Cálculo diferencial e integral en una variable.

Examen – Diciembre de 2018

18 de diciembre de 2018

N° Examen	Apellido, Nombre	Firma	Cédula

La duración del examen es de tres horas y media, y no se permite usar ni calculadora ni material de consulta. La comprensión de las preguntas es parte de la prueba.

Sugerencia: tenga cuidado al pasar las respuestas.
Lo completado aquí será lo único tenido en cuenta a la hora de corregir.

SÓLO PARA USO DOCENTE

1	2	D1.a	D1.b	D2.a	D2.b	D3.a	D3.b	D3.c	Total

Ejercicios de respuesta corta (Total: 15 puntos)

1. Puntaje: 8 puntos respuesta correcta, -2 puntos respuesta incorrecta, 0 sin contestar.

Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \left[\sqrt{2}\sin(x)\right]$. Recordar que $[t]$ denota la parte entera de t.
La integral $\int_0^\pi f(x)\,dx$ vale:

(A) π
(B) $\pi/2$
(C) $\sqrt{2}\pi$
(D) $2\sqrt{2}$

Indicar la opción correcta

2. Puntaje 7 respuesta correcta, 0 puntos respuesta incorrecta o sin contestar.

Los valores a, b, c para que

$$\lim_{x\to 0} \frac{ae^x + b\cos(\pi x) + c\log(x+1)}{x^2} = 1$$

son:

a =	b =	c =

Ejercicios de desarrollo (Total: 85 puntos).

Primer ejercicio de desarrollo (30 puntos).

a) Calcular las siguientes integrales

$$\int_0^{\sqrt{\pi}} x\sin(x^2)dx\,, \quad \int_1^3 x\log(x)dx.$$

b) Calcular

$$\int_0^1 \log(x^2+1)\,dx$$

Segundo ejercicio de desarrollo (25 puntos).

a) Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ continua, tal que $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ y $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

   1 Probar que f tiene al menos una raíz.

   2 Mostrar, mediante un ejemplo, que la condición de continuidad es necesaria

b) 1 Probar que un polinomio de grado impar tiene al menos una raíz.

   2 Mostrar, mediante en ejemplo, que la condición de grado impar es necesaria.

Tercer ejercicio de desarrollo (30 puntos).

a) Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función. Definir máximo absoluto de f.

b) Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función derivable. Probar que si f tiene un máximo absoluto en a entonces $f'(a)=0$.

c) Se desea construir un envase con forma de cono sin tapa, como se muestra en la figura, de forma que su superficie lateral sea de $1m^2$. Determinar las dimensiones del cono de forma que su capacidad (volumen) sea máximo.

   Recordar que: volumen del cono $=\pi r^2 h/3$, superficie del cono $=\pi r R$.