Fundamentos de Programación Entera

Repartido de Ejercicios 2 - Vence 18/5/2023

El trabajo es individual. Se requiere responder en archivo de nombre y formato *respuesta.pdf* (puede ser en forma manuscrita, cuidando la legibilidad).

1. Dado el problema

$$
\begin{array}{lll}
\min & 3x_1 + 2x_2 & \\
\text{s.a} & 4x_1 + x_2 \geq 8 & (1) \\
 & x_1 + 2x_2 \geq 6 & (2) \\
 & x_1 + x_2 \geq 4 & (3) \\
 & x_1, x_2 \geq 0, \text{enteras.} &
\end{array}
$$

   Resolverlo mediante ramificado y acotamiento en base al seudocódigo presentado en el teórico (cap. *5. Ramificado y acotamiento*). Dibujar el árbol de subproblemas correspondiente indicando las cotas y soluciones encontradas en cada subproblema. Indicar el orden en que fueron procesados los subproblemas y las podas realizadas.

2. Dado el problema

$$
\begin{array}{lll}
\max & -2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 & \\
\text{s.a} & -2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - 5x_4 \geq 2 & (1) \\
 & 3x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 4x_4 \leq 2 & (2) \\
 & 4x_1 - 3x_2 - 2x_3 + x_4 \leq 1 & (3) \\
 & x \in \mathbb{B}^4. &
\end{array}
$$

   Deducir inecuaciones lógicas que permitan simplificar la formulación y resolver.

3. Dado el problema

$$
\begin{array}{lll}
\max & x_1 + 2x_2 & \\
\text{s.a} & 5x_1 + 13x_2 \leq 21 & (1) \\
 & 11x_1 + 9x_2 \leq 23 & (2) \\
 & x_1, x_2 \geq 0, \text{enteras.} &
\end{array}
$$

a) Determinar una inecuación válida de redondeo a entero correspondiente a la restricción (1).

b) Determinar una inecuación válida de redondeo a entero correspondiente a la restricción (2).

c) Determinar la inecuación válida de Chvátal-Gomory de las restricciones (1) y (2) con coeficientes $u_1 = \frac{1}{5}, u_2 = \frac{1}{9}$.

d) Determinar el caso convexo de las soluciones factibles del problema.

4. Sea el problema de localización de instalación capacitada (CFL) con demanda absoluta (ver cap. *6. Resolución mediante planos de corte*, página 8, del teórico). Para la instancia definida según los parámetros $m = 5$, $n = 4$,

$$(f_j) = \begin{pmatrix} 34 & 42 & 38 & 46 \end{pmatrix}, \quad (b_j) = \begin{pmatrix} 110 & 140 & 130 & 100 \end{pmatrix}.$$

$$(a_i) = \begin{pmatrix} 55 & 75 & 70 & 45 & 60 \end{pmatrix}, \quad (c_{ij}) = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 3 & 2 \\ 5 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 4 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$$

se requiere resolver mediante GLPK el problema y una variante del mismo que incluye además las inecuaciones válidas $x_{ij} \leq \text{mín}\{a_i, b_j\}y_j, i = 1, ..., m, j = 1, ..., n$.

a) Determinar el valor y la solución óptima del problema.

b) Determinar el valor y la solución óptima de la relajación a programación lineal del problema.

c) Determinar el valor y la solución óptima de la relajación a programación lineal de la variante.

d) Comparar y justificar los valores del óptimo y de la variable y según los resultados obtenidos en (a), (b) y (c).

Nota: Además de responder los apartados en el archivo de respuestas, se solicita entregar en archivos, según apartado, el código en GLPK y su solución estándar en archivo empaquetado de nombre y formato *anexo.zip*.