Cálculo diferencial e integral en una variable

Primer semestre de 2018

SIMULACRO Segundo Parcial

N° Parcial	Apellido, Nombre	Firma	Cédula

La duración del parcial es de cuatro horas, y no se permite usar ni calculadora ni material de consulta. La comprensión de las preguntas es parte de la prueba.

Sugerencia: tenga cuidado al pasar las respuestas.
Lo completado aquí será lo único tenido en cuenta a la hora de corregir.

MÚLTIPLE OPCIÓN (Total: 20 puntos (aproximadamente))

Llenar cada casilla con las respuestas **A**, **B**, **C**, **D** o **E**, según corresponda.

1	**2**	**3**	**4**

Correctas: 5 puntos. Incorrectas: -1 puntos. Sin responder: 0 puntos.

DESARROLLO (Total: 40 puntos (aproximadamente))

Dos ejercicios de desarrollo se encuentran en la página 3.

SÓLO PARA USO DOCENTE

MO	D1.1	D1.2	D2.1	D2.2	Total

Ejercicios: Múltiple opción (Total: 20 puntos (aproximadamente))

1. La igualdad
$$\lim_{x\to 0} \frac{\log(1+x+x^2) - (ax+bx^2+cx^3)}{x^3} = 0$$
se cumple para los siguientes valores de a, b, $c \in \mathbb{R}$

(A) $a = 1$, $b = 1/2$, $c = -2/3$
(B) $a = 1$, $b = 1$, $c = 0$
(C) $a = 1$, $b = 1$, $c = -6$
(D) $a = 1$, $b = 0$, $c = 0$

2. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivable e impar, es decir $f(-x) = -f(x)$ para todo $x \in \mathbb{R}$.
Se consideran las siguientes afrimaciones:

1. La función f es continua.
2. $f'(4) = f'(-4)$.

(A) Ambas afirmaciones son verdaderas
(B) La afirmación 1 es verdadera y la 2 no
(C) La afirmación 2 es verdadera y la 1 no
(D) Ambas afirmaciones son falsas

3. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función derivable, y r la recta tangente a f por 0. Determinar cual de las siguientes afiramciones es verdadera

(A) Si la pendiente de r es postiva entonces f es creciente en un entorno de 0.
(B) La recta tangente interseca a f solamente en 0.
(C) Si la recta r interseca a f en otro punto, por ejemplo en $(1, f(1))$. Entonces se intersecan en algún punto de la forma $(c, f(c))$ para $c \in (0, 1)$.
(D) Si la recta r interseca a f en otro punto, por ejemplo en $(1, f(1))$. Entonces existe $c \in (0, 1)$ tal que la recta tangente a f por c es paralela a r.

4. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por
$$f(x) = \begin{cases} c\,\mathrm{sen}(\pi(x+x^2)) & \text{si } x < 1 \\ ax+b & \text{si } x \in [1,2] \\ e^x & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Los valores de a, b y c para que f sea derivable en $\mathbb{R}$ son:

(A) $a = e^2$, $b = -e^2$, $c = \frac{e^2}{3\pi}$
(B) No existen tales valores de a, b, c.
(C) $a = e$, $b = -e$, $c = \frac{e}{\pi}$
(D) $a = e^2$, $b = -e^2$, $c = e^2$

Ejercicios de desarrollo (Total: 40 puntos (aproximadamente)).

Recordatorio: está prohibido usar un lápiz para escribir el texto de la respuesta. Única excepción: se podrá usar el lápiz para trazar figuras. A la hora de corregir, sólo se tendrá en cuenta el texto escrito con tinta, y todo texto escrito con un lápiz será ignorado por el corrector.

Primer ejercicio de desarrollo (?? puntos).

1. Sea $H : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $H(x) = 8\int_0^{2x} e^{-t^2}\,dt + e^{-4x^2}$
   (a) Calcular la derivada de H.
   (b) Determinar si H tiene extremos absolutos, y en caso de tenerlos determinar en donde se dan.
2. Sea $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función continua, tal que

$$\lim_{x\to-\infty} F(x) = \lim_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$$

   Probar que F tiene mínimo y no máximo.

Segundo ejercicio de desarrollo (?? puntos).

1. Hallar una primitiva de $f(x) = \frac{x^4}{x^3+x^2-4x-4}$. Determinar los intervalos maximales donde esta definida.
2. Calcular $\int_0^1 \arccos(x)\,dx$.