CDIV Primer semestre 2022

Segundo parcial. 2 de julio 2022

VERDADERO ó FALSO

1. Si $F(x) = (\sin(x))^2$ entonces $F'(\frac{\pi}{4}) = 1$ VERDADERO
2. $\int_2^{\sqrt[3]{3}} \frac{1}{x}\, dx = \log(3) - \log(2)$ FALSO
3. Consideramos la ecuación: $x^3 - 3x + b = 0$ con $b \in \mathbb{R}$. Si $b \in (-2, 2)$, la ecuación tiene tres raíces reales distintas. VERDADERO
4. Sea $F : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}$ tal que $F(x) = \int_0^x (\sin(t))^2 + t^2\, dt$. En $x = 0$ hay un mínimo relativo. VERDADERO
5. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Si f es derivable en $x = a$, entonces f es continua en $x = a$. VERDADERO
6. Si una función f tiene un máximo en $x = a$, entonces f es derivable en $x = a$ y $f'(a) = 0$. FALSO
7. Existe $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continua que no tiene extremo absoluto. FALSO
8. Si f es una función real continua en $[a, b]$, entonces es integrable en $[a, b]$. VERDADERO

MÚLTIPLE OPCIÓN

Las opciones correctas aparecen en color azul.

1. (6 puntos) Consideramos la circunferencia C de ecuación: $x^2 + y^2 = 3$.

   Sea $A = \Big\{ \text{Área}(R) : R \text{ rectángulo inscrito en } C \Big\}$. Entonces el máximo de A es:

   (A) 2 (B) $\dfrac{1}{6}$ (C) 6 (D) $3\sqrt{2}$ (E) $\sqrt{6}$

2. (6 puntos) Sea $f : [0, 2] \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = e^{-x}(x^2 - x + 1)$. Si M es el máximo de la función y m es el mínimo de la función, entonces:

   (A) $mM = \dfrac{1}{e}$ (B) $mM = \dfrac{3}{e^3}$ (C) $mM = \dfrac{3}{e^2}$ (D) $mM = 2e$ (E) $mM = 3e$

3. (5 puntos) El límite

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x) - x}{-x^3}$$

vale:

(A) -1 (B) $\frac{1}{6}$ (C) 1 (D) $-\frac{1}{3}$ (E) No existe

4. (5 puntos) Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por: $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x \leq 1 \\ ax^2 + b & \text{si } x > 1 \end{cases}$

Los valores de a y b para los cuales la función f es derivable son:

(A) $a = 0$, $b = 1$

(B) $a = 1$, $b = 1$

(C) $a = 2$, $b = 2$

(D) $a = -1$, $b = 2$

(E) $a = 1$, $b = 2$

5. (6 puntos) Sea $f(x) = \int_{\sin(x)}^{x} e^t \sqrt{t^2+1}dt$. Entonces $f'(x)$ es igual a:

(A) $e^{\sin(x)}\sqrt{x^2+1} - e^x\sqrt{(\sin(x))^2+1}\cos(x)$

(B) $xe^x\sqrt{x^2+1} - \sin(x)e^{\sin(x)}\sqrt{(\sin(x))^2+1}$

(C) $e^x\sqrt{x^2+1} + e^{\sin(x)}\sqrt{(\sin(x))^2+1}\cos(x)$

(D) $e^x\sqrt{x^2+1} - e^{\sin(x)}\sqrt{(\sin(x))^2+1}\cos(x)$

(E) $e^x\sqrt{x^2+1}\cos(x) - e^{\sin(x)}\sqrt{(\sin(x))^2+1}$

6. (5 puntos) La integral $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\, dx$ es igual a:

(A) $\log(2)$ (B) $2\log(2)$ (C) $\frac{\log(2)}{2}$ (D) 0 (E) $-\log(2)+1$

7. (5 puntos) La integral $\int_0^1 x^2 e^x\, dx$ es igual a:

(A) 2 (B) $\frac{1}{e}$ (C) $e-2$ (D) e (E) $-e+1$

8. (6 puntos) La integral

$$\int_0^1 \frac{4x^2+3x+3}{x^3+x^2+x+1}dx$$

es igual a:

(A) $\log(2)+\pi$ (B) $3\log(2)+\frac{\pi}{4}$ (C) $2\log(2)-\frac{\pi}{4}$ (D) $\log(3)+\pi$ (E) $-\log(2)+\frac{\pi}{4}$

Observar que -1 es raíz del denominador.