En los siguientes dos ejercicios se busca expresar un problema en términos de un sistema de ecuaciones lineales, para luego resolverlo e imponer restricciones dentro del conjunto solución. Por ejemplo, en el caso del reparto de tablas de sushi, las cantidades de cada tipo de tabla deben ser $\underbrace{\text{enteras no negativas}}_{\geq 0}$, puesto que son cantidades discretas.

7. **Reparto de cantidades.** Para un almuerzo de trabajo en un Departamento de Matemática, la dirección del mismo compró diferentes piezas de sushi: 32 de *Philadelphia*, 22 de *New York* y 50 de *California*. Se repartirán en diferentes tablas de 8, 12 y 24 unidades como se describe a continuación:

- x La tabla Lagrange tiene 4 piezas de *Philadelphia*, 3 de *New York* y 5 de *California*.
- y La tabla Hausdorff tiene 2 piezas de *Philadelphia*, 1 de *New York* y 5 de *California*.
- z La tabla Gauss contiene 6 piezas de *Philadelphia*, 3 de *New York* y 15 de *California*.
- t La tabla Kolmogorov tiene 8 piezas de *Philadelphia*, 6 de *New York* y 10 de *California*.

Encontrar todas las formas en las que se pueden armar las tablas sabiendo que se usarán todas las piezas y garantizando que haya al menos una tabla de cada tipo.

$$\begin{cases} 4x+2y+6z+8t=32 & \swarrow \text{Philadelphia} \\ 3x+1y+3z+6t=22 & \swarrow \text{New York} \\ 5x+5y+15z+10t=50 & \swarrow \text{California} \end{cases}$$

x: cant. tablas Lagrange
y: " " Hausdorff
z: " " Gauss
t: " " Kolmogorov

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 4 & 2 & 6 & 8 & 32 \\ 3 & 1 & 3 & 6 & 22 \\ 5 & 5 & 15 & 10 & 50 \end{array}\right] \xrightarrow[4F_3-5F_1]{4F_2-3F_1} \left[\begin{array}{cccc|c} 4 & 2 & 6 & 8 & 32 \\ 0 & -2 & -6 & 0 & -8 \\ 0 & 10 & 30 & 0 & 40 \end{array}\right] \xrightarrow{5F_2+F_3} \left[\begin{array}{cccc|c} 4 & 2 & 6 & 8 & 32 \\ 0 & -2 & -6 & 0 & -8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{F_1+F_2} \left[\begin{array}{cccc|c} 4 & 0 & 0 & 8 & 24 \\ 0 & -2 & -6 & 0 & -8 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} \end{array}\right]$$

$\rightarrow 4x+8t=24 \rightarrow \boxed{x=-2t+6}$

$\rightarrow -2y-6z=-8 \quad \boxed{-3z+4=y}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=-2t+6 \\ y=-3z+4 \end{cases}$$

$x>0$
$y>0$
$z>0$
$t>0$

Sust. en F_3:

$5(-2t+6)+5(-3z+4)+15z+10t=50$

$\cancel{-10t}+\cancel{30}+\cancel{20}+\cancel{10t}=\cancel{50}$

$0=0$

$$\begin{cases} x=-2t+6>0 \\ \Rightarrow 0<t<3 \\ y=-3z+4>0 \\ \Rightarrow 0<z<4/3 \end{cases}$$

Sust. en F_2: $3(-2t+6)+(-3z+4)+3z+6t=22$

$18+4=22$

$0=0$

Sust. en F_1: Iden.

cant. de tablas de Lagrange

$\neq 0$

$$Sol(s)=\{(-2t+6,-3z+4,z,t) : 0<t<3,\ 0<z<4/3,\ t,z\in\mathbb{Z}\}$$

$\neq 0$

cant. de tablas de Hausdorff

$t=1$
$t=2$

$z=1$

Reduzco en un grado de libertad

$$\boxed{Sol(s)=\{(4,1,1,1),(2,1,1,2)\}}$$