Prueba final presencial

Curso primer semestre 2020

N^o de prueba	Cédula	Apellido y nombre	Salón

Respuestas PARTE A

Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Ej. 5
C	B	A	A	E
Ej. 6	Ej. 7	Ej. 8	Ej. 9	Ej. 10
E	C	E	A	C

Respuestas PARTE B

Ej. 1	Ej. 2
B	E

Importante

- **La prueba de 70 puntos consiste sólo de la Parte A.** Cada ejercicio vale 7 puntos.
- **La prueba de 100 puntos consiste de las Partes A y B.** Cada ejercicio de la Parte A vale 8 puntos, y cada ejercicio de la parte B vale 10 puntos.
- Se entrega únicamente esta hoja.
- Las respuestas incorrectas no restan puntos.
- En cada ejercicio hay una sola opción correcta.
- La prueba de 70 puntos dura dos horas y media, y la de 100 puntos dura tres horas.
- Se debe verificar que todas las hojas tengan el mismo número de versión en la parte superior derecha de la hoja.

PARTE A

Ejercicios 1 a 10

Ejercicio 1

Calcular $f'(0)$ donde $f(x) = (2x+1)^{11}e^x$.

(A) 12 (C) 23 (E) 34

(B) 13 (D) 25 (F) 37

Ejercicio 2

Calcular $\int_0^1 (x+1)^2 e^{2x} dx$.

(A) $2e-1$ (C) $(26e^3-5)/27$ (E) $(5e^2-1)/2$

(B) $(5e^2-1)/4$ (D) $5e-5$ (F) $(53e^3-5)/27$

Ejercicio 3

Calcular $\int_0^1 4\sqrt{x}e^{\sqrt{x^3}} dx$.

(A) $\frac{8e-8}{3}$ (C) $\frac{14e-14}{3}$ (E) $\frac{15e-15}{4}$

(B) $\frac{10e-10}{3}$ (D) $3e-3$ (F) $\frac{21e-21}{4}$

Ejercicio 4

Calcular $p(0)$ donde p es el polinomio de Taylor de grado 2 en $x = 1$ de la función $f(x) = x^{30}$.

(A) 406 (C) 1176 (E) 821

(B) 741 (D) 466 (F) 1276

Ejercicio 5

Calcular $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos(3x)}{x\sin(4x)}$.

(A) $1/8$	(C) $1/2$	(E) $9/8$
(B) $1/10$	(D) $2/5$	(F) $9/10$

Ejercicio 6

Calcular el valor mínimo alcanzado por la función

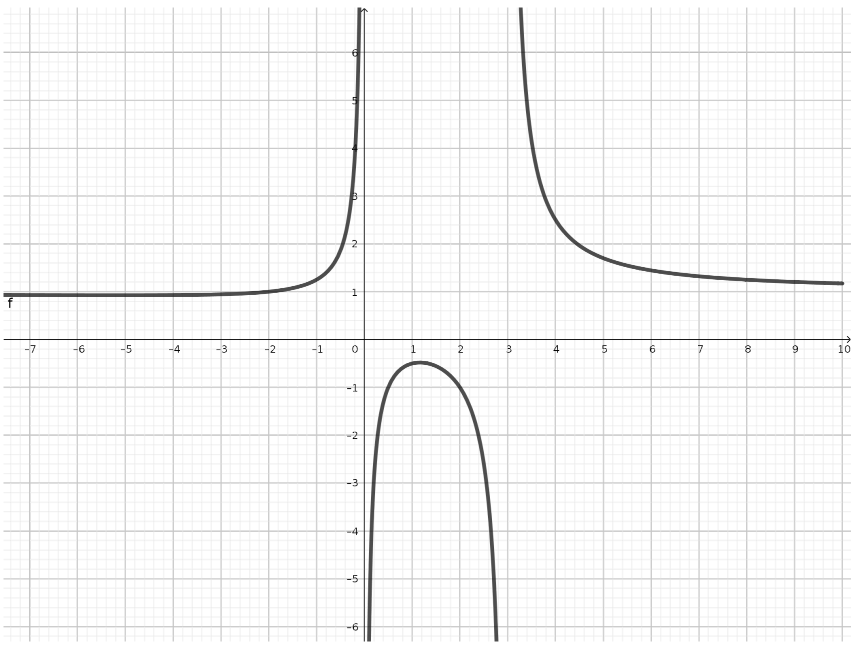
$$f(x) = x\log(3x) + (1-x)\log(4(1-x))$$

el intervalo $(0,1)$.

(A) $\log(4) - \log(5)$	(C) $\log(4) - \log(3)$	(E) $\log(12) - \log(7)$
(B) $\log(5) - \log(6)$	(D) $\log(10) - \log(7)$	(F) $\log(15) - \log(8)$

Ejercicio 7

La figura muestra la gráfica de una función f. Indicar cuál de las opciones de abajo es la fórmula que da $f(x)$.



(A) $f(x) = \frac{x+2}{x^2+3x}$.	(D) $f(x) = \frac{x+3}{(x+1)^2-3(x+1)}$.
(B) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-3x}$.	(E) $f(x) = \frac{x+2}{\lvert x^2-3x\rvert} + 1$.
(C) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-3x} + 1$.	(F) $f(x) = \frac{x-3}{x} + 1$

Ejercicio 8

Consideremos las siguientes afirmaciones, donde $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ es una función acotada.

(I) f es integrable si y sólo si para todo $\varepsilon > 0$ existe una partición P de $[a,b]$ tal que $S(f,P) - s(f,P) < \varepsilon$.

(II) Si f es integrable, entonces es continua.

(III) Si existen particiones P_1 y P_2 de $[a,b]$ tales que $S(f,P_1) - s(f,P_2) < 1$, entonces existe una partición Q de $[a,b]$ para la cual $S(f,Q) - s(f,Q) < 1$.

Entonces:

(A) Sólo la afirmación I es verdadera.

(B) Sólo la afirmación II es verdadera.

(C) Sólo la afirmación III es verdadera.

(D) Sólo la afirmación I es falsa.

(E) Sólo la afirmación II es falsa.

(F) Sólo la afirmación III es falsa.

Ejercicio 9

Consideremos $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $F(x) = \int_0^{x^2} (e^t + 1)\, dt$. Entonces $F'(2)$ vale:

(A) $4e^4 + 4$

(B) $4e^2 + 4$

(C) $4e^4 + 2$

(D) $4e^2 + 2$

(E) $e^4 + 1$

(F) $e^4 - 1$

Ejercicio 10

Para una función continua $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$, se consideran los siguientes enunciados:

(I) Debe existir $c \in (-1,1)$ tal que $f(c) = 0$.

(II) Si $f(-1) = -8$ y $f(1) = 2$, la imagen de f necesariamente es el intervalo $[-8,2]$.

(III) Si $f(-1) = f(1)$, entonces f debe tener un extremo absoluto en el intervalo abierto $(-1,1)$.

Entonces:

(A) Sólo la afirmación I es verdadera.

(B) Sólo la afirmación II es verdadera.

(C) Sólo la afirmación III es verdadera.

(D) Sólo la afirmación I es falsa.

(E) Sólo la afirmación II es falsa.

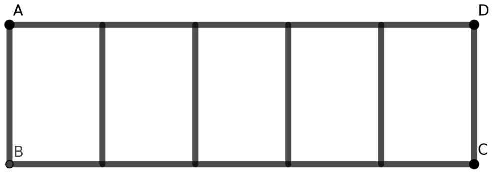
(F) Las tres afirmaciones son falsas.

PARTE B

Ejercicios 11 y 12

Ejercicio 11

Queremos construir cinco corrales idénticos, de acuerdo al plano que muestra la figura. Para eso, haremos una cerca de alambre, que incluye el perímetro total (o sea el rectángulo $ABCD$) así como las separaciones entre corrales adyacentes. En otras palabras, la cerca incluye todas la líneas negras en la figura. Queremos que el área total de los cinco corrales sea de $900m^2$. Si queremos minimizar la longitud de la cerca, ¿qué dimensiones debe tener el rectángulo $ABCD$?



Área de ABCD $= 900\text{m}^2$

(A) $12\sqrt{3}m \times 25\sqrt{3}m$.

(B) $30\sqrt{3}m \times 10\sqrt{3}m$.

(C) $30m \times 30m$.

(D) $15m \times 60m$.

(E) $15\sqrt{2}m \times 30\sqrt{2}m$.

(F) $18\sqrt{5}m \times 10\sqrt{5}m$.

Ejercicio 12

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si} \quad x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si} \quad x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$$

Consideremos las siguiente afirmaciones:

(I) Para todo $\varepsilon > 0$ existe $\delta > 0$ de modo que si $|x| < \delta$, entonces $|f(x)| < \varepsilon$.

(II) Para todo $\varepsilon > 0$ existe $\delta > 0$ de modo que si $|x-1| < \delta$, entonces $|f(x)-1| < \varepsilon$.

(III) Existe un $\varepsilon > 0$ para el cual existe $\delta > 0$ de modo que si $|x-1| < \delta$, entonces $|f(x)-1| < \varepsilon$.

Entonces:

(A) Sólo la afirmación I es verdadera.

(B) Sólo la afirmación II es verdadera.

(C) Las tres afirmaciones son verdaderas.

(D) Sólo la afirmación I es falsa.

(E) Sólo la afirmación II es falsa.

(F) Las tres afirmaciones son falsas.