Cálculo diferencial e integral en una variable.

Primer semestre de 2018

Segundo Parcial – Julio de 2018

3 de julio de 2018

N° Parcial	Apellido, Nombre	Firma	Cédula

La duración del parcial es de cuatro horas, y no se permite usar ni calculadora ni material de consulta. La comprensión de las preguntas es parte de la prueba.

Sugerencia: tenga cuidado al pasar las respuestas.
Lo completado aquí será lo único tenido en cuenta a la hora de corregir.

MÚLTIPLE OPCIÓN (Total: 20 puntos)

Llenar cada casilla con las respuestas **A**, **B**, **C** o **D**, según corresponda.

1	**2**	**3**	**4**

Correctas: 5 puntos. Incorrectas: -1 puntos. Sin responder: 0 puntos.

DESARROLLO (Total: 40 puntos)

Dos ejercicios de desarrollo se encuentran en la página 3.

SÓLO PARA USO DOCENTE

MO	D1.1	D1.2	D2.1	D2.2	Total

Ejercicios: Múltiple opción (Total: 20 puntos)

1. La igualdad

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^x + cos(x) + asin(x) - (b + cx^2)}{x^2} = 0$$

se cumple para los siguientes valores de $a, b, c \in \mathbb{R}$

(A) $a = -1$, $b = 2$, $c = 0$
(B) $c = 0$, y para todo $a, b \in \mathbb{R}$
(C) $a = 1$, $b = -1$, $c = -1/6$
(D) $a = -1$, $b = 2$, $c = 1$

2. Sea $\arcsin : [-1, 1] \to [\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$ la función inversa de la función $\sin(x)$ restringida al intervalo $[\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}]$. Se considera $H : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ definida por $H(x) = \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\arcsin(x)} \cos^2(t)dt$. Indicar la opción correcta:

(A) $H'(x) = \sqrt{1 - x^2}$, el valor máximo de H es $\pi/2$ y se alcanza en $x = 1$.
(B) $H'(x) = 1 - x^2$, el valor máximo de H es $\pi/2$ y se alcanza en $x = 1$.
(C) $H'(x) = \sqrt{1 - x^2}$, el valor máximo de H es 1 y se alcanza en $x = 0$.
(D) $H'(x) = 1 - x^2$, el valor máximo de H es 1 y se alcanza en $x = 0$.

3. Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ y r la recta de ecuación $x = -y$ Indique la opción correcta:

(A) La recta r interseca al gráfico de f en 3 puntos. En todos es tangente.
(B) La recta r interseca al gráfico de f en 2 puntos. En todos es tangente.
(C) La recta r interseca al gráfico de f en 3 puntos. Solo en dos es tangente
(D) La recta r interseca al gráfico de f en 2 puntos. Solo en uno es tangente.

4. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(\frac{1}{x}) & \text{si } x < 0 \\ e^{x^2+x} - (ax+1) & \text{si } x \in [0,1] \\ bx + c & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Los valores de a, b y c para que f sea derivable en $\mathbb{R}$ son:

(A) $a = 1$, $b = -2e^2$, $c = 3e^2$
(B) No existen tales valores de a, b, c.
(C) $a = 1$, $b = 3e^2 - 1$, $c = -2e^2 - 1$.
(D) $a = 0$, $b = -2e^2$, $c = -2e^2 - 1$.

Ejercicios de desarrollo (Total: 40 puntos).

Recordatorio: está prohibido usar un lápiz para escribir el texto de la respuesta. Única excepción: se podrá usar el lápiz para trazar figuras. A la hora de corregir, sólo se tendrá en cuenta el texto escrito con tinta, y todo texto escrito con un lápiz será ignorado por el corrector.

Primer ejercicio de desarrollo (20 puntos).

Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ una función derivable en (a, b) y continua en b. Se sabe además que $\lim_{x\to a^+} f(x) < 0$ y $f(b) > 0$.

1. Probar que existe $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$.
2. Si además se sabe que la derivada de f en (a, b) tiene signo constante, demostrar que el punto c encontrado en la parte anterior es único.

Segundo ejercicio de desarrollo (20 puntos).

1. Si $f(x) = \frac{-x^2+2x-3}{x^3-x^2+x-1}$, hallar F tal que $F' = f$
2. Calcular $\int_1^4 \sqrt{x}e^{\sqrt{x}}\, dx$