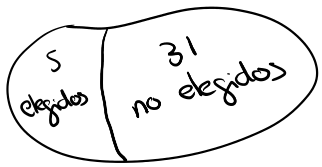
5. Se juega a un juego del tipo 5 de Oro: hay que acertar 5 números, elegidos dentro de 36 posibilidades.

(a) ¿Cuántas jugadas posibles hay?

(b) Si se eligen 5 números a priori, ¿cuántas jugadas posibles hay que contengan exactamente uno de los números elegidos?

(c) Si se eligen 5 números a priori, ¿cuántas jugadas posibles hay que contengan por lo menos 2 de los números elegidos?



#jugadas que contienen por lo menos 2 de los elegidos = #jugadas con exactamente 2 + #jugadas con exactamente 3 + #jugadas con exactamente 4 + #jugadas con exactamente 5 = $C^5_2 \cdot C^{31}_3 + C^5_3 \cdot C^{31}_2 + C^5_4 \cdot C^{31}_1 + C^5_5 \cdot C^{31}_0$

otra forma:

#jugadas que contienen por lo menos 2 de los elegidos = #jugadas posibles − #jugadas que no contienen ninguno − #jugadas que contienen exactamente 1 = $C^{36}_5 - C^{31}_5 - C^5_1 C^{31}_4$

funciona $C^5_2 \cdot C^{34}_3$? no

numeros elegidos: 3, 7, 13, 25, 32

$\underline{7}$ $\underline{25}$ | $\underline{32}$ $\underline{4}$ $\underline{2}$

$\underline{25}$ $\underline{32}$ | $\underline{4}$ $\underline{2}$ $\underline{7}$

estas dos jugadas son la misma pero las estaríamos contando como jugadas diferentes

6. * Usted va a la panadería a comprar una docena de bizcochos. En la panadería sólo quedan croissants, margaritas y galletas en cantidades suficientes.

(a) ¿Cuántas elecciones distintas puede hacer?

(b) Usted llega a la facultad con α croissants, β margaritas y γ galletas ($\alpha + \beta + \gamma = 12$) y los reparte entre usted y 11 amigos. ¿de duántas formas los puede repartir? (Calcular en función de α, β y γ). ¿Cuánto deben valer α, β y γ para que dicha cantidad sea máxima? (Sugerencia: ver como varía dicha cantidad al variar en una unidad alguno de los parámetros)

a) x_1 = cantidad de croissants

x_2 = cantidad de morgaritas

x_3 = cantidad de galletas

$$x_1 + x_2 + x_3 = 12$$

elecciones distintas = # soluciones enteras de la ecuación

$$\underbrace{\times\times\times\times\times\times}_{x_1} \mid \underbrace{\quad\quad}_{x_2} \mid \underbrace{\times\times\times\times\times\times}_{x_3}$$

$x_1 = 6$
$x_2 = 0$
$x_3 = 6$

$$\underbrace{\quad\quad}_{x_1} \mid \underbrace{\times\times\times\times\times\times\times\times\times\times\times\times}_{x_2} \mid \underbrace{\quad\quad}_{x_3}$$

$x_1 = 0$
$x_2 = 12$
$x_3 = 0$

soluciones = # palabras con 2 barras y 12 estrellas $= \dfrac{14!}{2!\,12!} = C^{14}_{12}$

$\underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}\ \cdots\ \underline{\quad}\ \underline{\quad}$

14 pos. 13pos 12 pos. ... 1 pos.

$$\underline{\times}\ \underline{|}\ \underline{\times}\ \underline{\times}\ \underline{\times}\ \underline{|}\ \underline{\times}\ \underline{\times}\ \underline{\times}\ \underline{\times}\ \underline{\times}\ \underline{\times}\ \underline{\times}\ \underline{\times} \qquad C^{14}_{12}$$

Cantidad de elecciones de 5 bizcochos

x_1 = cantidad de croissants

$x_1 =$ cantidad de croissants

$x_2 =$ cantidad de margaritas

$x_3 =$ cantidad de galletas

\# elecciones distintas = \# soluciones enteras de $x_1 + x_2 + x_3 = 5$

$x_1 = 1$, $x_2 = 3$, $x_3 = 1$

$$\underbrace{\star}_{x_1} \mid \underbrace{\star\star\star}_{x_2} \mid \underbrace{\star}_{x_3}$$

$$\underbrace{\star}_{x_1} \mid \underbrace{\star\star\star\star}_{x_2} \mid \underbrace{\quad}_{x_3}$$

$x_1 = 1$
$x_2 = 4$
$x_3 = 0$

$$\underline{\star}\ \underline{\star}\ \underline{\mid}\ \underline{\star}\ \underline{\star}\ \underline{\star}\ \underline{\mid}$$

para dar una solución tenemos que elegir los lugares que ocupen las barras

$$\underline{\quad}\ \underline{\star}\ \underline{\star}\ \underline{\star}\ \underline{\star}\ \underline{\quad}\ \underline{\star}$$

$$\# \text{soluciones} = C^7_2 = C^7_5$$

$$C^n_k = \frac{n!}{k!(n-k)!} \qquad C^7_2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2!\,5!}$$

$$C^7_5 = \frac{7!}{5!(7-5)!} = \frac{7}{5!\,2!}$$

Experimento = algo cuyo resultado no podemos predecir con certez

por ejemplo: tirar un dado

Espacio muestral = conjunto de todos los resultados posibles del experimento

si el experimento es tirar un dado

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

Evento o suceso = subconjunto del espacio muestral
= colección de resultados posibles

si el experimento es tirar un dado:

* el resultado es un número par

$A = \{2,4,6\}$

* el resultado es un número impar

$B = \{1,3,5\}$

* $C = \{1,5\}$

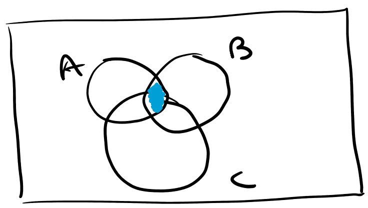
Decimos que dos eventos son incompatibles (disjuntos) si no pueden ocurrir los dos simultaneamente:

* A y B son incompatibles $A \cap B = \phi$
* A y C son incompatibles $A \cap C = \phi$

7. Sea $(\Omega, \mathcal{A}, \mathbb{P})$ un espacio de probabilidad. Sean A, B y C sucesos. Expresar mediante operaciones con conjuntos los sucesos que corresponden a:

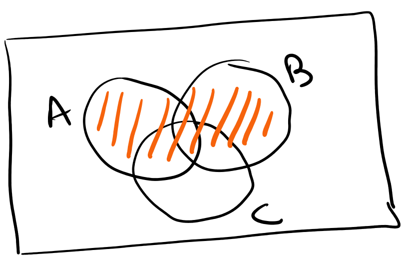
(a) Ocurren A y B.
(b) Ocurren los tres sucesos.
(c) Ocurre A u ocurre B.
(d) Ocurre por lo menos uno de los tres sucesos.
(e) Ocurre A u ocurre B pero no los dos simultáneamente.
(f) No ocurre B.
(g) No ocurre ni A ni B.
(h) No ocurre ninguno de los tres sucesos.
(i) Ocurre A y no ocurre B.
(j) Ocurre exactamente uno de los tres sucesos.
(k) Ocurren por lo menos dos de los tres sucesos.

a) ocurren A y B : ocurren A y B simultaneamente



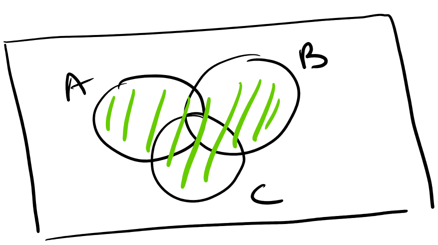
$A \cap B$

c) ocurre A u ocurre B : ocurre por lo menos uno entre A y B



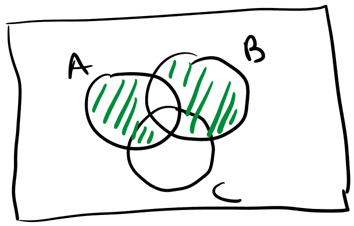
$A \cup B$

d) ocurre por lo menos uno de los tres sucesos



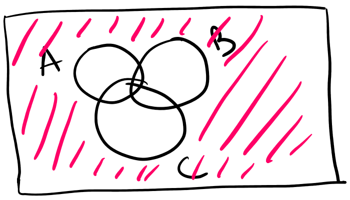
$A \cup B \cup C$

e) ocurre A $\cup$ ocurre B pero no los dos simultaneamente



$$\underbrace{(A\cup B)}_{\text{ocurre A} \cup \text{ocurre B}} \setminus \overbrace{(A\cap B)}^{\text{ocurren A y B simultaneamente}}$$

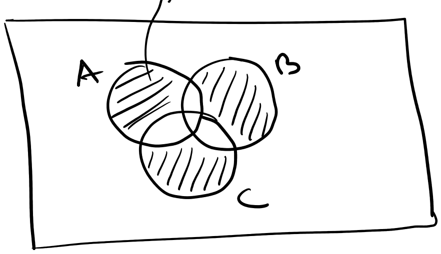
h) no ocurre ninguno de los 3 sucesos



$$\Omega - (A\cup B\cup C) = (A\cup B\cup C)^c$$

j) ocurre exactamente uno de los 3 sucesos

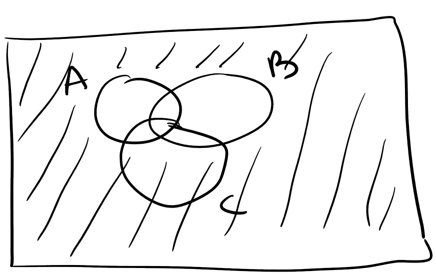
$A\setminus(B\cup C)$



$$(A\cup B\cup C)\setminus((A\cap B)\cup(A\cap C)\cup(B\cap C))$$

$$(A\setminus(B\cup C))\cup(B\setminus(A\cup C))\cup(C\setminus(A\cup B))$$

g) no ocurre ni A ni B



$$(A\cup B)^c = \Omega\setminus(A\cup B)$$