CDIV Primer semestre 2022

Segundo parcial. 2 de julio 2022

N° Parcial	Apellido, Nombre	Firma	Cédula

VERDADERO ó FALSO (Total: 16 puntos)							
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**

Llenar cada casilla con las respuestas **V** (verdadero) o **F** (falso), según corresponda.
Correctas: 2 puntos. Incorrectas: -2 puntos. Sin responder: 0 punto.

MÚLTIPLE OPCIÓN (Total: 44 puntos)							
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**

Llenar cada casilla con las respuestas **A**, **B**, **C**, **D** ó **E**, según corresponda.
Hay ejercicios de 5 y 6 puntos. Aquellos ejercicios que valen 6 puntos, restan 1,5 por respuesta incorrecta. Los ejercicios que valen 5 puntos, restan 1 punto por respuesta incorrecta. Casilleros en blanco valen 0 puntos.

SÓLO PARA USO DOCENTE

Versión	**VF**	**MO**	**TOTAL**

VERDADERO ó FALSO

1. Si $F(x) = (\sin(x))^2$ entonces $F'(\frac{\pi}{4}) = 1$
2. $\int_2^{\sqrt[3]{3}} \frac{1}{x}\, dx = \log(3) - \log(2)$
3. Consideramos la ecuación: $x^3 - 3x + b = 0$ con $b \in \mathbb{R}$. Si $b \in (-2, 2)$, la ecuación tiene tres raíces reales distintas.
4. Sea $F : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ tal que $F(x) = \int_0^x (\sin(t))^2 + t^2\, dt$. En $x = 0$ hay un mínimo relativo.
5. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Si f es derivable en $x = a$, entonces f es continua en $x = a$.
6. Si una función f tiene un máximo en $x = a$, entonces f es derivable en $x = a$ y $f'(a) = 0$.
7. Existe $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continua que no tiene extremo absoluto.
8. Si f es una función real continua en $[a, b]$, entonces es integrable en $[a, b]$.

MÚLTIPLE OPCIÓN

1. (6 puntos) Consideramos la circunferencia C de ecuación: $x^2 + y^2 = 3$.

   Sea $A = \Big\{ \text{Área}(R) : R \text{ rectángulo inscrito en } C \Big\}$. Entonces el máximo de A es:

   (A) 2 (B) $\dfrac{1}{6}$ (C) 6 (D) $3\sqrt{2}$ (E) $\sqrt{6}$

2. (6 puntos) Sea $f : [0, 2] \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = e^{-x}(x^2 - x + 1)$. Si M es el máximo de la función y m es el mínimo de la función, entonces:

   (A) $mM = \dfrac{1}{e}$ (B) $mM = \dfrac{3}{e^3}$ (C) $mM = \dfrac{3}{e^2}$ (D) $mM = 2e$ (E) $mM = 3e$

3. (5 puntos) El límite

   $$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(x) - x}{-x^3}$$

   vale:

   (A) -1 (B) $\dfrac{1}{6}$ (C) 1 (D) $-\dfrac{1}{3}$ (E) No existe

4. (5 puntos) Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ dada por: $f(x)=\begin{cases} 2x+1 & \text{si } x\leq 1 \\ ax^2+b & \text{si } x>1 \end{cases}$

   Los valores de a y b para los cuales la función f es derivable son:

   (A) $a=0$, $b=1$
   (B) $a=1$, $b=1$
   (C) $a=2$, $b=2$
   (D) $a=-1$, $b=2$
   (E) $a=1$, $b=2$

5. (6 puntos) Sea $f(x)=\int_{\sin(x)}^{x} e^t\sqrt{t^2+1}dt$. Entonces $f'(x)$ es igual a:

   (A) $e^{\sin(x)}\sqrt{x^2+1}-e^x\sqrt{(\sin(x))^2+1}\cos(x)$
   (B) $xe^x\sqrt{x^2+1}-\sin(x)e^{\sin(x)}\sqrt{(\sin(x))^2+1}$
   (C) $e^x\sqrt{x^2+1}+e^{\sin(x)}\sqrt{(\sin(x))^2+1}\cos(x)$
   (D) $e^x\sqrt{x^2+1}-e^{\sin(x)}\sqrt{(\sin(x))^2+1}\cos(x)$
   (E) $e^x\sqrt{x^2+1}\cos(x)-e^{\sin(x)}\sqrt{(\sin(x))^2+1}$

6. (5 puntos) La integral $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\,dx$ es igual a:

   (A) $\log(2)$ (B) $2\log(2)$ (C) $\dfrac{\log(2)}{2}$ (D) 0 (E) $-\log(2)+1$

7. (5 puntos) La integral $\int_0^1 x^2e^x\,dx$ es igual a:

   (A) 2 (B) $\dfrac{1}{e}$ (C) $e-2$ (D) e (E) $-e+1$

8. (6 puntos) La integral

$$\int_0^1 \frac{4x^2+3x+3}{x^3+x^2+x+1}dx$$

   es igual a:

   (A) $\log(2)+\pi$ (B) $3\log(2)+\dfrac{\pi}{4}$ (C) $2\log(2)-\dfrac{\pi}{4}$ (D) $\log(3)+\pi$ (E) $-\log(2)+\dfrac{\pi}{4}$

   Observar que -1 es raíz del denominador.