Escriba aquí la ecuación.

2. Determinar el conjunto solución de los siguientes sistemas.

(a) $\begin{cases} x+2y-z=0 \\ -x-2y+z=1 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} w+x-y=0 \\ 2w+3x-z=0 \\ 2w+x-4y+z=0 \end{cases}$

2) b) sistema homogéneo

Es C.L. de F_1 y F_2

$$\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} w & x & y & z \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -4 & 1 & 0 \end{array}\right] \end{array} \xrightarrow[F_3-2F_1]{F_2-2F_1} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} w & x & y & z \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 1 & 0 \end{array}\right] \end{array} \xrightarrow{F_2+F_3} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

$m \times n$

3×4

$$\underset{3\times4}{A} \cdot \underset{4\times 1}{\begin{bmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix}} = \underset{4\times 1}{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}} \leftarrow \text{vector nulo}$$

$w+(z-2y)-y=0$

$(w=-z+3y)$

$\begin{cases} w+x-y=0 \Rightarrow \boxed{w=-x+y} \\ \boxed{x+2y=z} \quad (x=z-2y) \end{cases}$

Los grados de libertad son $\underline{x}$ e $\underline{y}$. $\downarrow$ (z e y)

$Sol(S)=\{(-x+y, x, y, x+2y)\} = \{(-z+3y, z-2y, y, z)\}$

cant. de incógnitas $n-p$ = cant. de gr. de libertad

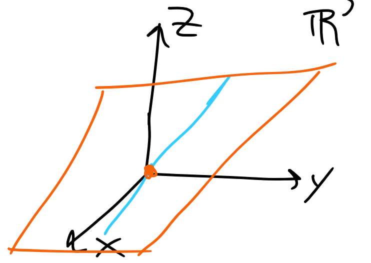
obs.: Los sistemas homogéneos siempre son compatibles:

$$\begin{cases} \overset{0}{w} + \overset{0}{x} - \overset{0}{y} = 0 \quad (0=0) \\ 2\overset{0}{w} + 3\overset{0}{x} - \overset{0}{z} = 0 \quad (0=0) \\ 2\underset{0}{w} + \underset{0}{x} - 4\underset{0}{y} + \underset{0}{z} = 0 \quad (0=0) \end{cases} \begin{bmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{El vector nulo} = \vec{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

es solución siempre

$\Rightarrow$ Sist. homogeneo $\rightarrow$ S.C.D. (solución trivial)

$\rightarrow$ S.C.I. (infinitas) y como contienen al $(0,\dots,0)$ como solución, serán rectas, planos, etc. que pasen por el origen



(a) $\begin{cases} \cancel{x+y=2} \;\; x\lambda+y=2 \\ x+\lambda y=4 \end{cases} \rightarrow F_1 \cdot y - F_2 \cdot x = x\cancel{\lambda y}+y^2-(x^2+\cancel{\lambda yx}) = 2y-4x$

$\Rightarrow \boxed{-x^2+y^2=2y-4x}$

$\boxed{-x^2+y^2-2y+4x=0}$

x

$$\begin{cases} x+y=2 \\ x+\lambda y=4 \end{cases} \xrightarrow[\text{Resto}]{(F_1-F_2)} y-\lambda y=-2 \Rightarrow \underbrace{(1-\lambda)}_{=0} y=-2$$

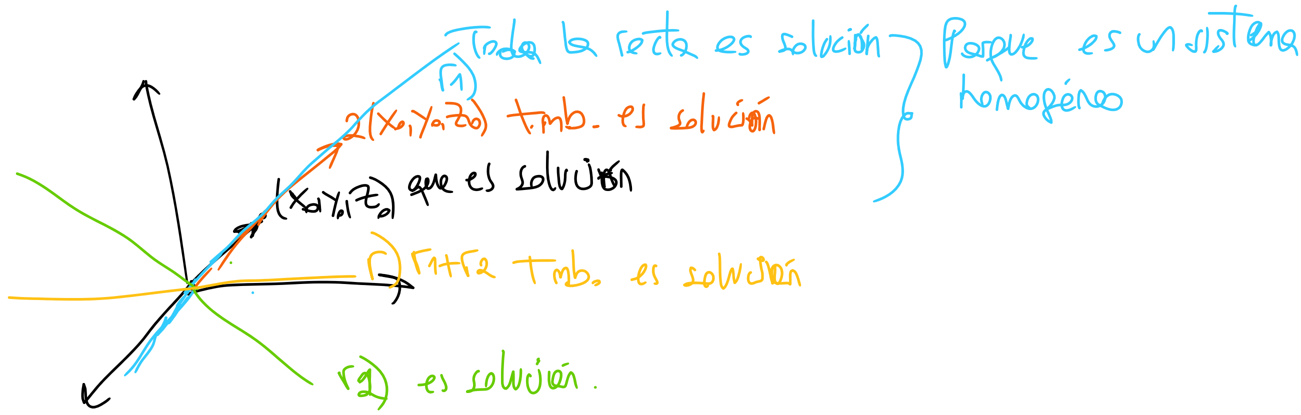
(I) $\lambda=1 \Rightarrow 0=-2 \Rightarrow$ Incompatible

(II) $\lambda\neq 1 \Rightarrow (1-\lambda)\neq 0 \Rightarrow y=\frac{-2}{1-\lambda}=\frac{(-1)\cdot 2}{(-1)(\lambda-1)}=\frac{2}{\lambda-1} \Rightarrow$ Uso F_1: $x+\frac{2}{\lambda-1}=2 \Rightarrow x=2-\frac{2}{\lambda-1}=\frac{2(\lambda-1)-2}{\lambda-1}$ ⋮

Sistema compat. determinado (λ fijo)

Caso (II) $Sol(S)=\left\{\left(2-\frac{2}{\lambda-1}, \frac{2}{\lambda-1}\right)\right\}$

Obs.:



(5).

(a) $\begin{cases} a_{11}\overset{\alpha_1}{x}+a_{12}\overset{\alpha_2}{y}=0 \\ a_{21}\underset{\alpha_1}{x}+a_{22}\underset{\alpha_2}{y}=0 \end{cases}$ (α_1,α_2) es solución. $\Rightarrow \underbrace{\begin{cases} a_{11}\alpha_1+a_{12}\alpha_2=0 \\ a_{21}\alpha_1+a_{22}\alpha_2=0 \end{cases}}_{\text{Hipótesis}}$

Tesis: Dem. que $\underbrace{c(\alpha_1,\alpha_2)}_{(c\alpha_1,c\alpha_2)}$ tmb. es solución.

$$\sim \begin{array}{l} a_{11}(c\alpha_1)+a_{12}(c\alpha_2)\overset{?}{=}0 \\ a_{21}(c\alpha_1)+a_{22}(c\alpha_2)\overset{?}{=}0 \end{array}$$

¿ $x=c\alpha_1$, $y=c\alpha_2$ son solución?

$$c\,[\underbrace{a_{11}\alpha_1+a_{12}\alpha_2}_{=0 \text{ por hipótesis}}]\overset{?}{=}0 \Rightarrow c\cdot 0\overset{?}{=}0 \quad \checkmark \text{ Si}$$

$$\underbrace{\qquad\qquad}_{\text{0 por hipótesis } (\alpha_1\alpha_2) \text{ es}}$$

$$C\left[\underbrace{a_{21}\alpha_1 + a_{22}\alpha_2}_{\text{por hipótesis } (\alpha_1\alpha_2) \text{ es solución}}\right] \overset{?}{=} 0 \Rightarrow \overset{8}{C} \cdot 0 \overset{?}{=} 0 \checkmark \text{ Sí}$$

⇒ Demostremos que $(C\alpha_1, C\alpha_2)$ tmb. es solución

5. Consideremos un sistema lineal homogéneo con m ecuaciones y n incógnitas.

(b) Probar que si $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n)$ y $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$ son soluciones entonces $(\alpha_1 + \beta_1, \alpha_2 + \beta_2, \ldots, \alpha_n + \beta_n)$ también es solución.

Tengo que demostrar que cuando sustituyo

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = 0 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = 0 \end{cases}$$

$x_1 = \alpha_1 + \beta_1$
$x_2 = \alpha_2 + \beta_2$
$\vdots$
$x_n = \alpha_n + \beta_n$

⇒ se cumplen las ecuaciones