elemento $\{1\}$ elemento

$\in$: Elemento
$\subseteq$: Subconjunto

2. Sean los conjuntos $A = \{0,1\}$, $B = \{1,0\}$, $C = \{0,\{1\}\}$, $D = \{\{0\},1\}$, $E = \{\{0\},\{0,1\}\}$ y $F = \{\{0\},\{1,0\}\}$. Indique si las siguientes expresiones son correctas, y justifique.

$\cancel{1 \in C}$ $\{1,0\} \in F$

(a) $A \subseteq B$. ✓
(b) $A = B$. ✓
(c) $A \subseteq C$. F
(d) $A \subseteq D$. F
(e) $A = D$. F
(f) $E \subseteq F$. ✓
(g) $F \subseteq E$. ✓
(h) $A \in E$. ✓
(i) $A \subseteq E$. F
(j) $A \cap B = A$.
(k) $E \cap F = \{1,0\}$.
(l) $E \cup F = \{0\} \cup A$.
(m) $B \subseteq F$.

c) $0 \in A$ ¿$0 \in C$? Si ✓
$1 \in A$, ¿$1 \in C$? No.
d) $0 \in A$, ¿$0 \in D$? No.

<u>Ejemplo:</u>

$G \Rightarrow H \subset G$ (Subconjunto) **$\Rightarrow$ Si $h \in H \Rightarrow h \in G$**

$\{10,2\} \in G$
$\{20,9\} \in G$

$G = \{-3, 10, 2, 7, 8\}$
$\underbrace{\{-3, 10, 2\}}_{\text{subconjunto}} \subset G$ ¿$\{-3,10,2\} \in G$? No, no es un elemento.
$\{-3\} \subseteq G$ ¿$\{-3\}$ es un elemento? No.

2. Sean los conjuntos $A = \{0,1\}$, $B = \{1,0\}$, $C = \{0,\{1\}\}$, $D = \{\{0\},1\}$, $E = \{\{0\},\{0,1\}\}$ y $F = \{\{0\},\{1,0\}\}$. Indique si las siguientes expresiones son correctas, y justifique.

(a) $A \subseteq B$.
(b) $A = B$.
(c) $A \subseteq C$.
(d) $A \subseteq D$.
(e) $A = D$.
(f) $E \subseteq F$.
(g) $F \subseteq E$.
(h) $A \in E$.
(i) $A \subseteq E$.
(j) $A \cap B = A$.
(k) $E \cap F = \{1,0\}$.
(l) $E \cup F = \{0\} \cup A$.
(m) $B \subseteq F$.

i) $E = \{\{0\},\{0,1\}\}$ $\{0,1\} \in E$ (Elemento)

h) ¿$A \in E$?
¿A es un elemento de E? $\{0,1\} \not\subseteq E$ (No es un subconjunto ya que $0 \notin E$ y $1 \notin E$)

$\Downarrow$

- A es elemento de E.
- A es un conjunto.
- A <u>no</u> es un subconjunto. (Lo sería si agregara el 0 y el 1 a E)

<u>Ejemplo:</u> $E = \{7, 8, 0, 1\}$
$\{7,8\} \subseteq E$ ← subconjunto
$\{0,1\} \subseteq E$

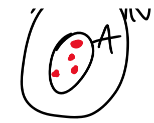
4. Sea $A = \{xy \mid x, y \in \mathbb{N}\}$. Demuestre que $A = \mathbb{N}$, donde $\mathbb{N}$ denota el conjunto de los números naturales.

Tengo que demostrar que:
① $A \subseteq \mathbb{N}$ ($\forall a \in A$, $a \in \mathbb{N}$)
② $\mathbb{N} \subseteq A$ ($\forall n \in \mathbb{N}$, $n \in A$)

①

$A \subset \mathbb{N}$

① $A \subseteq \mathbb{N}$ $(\forall a \in A, a \in \mathbb{N})$
② $\mathbb{N} \subseteq A$ $(\forall n \in \mathbb{N}, n \in A)$

① 

① $\left.\begin{array}{l} x \in \mathbb{N} \\ y \in \mathbb{N} \end{array}\right\} \Rightarrow \{xy = a \in \mathbb{N}\}$. Si $\Rightarrow \forall a \in A$, se tiene que $a \in \mathbb{N}$.

② $\forall n \in \mathbb{N}$, se puede escribir como el producto de 2 naturales (que pertenezca a A)

$n = \overset{\in \mathbb{N}}{n} \times 1 \} \in \mathbb{N}$

neutro $\in \mathbb{N}$

② $\mathbb{N} \subseteq A$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} A \subseteq \mathbb{N} \\ \mathbb{N} \subseteq A \end{array}\right\} \Rightarrow A = \mathbb{N}$

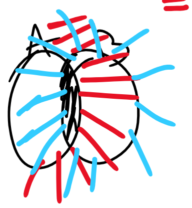
6. Sean A, B, C tres conjuntos cualesquiera. Demuestre las leyes de De Morgan:
(a) $C \setminus (A \cup B) = (C \setminus A) \cap (C \setminus B)$.
(b) $C \setminus (A \cap B) = (C \setminus A) \cup (C \setminus B)$.

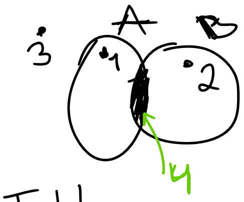
(a) $A \cup B \overset{def}{=} \{x : x \in A \text{ o } x \in B\}$
$x \notin A \cup B \Leftrightarrow x \notin A$ y $x \notin B$ $(\setminus A \cup B)$

$C \setminus A \cup B : \{x \in C : x \notin A \text{ y } x \notin B\} = \{x \in C \text{ y } x \notin A\} \cap \{x \in C \text{ y } x \notin B\}$

$= C \setminus A \cap C \setminus B$ $\blacksquare$

(b) $A \cap B = \{x \in A \text{ y } x \in B\}$
$\underbrace{(A \cap B)^c}_{x \notin A \cap B} = \{x \notin A \text{ o } x \notin B\}$





$C \setminus A \cap B = \{x \in C : \underbrace{x \notin A \text{ o } x \notin B}_{\text{Condición}}\}$

Tabla

x_1	✓
x_2	✓
x_3	✓
x_4	F

No está en este conjunto

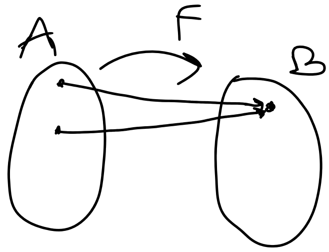
$x_4 \in A$ y $x_4 \in B$

$= \underbrace{x \in C \text{ y } x \notin A}_{C \setminus A} \text{ o } \underbrace{x \in C \text{ y } x \notin B}_{C \setminus B}$

$= C\setminus A \cup C\setminus B$ $(C \setminus A) \cup (C \setminus B)$.

13. Sean $f : A \to B$ y $g : B \to C$ dos funciones. Demuestre que

(a) Si f y g son inyectivas entonces $g \circ f$ es inyectiva.
(b) Si f y g son sobreyectivas entonces $g \circ f$ es sobreyectiva.
(c) Si f y g son biyectivas entonces $g \circ f$ es biyectiva.



2 preimágenes tiene la misma imagen
$\Rightarrow$ No es inyectiva

- $\forall x,y \in A,\ x \neq y \Rightarrow f(x) \neq f(y)$
- $\forall x,y \in A$, si $f(x) = f(y) \Rightarrow x = y$

(a) $g \circ f : A \to C$, $a \in A$, $b \in B$, $c \in C$

$g \circ f(a) = g \circ f(a') \Rightarrow a = a'$ (Tengo que demostrar)

Por def.: $g \circ f(a) = g(\underline{f(a)}) = g \circ f(a') = g(\underline{f(a')})$

Como g es inyectiva, $f(a) = f(a')$

Como f es inyectiva, $a = a'$ $\blacksquare$

(b) Idem

(c) Por parte $\left\{ \begin{array}{l} \text{a) } g \circ f \text{ es inyectiva} \\ \text{b) } g \circ f \text{ es sobreyectiva} \end{array} \right. \Rightarrow g \circ f$ es biyectiva