

Sistema de ecuaciones lineales

$$(S) = \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

sistema $m \times n$
 ecuaciones incógnitas

a_{ij} con $i=1, \dots, m$, $j=1, \dots, n$ son los coeficientes del sistema
 x_1, \dots, x_n son las incógnitas.

Clasificación de sistemas lineales:

Compatible $\Leftrightarrow \#sol(S) = 1$
 determinado

Compatible $\Leftrightarrow \#sol(S) > 1$ (infinitas)
 indeterminado

Incompatible $\Leftrightarrow \#sol(S) = 0$

Matriz del sistema:

$$\begin{matrix} & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

matriz ampliada:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array} \right]$$

• Transformaciones elementales: $\checkmark \approx \alpha_i F_i + \alpha_j F_j$

$\begin{matrix} \updownarrow & & \updownarrow \\ F_i & \circ & F_j \end{matrix}$

(b) $\begin{cases} x - y + 5z = -2 \\ 2x + y + 4z = 2 \\ 2x + 4y - 2z = 8 \end{cases}$

- sustitución
- eliminación
- Escalación

Matriz del sistema: $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & 4 & -2 \end{bmatrix}$

Matriz ampliada: $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 5 & -2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 4 & -2 & 8 \end{array} \right] \xrightarrow{\substack{F_2-2F_1 \\ F_3-2F_1}} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 5 & -2 \\ 0 & 3 & -6 & 6 \\ 0 & 6 & -12 & 12 \end{array} \right]$

$\xrightarrow{F_3-2F_2} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 5 & -2 \\ 0 & 3 & -6 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \xrightarrow{F_1+(F_2)/3} \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$

$\begin{matrix} \uparrow \\ F_3 \\ \uparrow \\ F_2 \end{matrix} \quad -12 - 2(-6) = 0$

$p =$ cont. de filas no nulas de la matriz estandarizada (Escalaones o rango matriz)

$p' =$ " " " " ampliada

$n =$ cont. de incógnitas

Th. R-F:

Incompatible $\Leftrightarrow p \neq p'$ ($p < p'$)

Compatible \rightarrow Determinado $\Leftrightarrow p = n$

($p = p'$) \rightarrow Indeterminado $\Leftrightarrow p < n$

Ejercicio: $p = p' = 2 < n = 3 \Rightarrow$ Indeterminado

$\begin{cases} x + 3z = 0 \Rightarrow \text{recta} \\ y - 2z = 2 \end{cases}$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x + 3z = 0 \Rightarrow x = -3z \\ y - 2z = 2 \Rightarrow y = 2z + 2 \\ z = z \end{cases}$

$z = \frac{y}{2} = \frac{y-1}{2}$

Sustit. F_1 : $x + 3(\frac{y}{2} - 1) = 0$

$x = -3/2 y + 3$

$S_0 = \{(-3z, 2z+2, z)\}$



$z=0 \Rightarrow (0, 2, 0)$
 $z=-1 \Rightarrow (3, 0, -1)$

