

EXAMEN: PROBABILIDAD Y ESTADISTICA

Nº de parcial	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Múltiple opción (Total: 100 puntos)

En cada pregunta hay sólo una opción correcta.

Respuesta correcta: 12.5 puntos, respuesta incorrecta: -3.125 puntos, no respuesta: 0 punto.

Colocar las respuestas en el siguiente cuadro.

1	2	3	4	5	6	7	8

Ejercicio 1

Se tira 500 veces un dado cargado. Obtenemos como media muestral $\hat{\mu} = 4$ (siendo $\mu = \mathbb{E}(X)$ para $X =$ resultado del dado en una tirada). Se sabe que $[3,89; 4,11]$ es un intervalo de confianza aproximado al 78 % para μ . Entonces un intervalo de confianza aproximado al 99 % para μ es

- (A) $[3,825; 4,175]$
- (B) $[3,769; 4,230]$
- (C) $[3,791; 4,209]$
- (D) $[3,674; 4,326]$
- (E) $[3,642; 4,358]$

Ejercicio 2

En el casino Cacacino existe el siguiente juego. Se lanza un dado no cargado hasta que salga por primera vez un número impar y el premio que recibimos es de 1000 pesos por cada tirada que realizamos. Entonces el valor esperado en pesos del premio obtenido es

- (A) 2000 (B) 2500 (C) 3000 (D) 3500 (E) 4000

Ejercicio 3

Laura y Juan son dos peritos que trabajan en una fábrica intentando mejorar la producción. Cuando la fábrica se dispone a hacer un peritaje, recurre a Laura el 55 % de las veces mientras que en las restantes recurre a Juan. En el 98 % de los casos en que el peritaje es realizado por Laura el resultado es de una mejora en la producción. Se sabe además que si el proceso mejora, en el 42.9 % fue Juan el encargado del peritaje. El próximo peritaje le tocará a Juan, ¿cuál es la probabilidad de que el mismo de como resultado en una mejora?

- (A) 0,429 (B) 0,538 (C) 0,900 (D) 0,891 (E) 0,123

Ejercicio 4

Una máquina que fabrica proyectiles produce balas. El diámetro en milímetros de una bala cualquiera se modela mediante una variable aleatoria X cuya función de distribución acumulada viene dada por

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 8 \\ (19 - 2x)(x - 8)^2 & \text{si } 8 \leq x \leq 9 \\ 1 & \text{si } x > 9 \end{cases} .$$

Se considera que una bala tiene alta precisión si su diámetro es mayor a 8,5 milímetros. Se fabrican en forma independiente 10 balas que son introducidas en un cartucho. Entonces la probabilidad de que un cartucho seleccionado al azar contenga al menos 3 balas de alta precisión es

- (A) 0,945 (B) 0,358 (C) 0,557 (D) 0,891 (E) 0,026

Ejercicio 5

Se consideran las variables X e Y cuya densidad conjunta viene dada por

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{2(x+ay)}{1+a} & \text{si } 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \quad \text{siendo } a \geq 0.$$

Entonces

- (A) X e Y no son independientes para todo $a \geq 0$ y además $P(Y \leq X) = \frac{a+2}{3(1+a)}$.
- (B) X e Y son independientes únicamente cuando $a = 0$ y además $P(Y \leq X) = \frac{a+2}{3(1+a)}$.
- (C) X e Y no son independientes para todo $a \geq 0$ y además $P(Y \leq X) = \frac{a+2}{3+a}$.
- (D) X e Y son independientes únicamente cuando $a = 0$ y además $P(Y \leq X) = \frac{a+2}{3+a}$.
- (E) X e Y son independientes únicamente cuando $a = 0$ y además $P(Y \leq X) = \frac{a+2}{7+a}$.

Ejercicio 6

X_1, X_2, \dots, X_n es una MAS de cierta X cuya densidad viene dada por $f_X(x, \theta) = \begin{cases} \frac{k}{x^2} & \text{si } 1 \leq x \leq \theta \\ 0 & \text{si no} \end{cases}$ siendo $\theta > 1$. Le llamamos $\hat{\theta}$ al estimador de θ por el método de máxima verosimilitud. Entonces

- (A) $k = \frac{\theta}{\theta-1}$ y $\hat{\theta} = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$
- (B) $k = \frac{\theta-1}{\theta}$ y $\hat{\theta} = \prod_{i=1}^n \frac{k}{X_i^2}$
- (C) $k = \frac{\theta}{\theta-1}$ y $\hat{\theta} = \sum_{i=1}^n \log(X_i)$
- (D) $k = \frac{\theta-1}{\theta}$ y $\hat{\theta} = n \log(k) - \sum_{i=1}^n \log(X_i^2)$
- (E) $k = \frac{\theta-1}{\theta}$ y $\hat{\theta} = \prod_{i=1}^n X_i$

Ejercicio 7

Una determinada tarea llega a un sistema formado por 2 procesadores A y B que funcionan de forma independiente. Se sabe que el procesador A realiza el 60% de las veces dicha tarea (y B el 40%). El tiempo en minutos en que el procesador A demora en realizar la tarea es una variable aleatoria con distribución uniforme $U(1, 4)$, mientras que el tiempo en minutos en que el procesador B demora en realizar la tarea es una variable aleatoria con distribución $\text{Exp}(\lambda = 0,1)$. Si T es el tiempo en minutos que el sistema demora en realizar la tarea, entonces

- (A) $F_T(t) = 0,4(1 - e^{-0,1t})$ para $1 < t < 4$ y además $\mathbb{E}(T) = 5,5$
- (B) $F_T(t) = 0,2t - 0,4e^{-0,1t} + 0,2$ para $1 < t < 4$ y además $\mathbb{E}(T) = 5,5$
- (C) $F_T(t) = 0,4(1 - e^{-0,1t})$ para $1 < t < 4$ y además $\mathbb{E}(T) = 10$
- (D) $F_T(t) = 0,2t - 0,4e^{-0,1t} + 0,2$ para $1 < t < 4$ y además $\mathbb{E}(T) = 4,1$
- (E) $F_T(t) = t/3 + 2/3 - e^{-0,1t}$ para $1 < t < 4$ y además $\mathbb{E}(T) = 14$

Ejercicio 8

La cantidad de sulfato de un agua mineral producida por una empresa está normalmente distribuída. Desde la gerencia de la empresa se afirma que el contenido medio en sulfatos es de 24 mg/L. Para cotejar la veracidad de dicha afirmación se realizará una prueba de hipótesis. Se toman al azar una muestra de 9 aguas minerales y se obtuvieron los siguientes valores en mg/L

34 19 28 23 33 41 25 29 21 Entonces

- (A) Se rechaza la hipótesis sobre lo que afirma la gerencia al 1%.
- (B) Se rechaza la hipótesis sobre lo que afirma la gerencia al 10% pero no se rechaza al 5%.
- (C) Se rechaza la hipótesis sobre lo que afirma la gerencia al 20% pero no se rechaza al 10%.
- (D) No se rechaza la hipótesis sobre lo que afirma la gerencia ni al 10% ni al 20%.
- (E) El p valor de la prueba es menor que 0.05.

Tabla de la función $\phi(z) = F_Z(z)$, siendo Z con distribución $N(0,1)$.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

Tabla de la distribución T-Student con r grados de libertad.

r	$P(T \leq t)$						
	0.60	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
r	$t_{0.40}(r)$	$t_{0.25}(r)$	$t_{0.10}(r)$	$t_{0.05}(r)$	$t_{0.025}(r)$	$t_{0.01}(r)$	$t_{0.005}(r)$
1	0.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.289	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.997
15	0.258	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
∞	0.253	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576