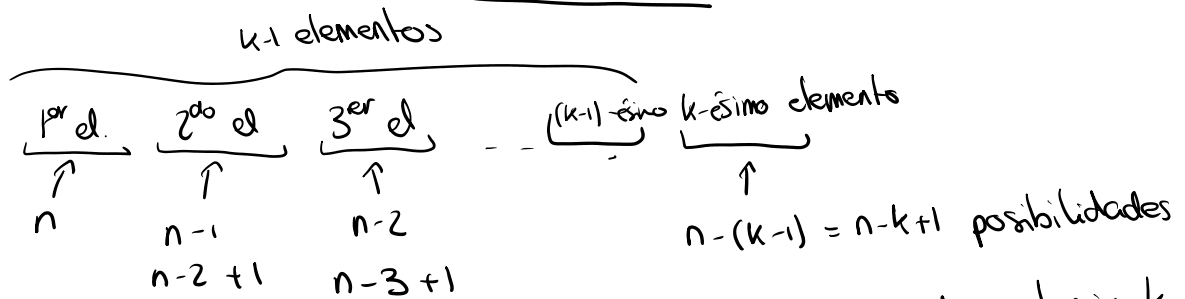
## Permutaciones

tenemos un conjunto de  $n$  elementos y queremos ordenarlos

$$P_n = n!$$

## Arreglos de $n$ en $k$ $k \leq n$

tenemos un conjunto con  $n$  elementos y queremos elegir  $k$  elementos distintos de forma ordenada



por la regla del producto la cantidad de formas de elegir  $k$  elementos con orden

$$\frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)(n-k)(n-k-1) \dots 2 \cdot 1}{(n-k)(n-k-1) \dots 2 \cdot 1} = \frac{n!}{(n-k)!} = A_k^n$$

arreglos de  $n$  en  $k$

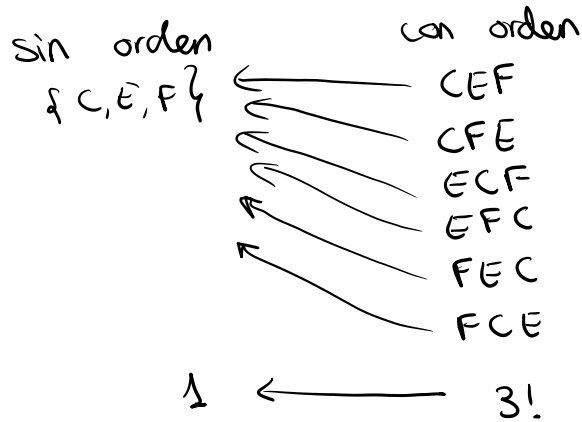
## Combinaciones de $n$ en $k$ $k \leq n$

tenemos un conjunto de  $n$  elementos y queremos elegir  $k$  elementos distintos sin importar el orden

→ elegimos  $k$  elementos con orden:  $A_k^n$

→ estamos contando demás: cada elección sin orden aparece  $k!$  veces

ejemplo: tenemos  $\{A, B, C, D, E, F\}$  y queremos elegir 3 sin importar el orden



en conclusión: la cantidad de formas de elegir  $k$  elementos

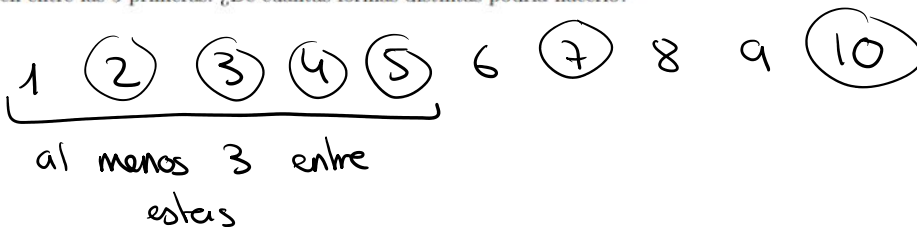
sin orden es:

$$\frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{(n-k)!k!} = C_k^n = \binom{n}{k}$$

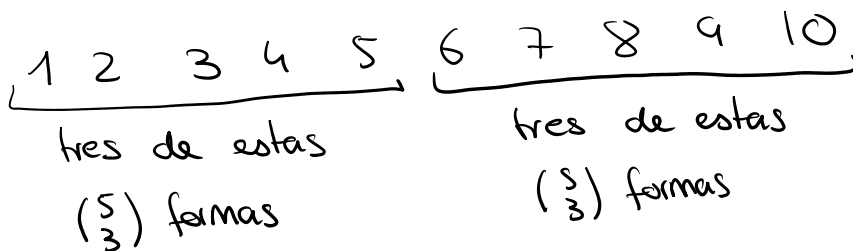
combinaciones de  $n$  en  $k$

**Ejercicio 4**

En una prueba que consta de 10 preguntas un estudiante decide responder sólo 6, y quiere que al menos 3 de ellas estén entre las 5 primeras. ¿De cuántas formas distintas podría hacerlo?



CASO 1: responde exactamente 3 entre las 5 primeras



por la regla del producto:  $\binom{5}{3} \binom{5}{3}$

CASO 2: responde exactamente 4 entre las 5 primeras

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10  
└──────────┬──────────┘  
4 de estas      2 de estas  
 $\binom{5}{4}$  formas       $\binom{5}{2}$  formas

por la regla del producto:  $\binom{5}{4} \binom{5}{2}$

CASO 3: responde exactamente 5 entre las 5 primeras

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10  
└──────────┬──────────┘  
5 de estas      1 de estas  
1 formas       $\binom{5}{1} = 5$  formas

por la regla del producto: 5 formas

Como los tres casos son disjuntos, por la regla de la suma, el total

es:  $\binom{5}{3} \binom{5}{3} + \binom{5}{4} \binom{5}{2} + 5$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

por lo menos  
3 de estas

$$\binom{5}{3} \binom{7}{3}$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

contestan las  
misma preguntas  
pero las estamos  
contando como  
elecciones diferentes

#### Ejercicio 7

¿De cuántas formas puede distribuir un maestro 8 bizcochos de chocolate y 7 de crema entre 3 estudiantes, si cada uno desea al menos un bizcocho de cada tipo?

Primero repartimos un bizcocho de cada tipo a cada estudiante  
→ quedan 5 de chocolate y 4 de crema para repartir

1<sup>ra</sup> etapa: repartimos los cinco bizcochos de chocolate

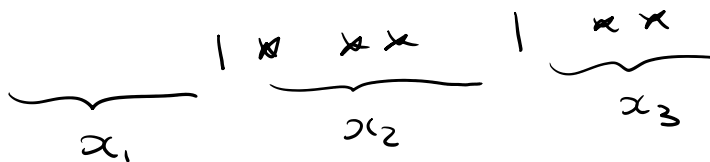
$x_1$  = cantidad de bizcochos de chocolate que le tocan al estudiante 1

$x_2$  = \_\_\_\_\_ 2

$x_3$  = \_\_\_\_\_ 3

$$x_1 + x_2 + x_3 = 5 \quad \text{y} \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$$\begin{aligned} x_1 &= 4 \\ x_2 &= 0 \\ x_3 &= 1 \end{aligned}$$



# soluciones = # palabras con 2 barras y 5 estrellas

$$= \frac{7!}{2!5!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{2!5!} = \frac{7 \cdot 6}{2} = 21$$

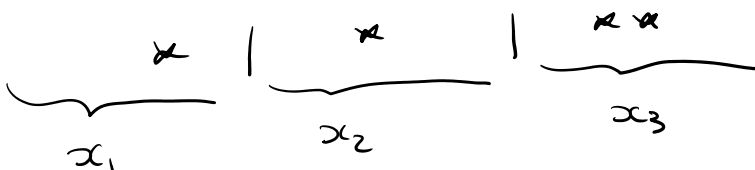
2<sup>da</sup> etapa: repartimos los 4 bizcochos de crema

$x_1$  = cantidad que le toca al estudiante 1

$x_2$  = \_\_\_\_\_ 2

$x_3$  = \_\_\_\_\_ 3

$$x_1 + x_2 + x_3 = 4 \quad x_1, x_2, x_3 \geq 0$$



# soluciones = # palabras con 2 barras y 4 estrellas

$$= \frac{6!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4!}{2!4!} = \frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

por la regla del producto hay 21.15 formas de repartir los bizcochos.

## Combinaciones con repetición

¿de cuántas formas podemos repartir  $k$  bizcochos idénticos entre  $n$  personas?

→ "elegir  $k$  personas entre las  $n$  pudiendo repetir y sin importar el orden"

$$\begin{array}{l} x_1 = \text{cantidad que le toca a la persona } 1 \\ x_2 = \text{-----} 2 \\ \vdots \\ x_n = \text{-----} n \end{array}$$

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = k \quad x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

las soluciones las podemos representar como:

$x \ x \ | \ x \ | \ \dots \ | \ x \ x$

$$C_k^m = \frac{m!}{k!(m-k)!}$$

# soluciones = # palabras con  $k$  estrellas y  $n-1$  barritas

$$= \frac{(k+n-1)!}{k!(n-1)!}$$

$$(k+n-1) - k = n-1$$

$$= \frac{(k+n-1)!}{k!((k+n-1)-k)!}$$

$$= C_k^{k+n-1}$$

$$= CR_k^n$$

combinaciones con repetición de  $n$  en  $k$